

严格依据2015年考研数学考试大纲编写

高教版
2015

主 编 王 莉

考研数学 冲刺模拟5套卷

(数学三适用)

最佳搭配：数学考试大纲解析+大纲配套1000题+冲刺模拟5套卷

登录中国教育考试在线 www.eduexam.com.cn 分享资源、课程和冲刺密卷



高等教育出版社
HIGHER EDUCATION PRESS

2015 KAOYAN SHUXUE
CHONGCI MONI 5 TAO JUAN (SHUXUE SAN SHIYONG)

高教版
2015

考研数学 冲刺模拟5套卷 (数学三适用)

主 编 王 莉

最佳搭配：数学考试大纲解析+大纲配套1000题+冲刺模拟5套卷

登录中国教育考试在线 www.eduexam.com.cn 分享资源、课程和冲刺密卷



高等教育出版社·北京
HIGHER EDUCATION PRESS BEIJING

内容提要

《2015 考研数学冲刺模拟 5 套卷 (数学三适用)》供考生在复习的最后阶段使用。试卷严格以《考试大纲》规定的考试内容、试卷结构和考试要求及分值比例为参照标准,突出了试题的科学性、严谨性和预测性,同时书后附有详尽的解析,是考生复习备考必不可少的参考书。《2015 考研数学冲刺模拟 5 套卷 (数学三适用)》具体特点如下:

第一,重视概念的总结和概念型问题的训练;第二,重视计算的总结和计算型问题的训练;第三,重视逻辑推理的思路总结和证明题的训练;第四,重视总结“边边角角”的知识点;第五,以传统题目为借鉴,重视传统题训练;第六,深挖知识点,适当训练新颖综合试题。

图书在版编目(CIP)数据

2015 考研数学冲刺模拟 5 套卷/王莉主编. -- 北京:
高等教育出版社,2014.9

数学三适用

ISBN 978-7-04-040570-5

I. ①2… II. ①王… III. ①高等数学-研究生-入学考试-习题集 IV. ①O13-44

中国版本图书馆 CIP 数据核字(2014)第 189891 号

策划编辑 张耀明	责任编辑 张耀明	封面设计 王 洋	版式设计 杜微言
责任校对 张小镝	责任印制 韩 刚		

出版发行 高等教育出版社
社 址 北京市西城区德外大街 4 号
邮政编码 100120
印 刷 河北新华第一印刷有限责任公司
开 本 787mm × 1092mm 1/16
印 张 6
字 数 140 千字
购书热线 010-58581118

咨询电话 400-810-0598
网 址 <http://www.hep.edu.cn>
<http://www.hep.com.cn>
网上订购 <http://www.landraco.com>
<http://www.landraco.com.cn>
版 次 2014 年 9 月第 1 版
印 次 2014 年 9 月第 1 次印刷
定 价 15.00 元

本书如有缺页、倒页、脱页等质量问题,请到所购图书销售部门联系调换
版权所有 侵权必究
物 料 号 40570-00

目 录

2015 年全国硕士研究生招生考试数学(三)模拟试卷一	1
2015 年全国硕士研究生招生考试数学(三)模拟试卷二	9
2015 年全国硕士研究生招生考试数学(三)模拟试卷三	17
2015 年全国硕士研究生招生考试数学(三)模拟试卷四	25
2015 年全国硕士研究生招生考试数学(三)模拟试卷五	32
2015 年全国硕士研究生招生考试数学(三)模拟试卷一解析	39
2015 年全国硕士研究生招生考试数学(三)模拟试卷二解析	49
2015 年全国硕士研究生招生考试数学(三)模拟试卷三解析	59
2015 年全国硕士研究生招生考试数学(三)模拟试卷四解析	69
2015 年全国硕士研究生招生考试数学(三)模拟试卷五解析	80

2015 年全国硕士研究生招生考试

数学(三)模拟试卷一

考生注意事项

1. 答题前,考生须在答题纸指定位置上填写考生姓名、报考单位和考生编号.
2. 答案必须书写在答题纸指定位置的边框区域内,写在其他地方无效.
3. 填(书)写必须使用蓝(黑)色字迹钢笔,圆珠笔或签字笔.
4. 考试结束,将答题纸和试题一并装入试题袋中交回.

