中等专业学校试用教材工科专业通用

北京市中专数学教材编写组　编

数学 第一册

北京教育出版社

中等专业学校试用教材

工科专业通用

数学

第一册

北京市中专数学教材编写组 编

北京教育出版社

（京）新登字 202 号

中等专业学校试用教材工科专业通用数学第一册
北京市中专数学教材编写组　编
*
北 京 教 育 出 版 社 出 版
（北京北三环中路 6 号）
邮政编码：100011
北 京 出 版 社 总 发 行
新华书店北京发行所经销
煤炭工业出版社印刷厂印刷
*
787×1092 毫米　32 开本　10.25 印张　224 000 字
1994 年 6 月第 1 版　　1994 年 6 月第 1 次印刷
印数 1—10 000
ISBN 7-5303-0569-7

G·543　定价：4.80 元

前　言

本教材是根据 1991 年国家教委审定的工科类专业通用的“中等专业学校数学教学大纲”编写的。

本教材共分三册。第一册、第二册包括代数、三角、立体几何与解析几何；第三册包括微积分与微分方程。在编写过程中力求适应工科中专培养目标对数学的需要，在体系相对稳定的基础上，在内容上作了精选和适当的调整，降低了理论要求，强化了应用功能，注意了与全日制初中数学教材的衔接。本教材可供招收初中毕业生的工科各专业使用，第三册也可供招收高中毕业生的工科各专业选用。带 * 号的内容供选学。

本教材是受北京市高教局中专处委托，由北京市中专数学课程组组织的工科中专数学教材编写组集体编写的。编写组由张齐金、贝虹、张明群、陈柏林、陆长铮担任主编，参加第一册编写的还有：王仕安、钮荣尧、王玲、杨长青、杜克明、韩国相、刘慧领、张立珊、王纪东。

北京师范大学钟善基教授主审。

本教材在编写过程中得到了市高教局中专处、有关学校、教师的支持和帮助，提出了许多宝贵意见，在此一并致谢。

由于编者水平有限，加之编写时间仓促，教材中难免有缺点和错误，恳切期望使用这套教材的教师和学生提出意见，以便今后进一步改进和提高。

北京市中专数学教材编写组

1992 年 6 月

第二版说明

本教材经两年试用，在广泛征求各方面意见的基础上，由编写组组织了修定，在内容上做了适当调整，增加复数开方作为选学内容。

目　　录

第一章 集合与函数

集合论是现代数学中的一个重要分支. 它的基本知识已被广泛地运用到数学的各个领域. 函数是数学中一个极其重要的概念，掌握集合与函数的知识，是学习高等数学、应用数学和其它科学技术必不可少的基础. 本章先介绍集合的一些基本概念，然后阐述函数的概念和一些基本知识.

§1—1 集合的概念

一 集合的意义

无论在数学中还是在生产、生活里，人们常常把具有某种特定性质的对象作为一个整体来研究. 例如

(1) 某个班里的全体学生；

(2) 某图书馆的全部藏书；

(3) 与角的两边距离相等的所有的点；

(4) 全体自然数；

(5) 所有形如 $ax+b>0$ ($a\neq0$) 的不等式；

(6) 所有的直角三角形.

它们分别是由一些人、一些书、一些点、一些数、一些式子、一些图形组成的总体.

我们把具有某种特定性质的对象组成的总体叫做**集合**，简称**集**. 把组成某一集合的每个对象叫做这个集合的**元素**. 如

上面例中的（1）是由某班全体学生组成的集合，班里每个学生都是这个集合的元素；（6）是由所有直角三角形组成的集合，凡是有一个内角是直角的三角形都是这个集合的元素.

通常用大写字母 A、B、C、…等表示集合，用小写字母 a、b、c、…等表示集合的元素. 如果 a 是集合 A 的元素，就记作"$a\in A$"，读作"a 属于 A"；如果 a 不是集合 A 的元素，就记作"$a\notin A$"（或 $a\overline{\in}A$），读作"a 不属于 A".

由数组成的集合叫做数集，常见的数集及其记号有：

自然数集——N；整数集——Z；

有理数集——Q；实数集——R.

而正整数集就记作 Z^+，负实数集就记作 R^- 等等.

本书所讨论的数集如无特殊说明，都是指由实数组成的集合.

一个"给定集合"的含义是指这个集合中的元素是确定的，这就是说可以根据集合的元素所具有的特定性质去判断任何一个对象或是、或不是这个"给定集合"的元素.

例如对于前面例（4）中的自然数集 N，可以断定 $2\in N$，$100\in N$，而 $0\notin N$，$-2\notin N$，$\sqrt{2}\notin N$，$\frac{1}{3}\notin N$.

