

权威 实用 经典



2016 年

赠：全套习题详解

考研数学 高分复习全书 (数学一、二)

主编 / 黄先开 曹显兵

- ✓ 一线名师授课底本，经典讲解全新奉上
- ✓ 全面解析大纲考试内容与考试要求，清晰明确，一目了然
- ✓ 总结重要公式与结论，帮助考生常记不忘
- ✓ 归纳典型题型讲解内容，例题分析、详解、评注环环相扣
- ✓ 每章配精编习题，有针对性地演练、温习



中国人民大学出版社

2016

年

考研数学

高分复习全书(数学一、二)

主 编/黄先开 曹显兵

副主编/胡立清 刘喜波

中国人民大学出版社

· 北京 ·

图书在版编目(CIP)数据

2016 年考研数学高分复习全书. 数学一、二/黄先开, 曹显兵主编. —北京: 中国人民大学出版社, 2015. 1

ISBN 978-7-300-20693-6

I. ①2… II. ①黄… ②曹… III. ①高等数学-研究生-入学考试-自学参考资料 IV. ①O13

中国版本图书馆 CIP 数据核字(2015)第 012481 号

2016 年考研数学高分复习全书(数学一、二)

主 编 黄先开 曹显兵

副主编 胡立清 刘喜波

2016 Nian Kaoyan Shuxue Gaofen Fuxi Quanshu(Shuxue Yi、Er)

出版发行 中国人民大学出版社

社 址 北京中关村大街 31 号

邮政编码 100080

电 话 010-62511242(总编室)

010-62511770(质管部)

010-82501766(邮购部)

010-62514148(门市部)

010-62515195(发行公司)

010-62515275(盗版举报)

网 址 <http://www.crup.com.cn>

<http://www.1kao.com.cn> (中国 1 考网)

经 销 新华书店

印 刷 北京东方圣雅印刷有限公司

规 格 185 mm×260 mm 16 开本

版 次 2015 年 1 月第 1 版

印 张 54.5

印 次 2015 年 1 月第 1 次印刷

字 数 1 229 000

定 价 69.00 元

版权所有 侵权必究 印装差错 负责调换

前言

本书是作者根据最新全国硕士研究生入学统一考试数学考试大纲编著的一本系统复习考研数学的参考书。它是以作者多年考研辅导讲稿为基础，结合作者对历年考题、命题趋势的研究以及数学的内在规律倾心编写而成的，目的是帮助广大考生在较短时间内系统复习好考研数学内容，取得优异成绩，并为今后研究生学习阶段打下坚实的数学基础，让数学伴随同学们走向人生的辉煌。

本书编写特点如下：

一、考试内容提要——对照最直接

明确考试内容与要求，才能有的放矢。本书在每章的第一节对最新考研大纲要求的基本概念、基本原理和基本方法都做了详尽的讲解，并指出注意事项。作者认为这对于考前进行全面、系统的复习是非常必要的。

二、重要公式与结论（补充注释与重要结论）——总结最完善

针对每一章中的重点、难点以及容易混淆的概念进行诠释，并归纳总结每一章的重要定理、公式和结论，特别是对一些重要的中间结论或者隐含条件进行了归纳总结。目的在于希望考生通过系统复习后，一见到此类问题，就能立刻联想到考题实际期望考查的是哪一方面的知识点，从而使考生站在一个更高的层次上去分析问题、解决问题，达到认识和理解的新境界。考生是否具备了这种能力，对考研能否取得成功和获得高分是至关重要的。

三、典型题型与例题分析——题型最丰富

对数学课程来说，题目是无穷的，但题型是有限的。作者通过精心编制和设计许多新题型，使得本书几乎囊括了考研数学所涉及的所有题型，并逐一进行分析，给出了解题方法和规律。另外，借助于许多重要经典例题的评注，本书能够帮助读者更好地把握典型例题的典型处理方法和各种可能的延伸，从而使读者能够举一反三、触类旁通。

四、习题精选与详细解答——选题最典型

要想真正掌握一门课程内容并通过相关考试，做一定数量的习题是必不可少的。为此，作者按照填空题、选择题和解答题的顺序对应各种题型选编了相当数量的习题，供读者模拟练习之用，希望读者尽可能独立地完成习题。

