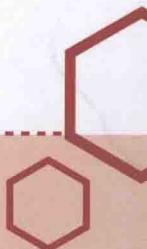
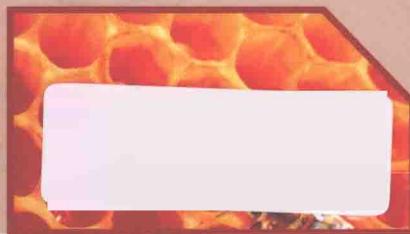


人工蜂群算法及其应用



江铭炎 袁东风 著



科学出版社

人工蜂群算法及其应用

江铭炎 袁东风 著

科学出版社

北京

内 容 简 介

本书系统地描述了人工蜂群算法的理论、流程、发展、参数设置和实现技术及其应用实例，着重强调算法的改进及应用，各种混合算法的性能及与其他群体智能优化算法性能的比较。并给出了实现有关应用实例的 MATLAB 程序设计完整源代码，为读者进一步深入学习、理解和掌握人工蜂群算法提供了方便。

本书适合作为信息、通信、电气、控制、管理等相关专业的高年级本科生和研究生教材，也可作为工程技术人员研究和学习的参考书。

图书在版编目 (CIP) 数据

人工蜂群算法及其应用 / 江铭炎, 袁东风著. —北京: 科学出版社,
2014.11

ISBN 978-7-03-042422-8

I . ①人 … II . ①江 … ②袁 … III. ①计算机算法 - 研究
IV. ①TP301.6

中国版本图书馆 CIP 数据核字 (2014) 第 257340 号

责任编辑: 任 静 赵艳春 / 责任校对: 郭瑞芝

责任印制: 徐晓晨 / 封面设计: 迷底书装

科学出版社出版

北京东黄城根北街 16 号

邮政编码: 100717

<http://www.sciencep.com>

北京厚诚则铭印刷科技有限公司 印刷

科学出版社发行 各地新华书店经销

*

2014 年 11 月第 一 版 开本: 720×1 000 1/16

2014 年 11 月第一次印刷 印张: 18 1/2

字数: 351 000

定价: 75.00 元

(如有印装质量问题, 我社负责调换)

作者简介



江铭炎（1964—），江苏苏州人，博士，山东大学信息科学与工程学院教授，博士生导师。山东省重点学科“信号与信息处理”学术带头人。在国内外核心期刊和重要国际学术会议发表论文 200 余篇，出版著作 5 部。主持国家自然科学基金一项，山东省自然科学基金两项，主持和参与省部级横向项目多项。主要研究方向：智能计算、信号与图像处理、物联网信息与云数据挖掘、计算机网络技术、5G 通信关键技术。



袁东风（1958—），山东济南人，博士，山东大学信息科学与工程学院教授，博士生导师。中国电子学会理事，IEEE 高级会员，IEEE 山东分会主席，山东省电子学会副理事长，山东省信息化专家组副组长，山东大学“信息与通信工程”一级学科博士点学术带头人，山东省“通信与信息系统”省级强化建设重点学科学术带头人，山东省宽带无线通信技术省级重点实验室学术带头人。主持和完成国家自然科学基金三项，山东省自然科学基金重点项目两项，国家和省部级重点横向项目多项。是山东省有突出贡献的中青年专家，享受国务院政府特殊津贴。在国际国内著名期刊和 IEEE 组织的国际会议上发表学术论文 300 余篇，出版著作 4 部。主要研究方向：信息理论与技术、无线通信网络中的跨层优化设计、移动互联网技术、认知无线电网络等。

序

随着科学技术的进步，在工程实践中遇到的问题变得越来越复杂，如何有效解决它们是经常面临的一个问题。采用传统的计算方法来解决这些问题面临计算复杂度高、计算时间长等问题，特别是对一些 NP 类问题，传统优化算法无法在可忍受的时间内求出精确的或满意的解。为在求解时间和求解精度上取得平衡，许多学者提出了很多具有启发式特征的智能优化方法。这些算法或模仿生物界的进化过程，或模仿生物的生理构造和身体机能，或模仿动物的群体行为，或模仿人类的思维、语言和记忆过程的特性，或模仿自然界的物理现象，希望通过模拟大自然和人类的智慧实现对问题的优化求解，在可接受的时间内求解出能够接受的解，这些算法组成了智能优化算法。智能优化算法因其智能性、并行性和鲁棒性，具有很好的自适应性和很强的全局搜索能力，得到了众多研究者的广泛关注，已在算法理论和算法性能方面取得了很多突破性的进展，而且已经被广泛应用于各种领域，在科学的研究和生产实践中发挥着重要的作用。