一、选择题(1~8 小题,每小题 4 分,共 32 分.下列每题给出的四个选项中,只有一个选项符合题目要求.请将所选项前的字母填在答题纸指定的位置上)

(1) 当 $x \rightarrow 0$ 时, $f(x) = \ln(1+x) - (ax^2 + bx)$ 与 $g(x) = x \tan x$ 是等价的无穷小,则常数 a, b 的取值为

(A) $a = -\frac{3}{2}, b = 1.$

(B) $a = \frac{1}{2}, b = 1.$

(C) $a = \frac{3}{2}, b = -1.$

(D) $a = -\frac{1}{2}, b = -1.$

(2) 使函数 $f(x) = x^3 + ax + b$ 在区间 $(-\infty, +\infty)$ 内只有一个零点 x_0 (且 $x_0 < 0$) 的常数 a, b 的取值范围是

(A) $a < 0, b < 0.$

(B) $a \geq 0, b < 0.$

(C) $a < 0, b > 0.$

(D) $a \geq 0, b > 0.$

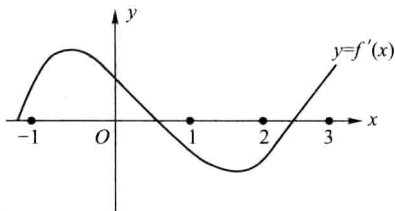
(3) 已知 $f(x)$ 的导函数的图形如下图所示,记 $I_1 = f(1) - f(0), I_2 = f(2) - f(1)$,则必有

(A) $f(1) > f(2), I_1 > I_2.$

(B) $f(1) < f(2), I_1 > I_2.$

(C) $f(1) > f(2), I_1 < I_2.$

(D) $f(1) < f(2), I_1 < I_2.$



(4) 设某商品的需求函数为 $Q = 80 - 2p$, 其中 Q, p 分别表示需要量和价格,若该商品需

求弹性的绝对值等于 1, 则商品的价格是

- (A) 10. (B) 20. (C) 30. (D) 40.

(5) 设 $\mathbf{A}$ 是 $m \times n$ 矩阵, $\mathbf{B}$ 是 $m \times s$ 矩阵, 若矩阵方程 $\mathbf{AX} = \mathbf{B}$ 有解, 则必有

- (A) 矩阵 $\mathbf{A}$ 的列向量组可由矩阵 $\mathbf{B}$ 的列向量组线性表示.
 (B) 矩阵 $\mathbf{B}$ 的列向量组可由矩阵 $\mathbf{A}$ 的列向量组线性表示.
 (C) 矩阵 $\mathbf{A}$ 的行向量组可由矩阵 $\mathbf{B}$ 的行向量组线性表示.
 (D) 矩阵 $\mathbf{B}$ 的行向量组可由矩阵 $\mathbf{A}$ 的行向量组线性表示.

(6) 设二次型 $f(x_1, x_2, x_3) = \mathbf{x}^T \mathbf{A} \mathbf{x}$ 的秩为 2, 且矩阵 $\mathbf{A}$ 满足 $\mathbf{A}^2 + \mathbf{A} = \mathbf{O}$, 则与 $\mathbf{A}$ 相似的矩阵是

- (A) $\begin{bmatrix} 1 & & \\ & 1 & \\ & & 0 \end{bmatrix}$. (B) $\begin{bmatrix} 1 & & \\ & -1 & \\ & & 0 \end{bmatrix}$.
 (C) $\begin{bmatrix} -1 & & \\ & -1 & \\ & & 0 \end{bmatrix}$. (D) $\begin{bmatrix} 1 & & \\ & 0 & \\ & & -1 \end{bmatrix}$.

(7) 设总体 X 服从正态分布 $N(\mu, \sigma^2)$, X_1, X_2, X_3, X_4 是来自总体 X 的简单随机样本, $\bar{X}$ 为样本均值, 若概率 $P\{|\bar{X} - \mu| < a\} = P\{|\bar{X} - \mu| < b\}$, 则 a, b 满足的关系为

- (A) $a = b$. (B) $a = 2b$. (C) $2a = b$. (D) $a = 4b$.

(8) 设 $X_1, X_2, \dots, X_n (n > 1)$ 是取自总体 X 的简单随机样本, 且 $DX = \sigma^2 > 0$, $\bar{X}$ 为样本均值, 则 $X_n - \bar{X}$ 与 $\bar{X}$ 的相关系数为

- (A) -1 . (B) 0 . (C) $\frac{1}{1-n}$. (D) $\frac{1}{n-1}$.