如果集合含有的元素为有限个，称为**有限集合**；如果集合含有的元素为无限多个，则称为**无限集合**. 例如上面的例中（1）、（2）是有限集合；（3）、（4）、（5）、（6）是无限集合. 数集 N、Z、Q、R 都是无限集合.

二　集合的表示法

1. 列举法

把集合中的元素一一列举出来，写在括号｛　｝内，每

个元素仅写一次，不考虑顺序，这种表示集合的方法，叫做**列举法**.

例如不大于5的自然数集合可表示为 $\{1, 2, 3, 4, 5\}$ 或 $\{1, 3, 2, 5, 4\}$ 等等，但不能写成 $\{1, 1, 2, 2, 3, 4, 5\}$.

不含有任何元素的集合叫做**空集**，记作 $\varnothing$；只含有一个元素 a 的集合 $\{a\}$ 叫做**单元素集**. 应该注意元素 a 与单元素集 $\{a\}$ 是不同的，空集 $\varnothing$ 与单元素集 $\{0\}$ 也是不同的.

我们知道，形如 $2n$ $(n\in Z)$ 的整数叫偶数，全体偶数组成的集合叫偶数集；形如 $2n-1$ $(n\in Z)$ 的整数叫奇数，全体奇数组成的集合叫奇数集.

例1 用列举法写出小于11的正偶数集合.

解 所求集合为 $\{2, 4, 6, 8, 10\}$.

例2 用列举法写出大于4且不大于13的正奇数集合.

解 所求集合为 $\{5, 7, 9, 11, 13\}$.

2. 描述法

把集合中元素的特定性质描述出来写在括号 $\{\quad\}$ 里，这种表示集合的方法叫做**描述法**. 这时往往在括号 $\{\quad\}$ 里先写上这个集合的元素的一般形式，再画一条竖线，在竖线右边写上这个集合的元素的共同特性. 例如由不等式 $3x+2>0$ 的解组成的集合可以写成 $\{x \mid 3x+2>0\}$；由反比例函数 $y=\dfrac{k}{x}$ $(k\neq 0)$ 图象上的点 (x, y) 组成的集合可以写成 $\left\{(x, y) \mid y=\dfrac{k}{x}\ (k\neq 0)\right\}$ 等等.

有些集合用描述法表示时还可以省去竖线及其左边的部分，如把所有的直角三角形组成的集合写成

$$\{\text{直角三角形}\}$$

把全体中学生组成的集合写成

{中学生}

等等.

例 3 分别用描述法和列举法表示方程 $x^2-3x+2=0$ 的解集.

解 所求解集用描述法可表示为

$$\{x \mid x^2-3x+2=0\};$$

用列举法可表示为

$$\{1, 2\}.$$

例 4 用描述法表示平面直角坐标系内的:

(1) 两坐标轴上所有点的集合;

(2) 一次函数 $y=x$ 图象上所有点的集合;

(3) 第 I 象限内所有点的集合.

解 所求集合依次为

(1) $\{(x, y) \mid x=0$ 或 $y=0\}$ 或 $\{(x, y) \mid xy=0\}$;

(2) $\{(x, y) \mid y=x\}$;

(3) $\{(x, y) \mid x>0$ 且 $y>0\}$.

习题 1—1

1. 判断题(认为正确的在括号内画"√",错误的画"×"):

(1)下列各组对象分别组成了集合:

①所有身材瘦小的人, ( )

②在实数范围内 $x^2+x+1=0$ 的解, ( )

③$3x-7<0$ 的所有的解; ( )

(2)由全体整数组成的集合可表示为:

① {所有的整数}, ( )

② {整数的集合}, ( )

③ {Z}； ( )

④ {整数}； ( )

⑤ Z。 ( )

(3)

①$0\in\varnothing$， ( )

②$0\in\{0\}$， ( )

③$\varnothing\in\{0\}$. ( )

2. 用列举法表示下列集合：

(1) {平方后等于 1 的数}；

(2) {平方后仍等于原数的数}；

(3) {一年中有 31 天的月份}；

(4) $\{x\mid -4<x<3,\ x\in Z\}$；

(5) $\{x\mid x^2-2x+1=0\}$.

3. 用适当的方法表示按下列特性组成的集合：

(1) 不等式 $x^2+5x+6>0$ 所有的解；

(2) 大于 0 的所有偶数；

(3) 抛物线 $y=ax^2+bx+c$ ($a\neq 0$) 上所有的点；

4. 在下列各题中的____处填上符号$\in$或$\notin$：

(1) 1 ____ N，-2 ____ Q ，0 ____ Z^+，$\sqrt{3}$ ____ R，

$-\dfrac{3}{4}$ ____ Q，π ____ Q；

(2) (1，2) ____ $\{(x,y)\mid y=-x+2\}$，

(1，-2) ____ $\{(x,y)\mid y=\dfrac{-2}{x}\}$.