人工蜂群算法是一种模仿蜂群行为的智能优化算法，随着近年来对其研究和应用的开展，人工蜂群算法得到国内外越来越多的研究者和工程技术人员的关注，并被不断应用于相关科学工程应用领域，取得了有效的成果。山东大学江铭炎教授和袁东风教授撰写的这部《人工蜂群算法及其应用》是国内外首部有关人工蜂群算法理论、研究和应用的一部专著，该书从人工蜂群算法理论研究、性能分析和应用实例等方面进行了介绍，使读者对人工蜂群算法理论和应用有一个初步的认识和了解，书中有关该算法的综述及列出的参考文献可使读者了解该算法的发展过程、研究内容和应用方向，书中的应用实例及提供的 MATLAB 完整的程序设计源代码可使读者掌握这一算法的思想、性能和应用步骤，为了解和研究人工蜂群算法和应用扩展提供了方便。

相信该书的出版对人工蜂群算法的进一步研究和应用会起到重要的促进作用。

中国工程院院士 张明高

2014 年 9 月 17 日

前　　言

优化计算技术是一种以数学为基础，用来求解各种工程问题最优解或满意解的应用技术，而其中的群体智能优化算法已成为优化计算的重要研究方向，国内外众多研究者在不断地研究和探索，使其发展和完善，新的群体智能优化算法不断被提出。有关群体智能优化算法发表的论文数量、网上的信息资源，应用广度和深度近年来得到快速发展，并在优化计算、模式识别、信号与图像处理、自动控制、机械工程、电气工程、通信工程、生物医学工程、经济管理等多领域取得了成功应用。认识、了解和学习群体智能优化算法已成为理工科和管理学科学生、研究学者和工程技术人员的迫切需求；掌握其基本知识并运用群体智能算法解决实际应用中遇到的问题，已成为科研工作者和工程技术人员的必备技能。人工蜂群算法是由土耳其学者 Karaboga 于 2005 年首次提出，是继粒子群算法、蚁群算法、人工鱼群算法之后又一种新的基于动物群体智能的优化算法，目前已成为智能算法的一个重要分支。本书系统地介绍了人工蜂群算法的理论、方法、应用及其程序设计。在总结和研究人工蜂群算法的文章和应用实例的基础上，作者撰写本书的基本思想有以下几个方面。

(1) 人工蜂群算法的提出已有多年时间，这期间其理论和应用得到不断的发展，但至今国内外尚无一部有关这一算法及其应用方面的专著出版，我们期望提供一本系统地介绍人工蜂群算法的理论、方法和应用实例的教学和研究参考书，希望本书既是一本人工蜂群算法的入门书，又是一本含有算法优化发展和引导文献的手册。

(2) 本书的一个主要特色是人工蜂群算法和程序相结合。人工蜂群算法的理论研究需要用编程来验证优化结果的可行性和算法的有效性。书中提供相关章节应用实例的 MATLAB 程序设计实现的完整源代码，利用计算机 MATLAB 语言编程算出结果，有利于对理论的理解和对优化算法过程的深入了解，便于读者既能学习优化算法，了解算法中各个参数及性能的关系和对结果的影响，又能掌握基本优化程序设计。

(3) 目前人工蜂群算法在理论证明和算法应用方面的实例还不是很多，作者尽可能通过一些有特色的实例给出算法的基本思想或解释算法的步骤与细节，使读者对这一算法功能细节有更深入的了解，也便于读者对算法进行验证，从而增加读者对这一算法研究和应用的兴趣。

(4) 本书是作者多年来在对人工蜂群算法及其应用所进行的一系列深入研究的基础上撰写而成的，同时吸收了国内外许多具有代表性的优化方法及最新研究成果。

大量的研究实例和丰富的人工蜂群算法参考文献可使读者通过对这一算法研究和应用进展进行了解，有助于加深对人工蜂群算法的理解和对优化知识的理解，增加优化应用的知识面，快速深刻地对该算法进行认识和掌握，并对今后人工蜂群算法的改进提出建议，使其能得到更进一步的理论研究进展和深入广泛的工程应用。

(5) 本书的实例着重研究了人工蜂群算法和有关优化方法及搜索技术的结合，并注意与其他群体智能优化算法的比较，有助于读者进一步深入了解各种优化算法的机制、差异和优缺点，使读者易于了解算法结合的优势互补。