二、填空题(9~14 小题, 每小题 4 分, 共 24 分, 请将答案写在答题纸指定位置上)

(9) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{1}{\arcsin x} \int_0^x (1 - \sin 2t)^{\frac{1}{7}} dt = \underline{\hspace{2cm}}.$

(10) 以 $y = C_1 \cos x + C_2 \sin x + e^{2x}$ (其中 C_1, C_2 为任意常数) 为通解的二阶线性常系数非齐次微分方程是 $\underline{\hspace{2cm}}.$

(11) 设 $z=f(xy, x^2-y^2)$, 其中 $f(u, v)$ 具有二阶连续偏导数, 则 $\frac{\partial^2 z}{\partial x \partial y} =$ _____.

(12) 曲线 $y=e^x$ 与该曲线过原点的切线及 y 轴所围成的平面图形绕 y 轴旋转一周所得的旋转体的体积为 _____.

(13) 设 3 阶矩阵 A 与 B 相似, $\lambda_1=1, \lambda_2=-2$ 是矩阵 A 的两个特征值, 且矩阵 B 的行列式 $|B|=1$, 则行列式 $|A^*+E| =$ _____.

(14) 在区间 $[0, \pi]$ 上随机取两个数 X 与 Y , 则概率 $P\{\cos(X+Y)<0\} =$ _____.

三、解答题(15~23 小题, 共 94 分, 请将解答写在答题纸指定的位置上. 解答应写出文字说明, 证明过程或演算步骤)

(15) (本题满分 10 分)

求极限 $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{1}{1-\cos x} \left[\left(\frac{3-e^x}{2} \right)^x - 1 \right]$.

(16) (本题满分 11 分)

设 $f(x) = \int_0^x t g(x-t) dt$, 其中 $g(x) = \begin{cases} \cos x, & 0 \leq x \leq \frac{\pi}{2}, \\ 0, & x > \frac{\pi}{2}, \end{cases}$ 试求 $f(x)$, 并问 $f(x)$ 在

$(0, +\infty)$ 内是否可导?

(17) (本题满分 11 分)

已知某商品的需求量 Q 和供给量 S 都是价格 p 的函数:

$$Q=Q(p)=\frac{a}{p^2}, \quad S=S(p)=bp,$$

其中常数 $a>0, b>0$, 又价格 p 是时间 t 的函数, 且满足

$$\frac{dp}{dt}=k[Q(p)-S(p)] \quad (k \text{ 为正的常数}),$$

假设当 $t=0$ 时价格为 1, 试求

(I) 价格函数 $p(t)$;

(II) 极限 $\lim_{t \rightarrow +\infty} p(t)$, 并解释此极限值的含义.

(18) (本题满分 10 分)

设区域 D 由曲线 $y = -x^3$, 直线 $x = 1$ 与 $y = 1$ 围成, 计算二重积分 $I = \iint_D x(y\sqrt{x^2 + y^2} + 1) d\sigma$.

(19) (本题满分 10 分)

将函数 $f(x) = \ln \frac{x}{x+1}$ 展开成 $(x-1)$ 的幂级数, 指出级数的收敛范围, 并利用展开式求

数项级数 $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^{n-1}}{n} \left(1 - \frac{1}{2^n}\right)$ 的和.

(20) (本题满分 10 分)

已知两个向量组(I): $\alpha_1 = (1, 2, 3)^T, \alpha_2 = (1, 0, 1)^T$ 与(II) $\beta_1 = (-1, 2, k)^T, \beta_2 = (4, 1, 5)^T$, 试问 k 取何值时(I)与(II)等价? 并写出等价时(I)与(II)相互表示的线性表示式.

(21) (本题满分 11 分)

设矩阵 $A = \begin{bmatrix} a & 2 & 0 & 0 \\ 2 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & b & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 2 \end{bmatrix}$, 已知 A 的特征值之和为 4, 且某个特征值为 2.

(I) 求 a, b 的值;

(II) 求可逆矩阵 P , 使 $(AP)^T(AP)$ 为对角矩阵.

(22) (本题满分 11 分)

设二维随机变量的联合概率密度为 $f(x, y) = \begin{cases} k(x+y), & 0 \leq y \leq x \leq 1, \\ 0, & \text{其他.} \end{cases}$

(I) 求常数 k ;

(II) 求关于 X, Y 的边缘概率密度 $f_X(x), f_Y(y)$, 并问 X 与 Y 是否独立?

(III) 计算 $P\{X+Y \leq 1\}$;

(IV) 求 $Z=Y-X$ 的概率密度.

(23) (本题满分 10 分)

某人接连不断、独立地对同一目标射击,直到击中为止,以 X 表示命中时已射击的次数. 假设他共进行了 10 轮这样的射击,各轮射击的次数分别为 1,2,3,4,4,5,3,3,2,3,试求此人命中率 p 的矩估计和最大似然估计.