为满足考生需求，本书特别附赠全套习题详解。

五、本书带“*”的内容，数学二考生不作要求

在成书过程中，作者参考了众多著作和教材，由于篇幅所限，不能一一列出，在此谨向有关作者表示衷心感谢！

由于作者水平所限，书中一定还存在许多不足之处，敬请广大读者、同行专家批评指正。

作者

2014年12月于北京

目 录

第一部分 高等数学

第一章 函数、极限与连续	3
§ 1 知识要点精讲	3
§ 2 重要公式与结论	17
§ 3 典型题型与例题分析	19
题型一 函数关系的建立	19
题型二 考查函数的特性	21
题型三 求函数极限	22
题型四 求数列极限	31
题型五 求解含参变量的极限	37
题型六 已知极限,求待定参数、函数值、导数及函数	38
题型七 无穷小比较	40
题型八 判断函数的连续性与间断点的类型	41
题型九 确定方程 $f(x) = 0$ 的根	43
题型十 综合题	44
习题精选一	46
习题精选一参考答案	48
第二章 导数与微分	49
§ 1 知识要点精讲	49
§ 2 重要公式与结论	56
§ 3 典型题型与例题分析	57
题型一 利用导数定义解题	57
题型二 求分段函数的导数	61
题型三 导数在几何上的应用	63
题型四 变限积分求导	66
题型五 利用导数公式与运算法则求导	69
题型六 综合题	72
习题精选二	75

习题精选二参考答案	76
-----------------	----

第三章 微分中值定理与导数的应用 77

§1 知识要点精讲	77
§2 典型题型与例题分析	87
题型一 证明存在 ξ , 使 $f(\xi) = 0$	87
题型二 证明存在 ξ , 使 $f^{(n)}(\xi) = 0 (n = 1, 2, \dots)$	89
题型三 证明存在 ξ , 使 $G(\xi, f(\xi), f'(\xi), \dots) = 0$	91
题型四 直接用拉格朗日中值定理或柯西中值定理证明	95
题型五 双介值问题, 要证存在 ξ, η 使 $G(f'(\xi), f'(\eta), \dots) = 0$	97
题型六 证明存在 ξ , 使得 $f^{(n)}(\xi) = k (k \neq 0)$	99
题型七 有关介值的不等式证明	100
题型八 隐含介值问题	101
题型九 不等式的证明	104
题型十 利用导数证明函数恒等式	115
题型十一 利用导数判别函数的单调性	116
题型十二 利用导数研究函数的极值与最值	117
题型十三 曲线的凹凸性与拐点	118
题型十四 求曲线的渐近线	119
题型十五 函数作图	120
题型十六 求曲率与曲率半径	121
题型十七 综合题	122
习题精选三	124
习题精选三参考答案	126

第四章 一元函数积分学 127

§1 知识要点精讲	127
§2 重要公式与结论	148
§3 典型题型与例题分析	149
题型一 计算不定积分	149
题型二 不定积分综合题	153
题型三 有关定积分的概念与性质的问题	158
题型四 利用基本方法(牛顿-莱布尼茨公式, 换元积分法, 分部积分法) 计算定积分	160
题型五 对称区间上的积分	164
题型六 涉及变限积分的问题	165
题型七 定积分循环计算法	170

题型八 几类特殊积分问题	171
题型九 反常(广义)积分的计算	174
题型十 定积分等式的证明	178
题型十一 定积分不等式的证明	180
题型十二 定积分的几何(物理)应用	183
题型十三 综合题	188
习题精选四	193
习题精选四参考答案	195
* 第五章 向量代数与空间解析几何	196
§1 知识要点精讲及主要公式与结论	196
§2 典型题型与例题分析	202
题型一 与向量代数有关的计算问题	202
题型二 求平面与直线方程	202
题型三 讨论平面与直线的位置关系	205
题型四 求对称点、投影点及投影曲线	206
题型五 综合题	207
习题精选五	208
习题精选五参考答案	209
第六章 多元函数微分学	210
§1 知识要点精讲及主要公式与结论	210
§2 典型题型与例题分析	219
题型一 基本概念题	219
题型二 求复合函数的偏导数或全微分	221
题型三 求隐函数的偏导数或全微分	223
题型四 已知偏导数,反求函数关系	226
题型五 多元函数的极值和最值问题	227
* 题型六 求多元函数的梯度或方向导数	232
* 题型七 多元函数微分学的几何应用	232
题型八 综合题	234
习题精选六	236
习题精选六参考答案	237
第七章 重积分	239
§1 知识要点精讲	239
§2 重要公式与结论	246