(6) 全书取材新颖，通俗易懂，深入浅出，注重理论联系实际，力图用直观形象的形式描述蜂群算法的原理、思想及其实现，力图体现国内外在这一算法领域的最新研究成果和应用进展，力图使其成为日后研究和应用人工蜂群算法的学者和技术人员的必备参考手册，并能有助于推动人工蜂群算法得到更深入的研究和广泛的应用。

全书共 7 章，第 1 章为绪论，主要介绍优化算法，几种流行的智能优化算法，并介绍人工蜂群算法应用研究现状及进展。第 2 章主要介绍基本人工蜂群算法，包括基本概念、基本术语、人工蜂基本行为及算法实现。第 3 章主要介绍人工蜂群算法的性能分析及改进，算法的收敛性和鲁棒性及改进性能。第 4 章主要介绍混合蜂群算法，并通过实例进行了验证，说明混合蜂群算法在算法及应用上的有效性。第 5 章主要介绍并行人工蜂群算法。第 6 章主要介绍人工蜂群算法在函数优化中的应用。第 7 章介绍了人工蜂群算法在工程中的应用。书中列举了有关实例的 MATLAB 完整源代码和主要的测试函数，便于读者使用和对蜂群算法性能做进一步深入研究。

本书的许多研究内容得到了近年来国家自然科学基金(60672037, 61201370)、山东省自主创新成果转化重大专项资金(2012CX30202)、山东省自然科学基金(ZR2010FM040)，山东大学自主创新基金(2012DZ038)，山东大学 985 工程学科建设专项资金，中国虹计划协同创新中心专项资金的大力支持，作者在此表示衷心的感谢。真诚感谢中国工程院张明高院士对人工蜂群算法研究的支持并为本书作序。本书在撰写过程中得到了清华大学江铭虎教授、山东大学朱大铭教授的帮助，他们认真阅读了书稿，提出了很好的修改建议；书中有些应用实例来自作者指导的研究生程晓雅、徐昆、徐海东、张振月、江硕等同学的研究工作，谨此致谢。

本书可作为电子、信息、通信、计算机、自动化、控制、机械、水利、交通、能源、管理、生物信息等工程领域及与优化相关专业的师生、研究人员以及工程技术人员的教材和参考书。由于作者水平有限，书中难免出现不妥及疏漏之处，敬请读者批评指正。

江铭炎 袁东风

2014 年 6 月于山东大学

目 录

序

前言

第1章 绪论	1
1.1 最优化问题与最优化方法	1
1.1.1 优化的概念与数学模型	1
1.1.2 最优化问题与方法的分类	3
1.1.3 最优化问题的复杂性及 NP 理论	4
1.2 最优化算法的研究与发展	5
1.3 群体智能优化算法概述	7
1.4 几种群体智能优化算法简介	8
1.4.1 标准遗传算法	8
1.4.2 粒子群算法	10
1.4.3 蚁群算法	12
1.4.4 人工鱼群算法	14
1.5 人工蜂群算法研究与应用概述	16
1.5.1 人工蜂群算法的提出与改进	16
1.5.2 人工蜂群算法与其他算法的融合	19
1.5.3 人工蜂群算法在多领域中的应用	21
1.5.4 人工蜂群算法总结	29
1.6 本章小结	30
参考文献	30
第2章 基本人工蜂群算法	47
2.1 人工蜂群算法基本概念	47
2.2 人工蜂群算法实现步骤	53
2.3 人工蜂群算法搜索策略分析	56
2.4 应用实例：基本测试函数的优化	56
2.5 人工蜂群算法的特点及参数设置	57
2.6 MATLAB 程序设计	58
2.7 本章小结	62

参考文献	63
第3章 人工蜂群算法的性能分析与改进	66
3.1 人工蜂群算法收敛性证明	66
3.1.1 人工蜂群算法的Markov链模型	66
3.1.2 人工蜂群算法收敛性证明	68
3.2 人工蜂群算法参数对优化结果的影响分析	71
3.3 整数人工蜂群算法	72
3.3.1 整数优化的人工蜂群算法	72
3.3.2 实验结果与分析	72
3.4 量子人工蜂群算法	74
3.4.1 量子计算	74
3.4.2 量子人工蜂群算法	74
3.4.3 实验结果与分析	77
3.5 小生境人工蜂群算法	78
3.5.1 小生境技术	78
3.5.2 小生境人工蜂群算法	79
3.5.3 实验结果与分析	80
3.6 全局人工蜂群算法	83
3.6.1 基本人工蜂群算法的不足	83
3.6.2 全局人工蜂群算法	84
3.6.3 实验结果与分析	86
3.7 MATLAB程序设计	89
3.8 本章小结	94
参考文献	94
第4章 混合蜂群算法	97
4.1 基于量子和高斯分布的改进人工蜂群算法	97
4.1.1 量子和高斯分布的改进蜂群算法	97
4.1.2 实验结果与分析	98
4.2 禁忌搜索-蜂群混合优化算法	100
4.2.1 禁忌搜索	100
4.2.2 禁忌搜索蜂群算法	101
4.2.3 实验结果与分析	103
4.3 模拟退火-蜂群混合优化算法	106
4.3.1 模拟退火算法	106