2015 年全国硕士研究生招生考试 数学(三)模拟试卷二

考生注意事项

1. 答题前,考生须在答题纸指定位置上填写考生姓名、报考单位和考生编号.
2. 答案必须书写在答题纸指定位置的边框区域内,写在其他地方无效.
3. 填(书)写必须使用蓝(黑)色字迹钢笔,圆珠笔或签字笔.
4. 考试结束,将答题纸和试题一并装入试题袋中交回.

一、选择题(1~8 小题,每小题 4 分,共 32 分. 下列每题给出的四个选项中,只有一个选项符合题目要求. 请将所选项前的字母填在答题纸指定的位置上)

(1) 设 $f(x) = \begin{cases} \frac{1}{2} \ln(1+x^2), & x \leq 0, \\ \frac{1}{x} \int_0^{x^2} \cos \sqrt{t} dt, & x > 0, \end{cases}$ 则 $f(x)$ 在 $x=0$ 处

- (A) 不连续. (B) 连续但不可导.
(C) 可导但 $f'(0) \neq 0$. (D) 可导且 $f'(0) = 0$.

(2) 设函数 $y=y(x)$ 由参数方程 $\begin{cases} x = \cos^3 t, \\ y = \sin^3 t \end{cases}$ 确定,则在 x 的变化区间 $(0,1)$ 内

- (A) 函数 $y(x)$ 单调减小,曲线 $y=y(x)$ 是凹的.
(B) 函数 $y(x)$ 单调减小,曲线 $y=y(x)$ 是凸的.
(C) 函数 $y(x)$ 单调增加,曲线 $y=y(x)$ 是凹的.
(D) 函数 $y(x)$ 单调增加,曲线 $y=y(x)$ 是凸的.

(3) 累次积分 $\int_{\frac{\pi}{2}}^{\frac{3}{4}\pi} d\theta \int_0^{-2\cos\theta} f(r\cos\theta, r\sin\theta) r dr$ 等于

- (A) $\int_0^1 dy \int_{-y}^{-1+\sqrt{1-y^2}} f(x,y) dx$. (B) $\int_0^1 dy \int_{-y}^{-1-\sqrt{1-y^2}} f(x,y) dx$.
(C) $\int_{-1}^0 dx \int_{-x}^{-1+\sqrt{1-x^2}} f(x,y) dy$. (D) $\int_{-1}^0 dx \int_{-x}^{-1-\sqrt{1-x^2}} f(x,y) dy$.

(4) 设数列 $\{u_n\}, \{v_n\}$ 满足 $m < \frac{u_n}{v_n} < M$, 其中 m, M 是大于零的常数, $v_n \neq 0 (n=1, 2, \dots)$,

考虑以下命题:

- ① 若级数 $\sum_{n=1}^{\infty} u_n$ 发散, 则 $\sum_{n=1}^{\infty} v_n$ 必发散;
 ② 若级数 $\sum_{n=1}^{\infty} v_n$ 收敛, 则 $\sum_{n=1}^{\infty} u_n$ 必收敛;
 ③ 级数 $\sum_{n=1}^{\infty} u_n$ 与 $\sum_{n=1}^{\infty} v_n$ 同时收敛或发散;
 ④ 当级数 $\sum_{n=1}^{\infty} v_n = 1$ 时, 级数 $\sum_{n=1}^{\infty} u_n$ 必收敛, 且其和必介于 m 与 M 之间,

其中正确的个数是

- (A) 1. (B) 2. (C) 3. (D) 4.

(5) 设 A 是 $n \times m$ 矩阵, B 是 $m \times n$ 矩阵, 且 $m > n$, 若 $AB = E$, 其中 E 是 n 阶单位矩阵, 则必有

- (A) 矩阵 A 的列向量组线性相关, 矩阵 B 的行向量组线性相关.
 (B) 矩阵 A 的列向量组线性相关, 矩阵 B 的列向量组线性相关.
 (C) 矩阵 A 的行向量组线性相关, 矩阵 B 的行向量组线性相关.
 (D) 矩阵 A 的行向量组线性相关, 矩阵 B 的列向量组线性相关.

(6) 设 A 是任一 n 阶可逆矩阵 ($n \geq 3$), k 为常数, 且 $k \neq 0, \pm 1$, 则 $(kA^{-1})^*$ 等于

- (A) $\frac{A}{k^{n-1}|A|}$. (B) $\frac{A}{k^n|A|}$. (C) $\frac{k^{n-1}A}{|A|}$. (D) $\frac{k^n A}{|A|}$.