§3 典型题型与例题分析	247
题型一 考查二重积分的基本概念与性质	247
题型二 二重积分的基本计算方法	248
题型三 利用重积分的对称性简化计算	251
题型四 交换积分次序	253
题型五 分区域函数的二重积分	254
题型六 反常(广义)二重积分	256
* 题型七 直角坐标系下计算三重积分(适用于方形区域)	257
* 题型八 利用“先二后一”法(适用于旋转体类型的区域)	257
* 题型九 利用柱面坐标(适用于区域含柱形体的情形)	257
* 题型十 利用球面坐标(适用于区域含球形的情形)	258
题型十一 综合题	258
习题精选七	262
习题精选七参考答案	264
* 第八章 曲线、曲面积分	265
§1 知识要点精讲	265
§2 重要公式与结论	273
§3 典型题型与例题分析	274
题型一 对弧长的曲线积分的计算方法	274
题型二 对坐标的曲线积分的计算方法	275
题型三 对面积的曲面积分的计算方法	280
题型四 对坐标的曲面积分的计算方法	282
题型五 求曲面的面积	286
题型六 求向量场的散度及旋度	288
题型七 综合题	288
习题精选八	291
习题精选八参考答案	293
* 第九章 无穷级数	295
§1 知识要点精讲	295
§2 重要公式与结论	303
§3 典型题型与例题分析	304
题型一 判定常数项级数的收敛性	304
题型二 求函数项级数的收敛域、幂级数的收敛半径和收敛区间	307
题型三 求常数项级数的和及函数项级数的和函数	308
题型四 幂级数的展开	310
题型五 傅里叶级数的展开	311

题型六 综合题	313
习题精选九	315
习题精选九参考答案	317
第十章 常微分方程	318
§1 知识要点精讲	318
§2 基本方法	328
§3 典型题型与例题分析	329
题型一 可化为一阶线性微分方程的求解及全微分方程求解	329
题型二 可化为变量可分离微分方程的求解	332
题型三 可降阶的高阶微分方程	333
题型四 高阶线性微分方程和可化为二阶常系数线性微分方程的求解	335
题型五 综合题与应用题	338
习题精选十	343
习题精选十参考答案	345

第二部分 线性代数

第一章 行列式	349
§1 知识要点精讲	349
§2 难点、疑点解析及重要公式与结论	353
§3 典型题型与例题分析	356
题型一 利用行列式的性质与行(列)展开定理计算行列式	356
题型二 按行(列)展开公式求代数余子式	357
题型三 利用多项式分解因式计算行列式	358
题型四 抽象行列式的计算或证明	359
题型五 n 阶行列式的计算	361
题型六 利用特征值计算行列式	366
题型七 综合题	367
习题精选一	370
习题精选一参考答案	371

第二章 矩阵	372
§1 知识要点精讲	372
§2 难点、疑点解析及重要公式与结论	381
§3 典型题型与例题分析	384
题型一 求数值型矩阵的逆矩阵	384
题型二 A 为抽象矩阵, 讨论 A 的可逆性	387

题型三	考查矩阵运算的特殊性	388
题型四	解矩阵方程	390
题型五	求方阵 A 的高次幂 A^n	393
题型六	利用伴随矩阵 A^* 进行计算或证明	394
题型七	有关初等矩阵的问题	396
题型八	求矩阵的秩	397
题型九	综合题	400
习题精选二		402
习题精选二参考答案		404

第三章 向量 406

§ 1	知识要点精讲	406
§ 2	难点、疑点解析及重要公式与结论	417
§ 3	典型题型与例题分析	419
题型一	判定向量组的线性相关性	419
题型二	把一个向量用一组向量线性表示	425
题型三	求向量组的秩	431
题型四	有关矩阵秩的命题	434
* 题型五	有关向量空间的基本概念题	435
题型六	综合题	437
习题精选三		439
习题精选三参考答案		441

第四章 线性方程组 442

§ 1	知识要点精讲	442
§ 2	难点、疑点解析及重要公式与结论	447
§ 3	典型题型与例题分析	449
题型一	基本概念题(解的判定、性质、结构)	449
题型二	含有参数的线性方程组的求解	451
题型三	抽象线性方程组求解	459
题型四	讨论两个方程组的公共解	461
题型五	讨论两个方程组解之间的关系	465
题型六	已知方程组的解,反求系数矩阵或系数矩阵中的参数	467
题型七	有关基础解系的讨论	468
题型八	有关 $AB = 0$ 的应用	472
题型九	综合题	473
习题精选四		481
习题精选四参考答案		483