4.3.2 模拟退火蜂群算法	108
4.3.3 实验结果与分析.....	109
4.4 基于高斯变异和混沌扰动的人工蜂群算法	110
4.4.1 高斯变异和混沌扰动的人工蜂群算法	111
4.4.2 算法流程	113
4.4.3 实验结果与分析.....	113
4.5 基于 copula 分布估计的改进人工蜂群算法.....	115
4.5.1 分布估计算法	115
4.5.2 阿基米德 copula 分布估计算法	116
4.5.3 基于阿基米德 copula 分布估计算法改进的 ABC 算法	119
4.5.4 实验设计	122
4.5.5 实验结果与分析.....	125
4.6 差分进化-蜂群混合优化算法	126
4.6.1 差分进化算法	126
4.6.2 差分进化蜂群算法	129
4.6.3 差分与蜂群融合算法	131
4.6.4 差分和蜂群算法结合分析	133
4.7 本章小结	134
参考文献	134
第 5 章 并行人工蜂群算法	137
5.1 算法并行性的分析.....	137
5.1.1 自然界存在的并行性	137
5.1.2 遗传算法并行性的分析.....	137
5.1.3 模拟退火算法并行性的分析	138
5.1.4 人工蜂群算法并行性的分析	138
5.2 并行人工蜂群算法的介绍	139
5.2.1 粗粒度并行算法.....	139
5.2.2 细粒度并行算法.....	139
5.2.3 主从式并行算法.....	140
5.2.4 算法并行策略的选择	141
5.3 基于 MPI 实现并行多集群并行计算	141
5.3.1 MPI 的概念	141
5.3.2 MPI 函数参数说明	142
5.3.3 常用的 MPI 编程函数	143

5.3.4 MPI 编写进化计算算法.....	144
5.4 并行人工蜂群算法求解高维函数最优化的问题.....	147
5.4.1 问题概述	147
5.4.2 典型高维函数	147
5.4.3 并行人工蜂群算法求解方法概述与硬件环境配置	148
5.4.4 并行人工蜂群算法求解具体步骤.....	148
5.4.5 实验结果与分析.....	150
5.5 改进并行人工蜂群算法求解旅行商问题	151
5.5.1 问题简介	151
5.5.2 旅行商问题的描述	152
5.5.3 并行人工蜂群算法的建模策略.....	152
5.5.4 并行人工蜂群算法的步骤	152
5.5.5 实验结果与分析.....	153
5.6 本章小结	153
参考文献	154
第 6 章 人工蜂群算法在函数优化中的应用	155
6.1 无约束优化测试函数	155
6.2 有约束优化测试函数	156
6.3 多目标优化测试函数	157
6.3.1 多目标优化问题.....	157
6.3.2 多目标优化评价指标	158
6.3.3 基于人工蜂群算法的多目标优化.....	160
6.3.4 仿真结果与分析.....	161
6.4 动态优化测试函数	163
6.4.1 动态优化问题中蜂群算法的搜索策略	164
6.4.2 动态优化的性能评价与分析	164
6.4.3 蜂群算法实现动态目标函数优化	165
6.4.4 动态环境下多模函数的寻优	168
6.5 MATLAB 程序设计	169
6.6 本章小结	179
参考文献	179
第 7 章 人工蜂群算法在工程中的应用	181
7.1 图像边缘检测和图像增强	181
7.1.1 图像边缘检测	181