(7) 设 A, B 为随机事件, 且 $B \subset A$. 考虑下列式子

- ① $P(A+B) = P(A)$; ② $P(AB) = P(B)$;
 ③ $P(B-A) = P(B) - P(A)$; ④ $P(B|A) = P(B)$,

其中正确的个数为

- (A) 1. (B) 2. (C) 3. (D) 4.

(8) 设 $X_1, X_2, \dots, X_n$ 是取自二项总体 $B\left(5, \frac{1}{3}\right)$ 的简单随机样本, $\bar{X} = \frac{1}{n} \sum_{j=1}^n X_j$ 是其样本均值, 则

$$(A) \operatorname{cov}(X_i, \bar{X}) = \frac{5}{3n}.$$

$$(B) \operatorname{cov}(X_i, \bar{X}) = \frac{10}{9n}.$$

$$(C) D(X_i + \bar{X}) = \frac{5(n+2)}{3n}.$$

$$(D) D(X_i - \bar{X}) = \frac{10(n+2)}{9n}.$$

二、填空题(9~14 小题,每小题 4 分,共 24 分,请将答案写在答题纸指定位置上)

(9) 设当 $x \rightarrow 0$ 时, $\alpha(x) = (1 - ax^2)^{\frac{1}{4}} - 1$ 与 $\beta(x) = \int_0^{1-\cos x} \frac{\sin t}{t} dt$ 是等价的无穷小,则常数 $a =$ _____.

(10) 微分方程 $\tan y dx - (1 + e^x) \sec^2 y dy = 0$ 满足条件 $y(0) = \frac{\pi}{4}$ 的特解为 _____.

(11) 函数 $z = z(x, y)$ 由方程 $y = xf(z) + \varphi(y, z)$ 确定,其中 f, φ 分别具有连续的导数和偏导数,且 $xf' + \varphi'_z \neq 0$,则 $\frac{\partial z}{\partial x} + \frac{\partial z}{\partial y} =$ _____.

(12) 已知某商品的需求量 x 对价格 p 的弹性为 $\eta = -3p^3$,而市场对该商品的最大需求量为 1(万件),则需求函数为 _____.

(13) 设三维列向量 $\alpha_1, \alpha_2, \alpha_3$ 线性无关,且向量 $\beta_1 = \alpha_1 + 2\alpha_2 + 3\alpha_3, \beta_2 = \alpha_2 + \alpha_3, \beta_3 = \alpha_1 + \alpha_3$,则秩 $r(\beta_1, \beta_2, \beta_3) =$ _____.

(14) 设随机变量 X 与 Y 相互独立,且 X 服从正态分布 $N(0, 1)$, Y 在区间 $[-1, 3]$ 上服从均匀分布,则概率 $P\{\max(X, Y) \geq 0\} =$ _____.

三、解答题(15~23 小题,共 94 分,请将解答写在答题纸指定的位置上.解答应写出文字说明,证明过程或演算步骤)

(15) (本题满分 10 分)

求极限 $\lim_{x \rightarrow -\infty} (\sqrt{x^2 + x - 1} + xe^{\frac{1}{x}}).$

(16) (本题满分 10 分)

求不定积分 $\int \frac{dx}{(2x^2 + 1) \sqrt{x^2 + 1}}$.

(17) (本题满分 10 分)

设 $x \in (0, 1)$, 证明: $(1-x)e^x < \left(1 - \frac{x}{2}\right)^x$.

(18) (本题满分 10 分)

设 $u=f(x,y,z)$ 具有连续的一阶偏导数, 又函数 $y=y(x)$ 及 $z=z(x)$ 分别由 $e^{xy}-xy=2$ 和 $e^x=\int_0^{x-z}\frac{\sin t}{t}dt$ 确定, 求 dy, dz 及 $\frac{du}{dx}$.

(19) (本题满分 10 分)

设区域 $D=\{(x,y)|x^2+y^2\leq 4\pi^2, y\geq 0\}$, 计算二重积分 $I=\iint_D f(x,y)d\sigma$, 其中

$$f(x,y)=\begin{cases}\sqrt{\pi^2-x^2-y^2}, & \sqrt{x^2+y^2}\leq \pi, \\ \sin \sqrt{x^2+y^2}, & \pi < \sqrt{x^2+y^2}\leq 2\pi.\end{cases}$$