第五章 特征值与特征向量	485
§ 1 知识要点精讲	485
§ 2 难点、疑点解析及重要公式与结论	491
§ 3 典型题型与例题分析	493
题型一 数值型矩阵特征值、特征向量的计算	493
题型二 计算抽象矩阵的特征值	495
题型三 特征值、特征向量的逆问题	499
题型四 矩形相似与对角化的讨论	503
题型五 有关实对称矩阵的命题	509
题型六 特征值、特征向量与相似矩阵的应用问题	511
题型七 有关特征值、特征向量的证明问题	516
题型八 综合题	518
习题精选五	523
习题精选五参考答案	526
第六章 二次型	528
§ 1 知识要点精讲	528
§ 2 难点、疑点解析及重要公式与结论	535
§ 3 典型题型与例题分析	536
题型一 基本概念题(二次型的矩阵、秩、正负惯性指数)	536
题型二 化二次型为标准形	537
题型三 有关正定二次型(正定矩阵)命题的证明	544
题型四 综合题	548
习题精选六	551
习题精选六参考答案	553
* 第三部分 概率论与数理统计	
第一章 随机事件与概率	557
§ 1 知识要点精讲	557
§ 2 补充注释与重要结论	562
§ 3 典型题型与例题分析	565
题型一 事件的表示和运算	565
题型二 有关概率基本性质的命题	566
题型三 古典概型与几何概型的概率计算	569
题型四 事件独立性的命题	573
题型五 条件概率与积事件概率的计算	575

题型六 全概率公式和贝叶斯公式概型	579
题型七 伯努利试验	582
题型八 综合题	583
习题精选一	586
习题精选一参考答案	588
第二章 随机变量及其分布	589
§1 知识要点精讲	589
§2 补充注释与重要结论	592
§3 典型题型与例题分析	595
题型一 有关随机变量与分布的基本概念题	595
题型二 求随机变量的分布律与分布函数	599
题型三 已知事件发生的概率,反求事件中的未知参数	605
题型四 利用常见分布求相关事件的概率	607
题型五 求随机变量函数的分布	608
题型六 综合题	614
习题精选二	616
习题精选二参考答案	618
第三章 多维随机变量及其分布	619
§1 知识要点精讲	619
§2 补充注释与重要结论	624
§3 典型题型与例题分析	626
题型一 联合分布、边缘分布与条件分布的计算	626
题型二 已知部分分布律或边缘分布,求联合分布律或相关参数	634
题型三 利用已知分布求相关事件的概率	635
题型四 随机变量函数的分布	637
题型五 随机变量的独立性的讨论	644
题型六 综合题	645
习题精选三	647
习题精选三参考答案	649
第四章 随机变量的数字特征	651
§1 知识要点精讲	651
§2 补充注释与重要结论	654
§3 典型题型与例题分析	655
题型一 期望和方差的计算	655
题型二 随机变量函数的数学期望与方差	659

题型三 有关协方差、相关系数、独立性与相关性的命题	666
题型四 有关数字特征的应用题	671
题型五 综合题	674
习题精选四	676
习题精选四参考答案	678
第五章 大数定律和中心极限定理	679
§ 1 知识要点精讲	679
§ 2 典型题型与例题分析	681
题型一 有关切比雪夫不等式的命题	681
题型二 有关大数定律的命题	683
题型三 有关中心极限定理的命题	684
题型四 综合题	688
习题精选五	689
习题精选五参考答案	690
第六章 数理统计的基本概念	692
§ 1 知识要点精讲	692
§ 2 补充注释与重要结论	698
§ 3 典型题型与例题分析	699
题型一 求样本容量 n , 或与样本均值 $\bar{X}$ 和样本方差 S^2 有关的概率	699
题型二 求统计量的数字特征	700
题型三 求统计量的分布	703
习题精选六	705
习题精选六参考答案	706
第七章 参数估计	707
§ 1 知识要点精讲	707
§ 2 补充注释与重要结论	710
§ 3 典型题型与例题分析	711
题型一 求矩法估计和最大似然估计	711
题型二 估计量评选标准的讨论	718
题型三 参数的区间估计	722
题型四 综合题	724
习题精选七	725
习题精选七参考答案	727
第八章 假设检验	728
§ 1 知识要点精讲	728

§ 2 补充注释与重要结论	730
§ 3 典型题型与例题分析	730
题型一 正态总体未知参数的假设检验	730
题型二 有关两类错误的命题	731
习题精选八	733
习题精选八参考答案	734

PART

ONE

第一部分 **P**ART ONE

高等数学