7.1.2 图像增强	185
7.2 神经网络参数优化.....	188
7.2.1 PCNN 模型.....	189
7.2.2 基于 ABC-PCNN 模型的图像分割.....	191
7.2.3 实验结果与分析.....	192
7.3 基于蜂群算法的聚类.....	193
7.3.1 K 均值聚类	193
7.3.2 基于蜂群算法的 K 均值聚类	194
7.3.3 模糊 C-均值图像分割算法.....	195
7.3.4 实验结果与分析.....	197
7.4 人脸识别	198
7.4.1 人工蜂群算法中改进的自适应步长	198
7.4.2 基于改进人工蜂群算法的人脸识别	198
7.4.3 实验结果与分析.....	199
7.5 鲁棒 PID 控制器设计	200
7.5.1 PID 控制器理论及性能指标.....	201
7.5.2 鲁棒 PID 控制器的设计	202
7.5.3 实验结果与分析.....	204
7.6 波束成型技术	205
7.6.1 问题的提出	205
7.6.2 阵列天线信号模型	206
7.6.3 基于人工蜂群算法的波束图综合.....	206
7.6.4 实验结果与分析.....	207
7.7 车间工件调度问题.....	208
7.7.1 车间工件调度问题	208
7.7.2 自适应变步长人工蜂群算法	210
7.7.3 车间工件调度算法及步骤	211
7.7.4 实验结果与分析.....	211
7.8 智能交通优化调度.....	214
7.8.1 公交车调度模型.....	214
7.8.2 设计实现步骤	216
7.8.3 实验结果与分析.....	217
7.9 电力系统优化调度.....	219
7.9.1 电力系统调度模型	219
7.9.2 设计实现步骤	221

7.9.3	实验结果与分析	221
7.10	无线传感器网络覆盖优化	223
7.10.1	无线传感器网络的覆盖问题	223
7.10.2	无线传感器网络的连通问题	224
7.10.3	无线传感器网络动态部署	224
7.10.4	实验结果与分析	228
7.11	鲁棒通信定位	230
7.11.1	定位算法	230
7.11.2	设计实现步骤	231
7.11.3	实验结果与分析	232
7.12	通信基站建站费用最小问题	233
7.12.1	最小费用问题	233
7.12.2	设计实现步骤	235
7.12.3	实验结果与分析	237
7.13	电视监控最优布网	237
7.13.1	电视监控优化模型	237
7.13.2	设计实现步骤	240
7.13.3	实验结果与分析	241
7.14	三维路径规划	242
7.14.1	路径规划问题	242
7.14.2	设计实现步骤	246
7.14.3	实验结果与分析	247
7.15	多聚焦图像融合	249
7.15.1	图像融合	249
7.15.2	小波变换	249
7.15.3	多聚焦图像融合实现	250
7.15.4	实验结果与分析	251
7.16	旅行商问题	251
7.16.1	旅行商问题概述	251
7.16.2	设计实现步骤	252
7.16.3	实验结果与分析	253
7.17	认知无线电频谱分配	255
7.17.1	认知无线电中的频谱分配	255
7.17.2	图论模型的数学描述	255
7.17.3	实验结果与分析	257

7.18 MATLAB 程序设计	259
7.19 本章小结	264
参考文献	264
附录 A 常用术语英汉对照表	268
附录 B 测试函数集	270
附录 C 人工蜂群算法相关网站	278

第1章 緒論

1.1 最优化问题与最优化方法

1.1.1 优化的概念与数学模型

在现实生活中许多重要问题都涉及从众多方案中选取一个最佳方案，人们在分析问题并做出决策时，都要用一种标准衡量一下是否达到了最优。在科学实验、生产技术改进、工程设计、生产计划管理以及社会经济问题中，人们总希望采取种种措施，以便在有限资源的条件下或规定的约束条件下得到最满意的效果，这就引出了优化问题。

所谓优化问题，就是在满足一定的约束条件下，寻找一组参数值，使系统（或函数）的某些最优性度量得到满足，使系统的某些性能指标达到最大或最小^[1]。优化问题根据目标函数、约束函数的性质以及优化变量的取值等可以分成许多类型，根据性质的不同，每一种类型的最优化问题都有其特定的求解方法。解决优化问题的主要手段就是建立数学模型^[2]，求解最优策略。不失一般性，设所考虑的优化问题为

$$\min \sigma = f(X) \quad (1.1)$$

$$\text{s.t. } X \in S = \{X \mid g_i(X) \leq 0, i=1, \dots, m\}$$

式中， $\sigma = f(X)$ 为目标函数， $g_i(X)$ 为约束函数， S 为约束域， X 为 n 维优化变量。当 X 为连续变量时，最优化问题为函数优化问题；当 X 为离散取值时，最优化问题称为组合优化问题。也有许多问题的数学模型表现为混合类型，即决策变量 X 部分为连续型，部分为离散型。通常，最大化问题很容易转换为最小化问题 [$\sigma = -f(X)$]，对于 $g_i(X) \geq 0$ 的约束也可转换为 $-g_i(X) \leq 0$ 的约束，所以式(1.1)所描述的优化问题不失一般性。