5. 试用描述法表示下列集合：

(1) {1，3，5，7，……，$2n-1$，……}；

(2) 小于 10 的所有正整数的平方数；

(3) 平面直角坐标系内第Ⅲ象限的点的集合.

6. 试用列举法表示下列集合：

(1) $\{x|x=(-1)^n, n\in Z\}$；

(2) $\{x|x^2+3x-4\leqslant 0, x\in Z\}$.

7. 设 $A=\{x|x=2n-1, n\in N, n\leqslant 5\}$，在下列各题中指出哪个是空集，哪个是单元素集：

(1) $B=\{x|x\in A, x>9\}$；

(2) $C=\{x|x$ 是 A 中除以 3 余 2 的整数$\}$.

8. 设 $A=\{1, 3, 5, 7\}$，$B=\{1, 2, 4, 6\}$，写出由 A 和 B 所有元素组成的集合 C.

9. 设 $A=\{1, 3, 5, 7, 9\}$，$B=\{1, 3, 2, 4, 6, 8\}$，写出由 A 和 B 的所有公共元素组成的集合 C.

10. 用描述法表示平面直角坐标系内反比例函数 $y=\frac{1}{x}$ 图象上所有点的集合.

§1—2 子集 交集 并集 补集

一 子集

定义 两个集合 A 与 B，若 B 的每一个元素都是 A 的元素，则集合 B 叫做集合 A 的**子集**，记作 $A\supseteq B$ 或 $B\subseteq A$，读作“A 包含 B”或“B 包含于 A”.

根据定义，数集 $N\subseteq Z$，$Z\subsetneqq Q$，$Q\subseteq R$.

例 1 在下面两集合间填写$\subseteq$或$\supseteq$.

(1) $\{0, 2, 3\}$ 与 $\{0, 1, 2, 3, 4\}$；

(2) $\{$整数$\}$ 与 $\{$偶数$\}$；

(3) $\{x|x-1=0\}$ 与 $\{x|x^2+2x-3=0\}$.

解 (1) $\{0, 2, 3\}\subseteq\{0, 1, 2, 3, 4\}$；

(2) {整数} $\supseteq$ {偶数}；

(3) $\{x|x-1=0\} \subseteq \{x|x^2+2x-3=0\}$.

对于集合 A 的子集 B，若集合 A 中至少有一个元素不属于集合 B，则把集合 B 叫做集合 A 的真子集，记作 $A \supset B$ 或 $B \subset A$.

例如上述例 1 中 {0，2，3} 不仅是 {0，1，2，3，4} 的子集，而且还是它的真子集，可记作

$$\{0, 2, 3\} \subset \{0, 1, 2, 3, 4\};$$

又如，自然数集 N 是整数集 Z 的真子集；有理数集 Q 是实数集 R 的真子集，可分别记作

$$N \subset Z;\ Q \subset R.$$

通常用圆（或其它封闭曲线围成的图形）直观地表示集合，用圆中的点表示该集合的元素．图 1-1 就表示了集合 $A \supseteq B$ 的关系.

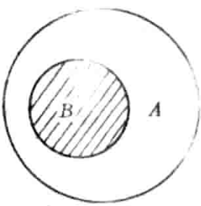

图 1-1

对于任何一个非空集合 A，因为它的每个元素都属于 A，则有 $A \subseteq A$，即 A 是 A 本身的子集；此外还规定空集是任何集合的子集，即 $\varnothing \subseteq A$.

可以看出：$\varnothing$，{0}，R^-，R^+，R 都是 R 的子集.

其中除 R 本身外，其余都是 R 的真子集.

例 2 写出集合 {0，1，2} 的所有子集，并指出其真子集.

解 集合 {0，1，2} 的子集有

$\varnothing$，{0}，{1}，{2}，{0，1}，{0，2}，{1，2}，{0，1，2}.

其中除 {0，1，2} 外都是 {0，1，2} 的真子集.

定义 两个集合 A 与 B，若 $A\supseteq B$ 同时又有 $B\supseteq A$，则称集合 A 和集合 B **相等**，记作 $A=B$.

按上述定义，元素完全相同的两个集合是相等的. 例如 $N=Z^{+}$；又如集合 A：$\{x|x^2-1=0\}$ 与集合 B：$\{-1, 1\}$，不难验证 $A=B$，此时可直接写成 $\{x|x^2-1=0\}=\{-1, 1\}$.

例 3 写出不等式 $3x+2>0$ 的解集.

解 所求解集为 $\{x|3x+2>0\}=\{x|x>-\frac{2}{3}\}$.

以后求解集一般应化成直接表示未知数本身取值范围的形式，如例 3 所示.

例 4 讨论集合 $A=\{x|x^2<9\}$ 与集合 $B=\{x||x-1|<2\}$ 的包含关系.

解 $\because A=\{x|x^2<9\}=\{x|-3<x<3\}$，

$B=\{x||x-1|<2\}=\{x|-1<x<3\}$，

$\therefore A\supset B$.

二 交集

两个集合 $A=\{1, 2, 3, 6\}$，$B=\{3, 4, 5, 6\}$，可以看出，集合 $C=\{3, 6\}$ 是由既属于 A 也属于 B 的元素组成的集合，对于这样的集合给出如下定义：

定义 由既属于集合 A 也属于集合 B 的所有元素组成的集合叫做集合 A 与集合 B 的**交集**，记作 $A\cap B$，读作"A 交 B"，即

$$A\cap B=\{x|x\in A \text{ 且 } x\in B\}$$

图 1-2 的阴影部分表示 A 与 B 的交集 $A\cap B$，其中（2）是 $A\cap B=\varnothing$的情况，其它三种情况 $A\cap B$ 都不是空集.

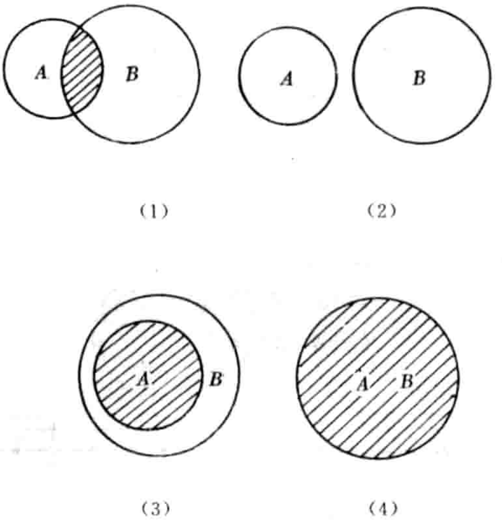

图 1-2

由交集定义和图 1-2 可以看出，对任何集合 A 与 B，都有

$A \supseteq A \cap B$，$B \supseteq A \cap B$，且 $A \cap A = A$，$A \cap \varnothing = \varnothing$，$A \cap B = B \cap A$.

例 5 求 $A \cap B$，$B \cap A$，$(A \cap B) \cap C$，其中

(1) $A = \{1, 2\}$，$B = \{-1, 0, 1\}$，$C = \{-2, 0, 1, 2\}$；

(2) $A = \{x \mid x > 2\}$，$B = \{x \mid x > -1\}$，$C = \{x \mid |x| \leqslant 4\}$.

解 (1) $A \cap B = \{1, 2\} \cap \{-1, 0, 1\} = \{1\}$，

$B \cap A = \{-1, 0, 1\} \cap \{1, 2\} = \{1\}$. 显

然 $A\cap B=B\cap A$.

$(A\cap B)\cap C=\{1\}\cap\{-2, 0, 1, 2\}=\{1\}$.

(2) 如图 1-3 所示：

$A\cap B=\{x|x>2\}\cap\{x|x>-1\}=\{x|x>2\}$;

$B\cap A=\{x|x>-1\}\cup\{x>2\}=\{x|x>2\}$，显然也有 $A\cap B=B\cap A$.

如图 1-4 所示：

$$\begin{aligned}(A\cap B)\cap C&=\{x|x>2\}\cap\{x||x|\leqslant 4\}\\&=\{x|x>2\}\cap\{x|-4\leqslant x\leqslant 4\}\\&=\{x|2<x\leqslant 4\}.\end{aligned}$$

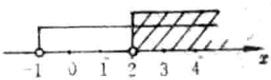

图 1-3

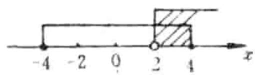

图 1-4

三 并集

两个集合 $A=\{1, 2, 3, 6\}$，$B=\{3, 4, 5, 6\}$，可以看出，集合 $C=\{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$ 是由属于 A 的或属于 B 的元素合在一起组成的集合，对于这样的集合，给出如下定义：

定义 由属于集合 A 或属于集合 B 的所有元素所组成的集合叫做集合 A 与集合 B 的并集，记作"$A\cup B$"，读作"A 并 B"，即

$$A\cup B=\{x|x\in A \text{ 或 } x\in B\}$$

图 1-5 的阴影部分表示 A 与 B 的并集 $A\cup B$，其中：(1) 为 A、B 有公共元素时，(2) 为 A、B 无公共元素时（$A\cap B$