当 $f(X)$ 、 $g_i(X)$ 为线性函数，且 $X \geq 0$ 时，上述优化问题即为线性规划问题，其求解方法有成熟的单纯形法和卡马卡（Karmarkar）方法。

当 $f(X)$ 、 $g_i(X)$ 中至少有一个函数为非线性函数时，上述问题即为非线性规划问题。非线性规划问题相当复杂，其求解方法多种多样，但到目前为止仍然没有一种有效的适合解决所有非线性规划问题的方法。

当优化变量 X 仅取整数值时，上述问题即为整数规划问题，特别是当 X 仅能取 0 或 1 时，上述问题即为 0-1 规划问题。由于整数规划问题属于组合优化范畴，其计算量随变量维数的增长呈现指数增长，所以存在着维数灾难问题。

当 $g_i(X) \leq 0 (i=1, \dots, m)$ 所限制的约束空间为整个 n 维欧氏空间, 即 \mathbf{R}^n 时, 上述优化问题为无约束优化问题, 即

$$\min \sigma = f(X) \quad (1.2)$$

式中, $X \in S \subset \mathbf{R}^n$ 。

对于非线性规划问题(包括无约束优化问题和约束优化问题), 函数的非线性使问题的求解变得十分困难, 特别是当目标函数在约束域内存在多峰值时, 常见的非线性问题优化方法的解与初值的选择关系很大。也就是说, 一般的约束或无约束非线性优化方法均是求目标函数在约束域内的近似极值点, 而非真正的极值点。

上述优化问题是单目标优化问题, 但在实际应用中普遍存在着多目标的优化问题, 当考虑 m 个目标时, 此类问题可描述为

$$\min \{F(X) = (f_1(X), f_2(X), \dots, f_m(X))\} \quad (1.3)$$

$$\text{s.t. } X \in S = \{X \mid g_i(X) \leq 0, i=1, \dots, m\}$$

式中, $F(X)$ 为优化目标向量, $g_i(X)$ 为约束函数, X 为决策变量。对于多目标优化问题, 所包含的不同目标函数之间往往存在着一定的矛盾冲突, 因此在求解过程中, 很难在问题的约束域 S 中找到一个解向量, 能够使得 m 个目标同时达到最优值。

若式(1.1)或式(1.3)约束条件中还包含最优化问题, 那么该优化问题就是一个双层(bilevel)优化问题。没有特别说明的最优化问题一般指单层单目标优化问题, 对于多目标优化问题和双层优化问题, 常用的策略是转化为单层单目标优化问题。

优化问题的解包括全局最优解和局部最优解, 有些优化问题如 NP(Non-Polynomial) 类问题只能取得局部最优解或次优解。

自然科学和社会科学中的大量问题可归结为求一个全局优化问题的解, 其数学模型如下^[3]。

给定一个函数 $f: S \subseteq \mathbf{R}^n \rightarrow R, S \neq \emptyset$, 对于 $x^* \in S$, 值 $f^* := f(x^*) > -\infty$ 称为全局最小, 当且仅当

$$\forall x \in S: f(x^*) \leq f(x) \quad (1.4)$$

则 x^* 是一个全局最小点, f 是目标函数, 集合 S 是可行区域。确定一个全局最小点的问题称为全局最小优化问题; 反之, 如果是求一个全局最大点, 则称为全局最大优化问题。

若当 $f: B \subset S \subseteq \mathbf{R}^n \rightarrow R, B \neq \emptyset$ 时, 有 $\forall x \in B: f(x_B^*) \leq f(x)$, 则 x_B^* 是一个局部极小点。

常见的优化方法大多为局部优化方法, 都是从一个初始点出发, 依据一定方法寻找使目标函数得到改善的下一个更优解, 直至满足某种准则后停止。对于目标函数, 为凸函数且约束域为凸域的所谓凸优化问题, 局部最优和全局最优等效。而

对于非凸问题，其局部最优与全局最优会有偏差，对有些优化问题可能相差甚远。由式(1.4)可见，每一个优化问题都包含以下基本要素^[4]。

(1)一个目标函数：代表那个需要优化的量，即需要被最大化或最小化的量，令 f 代表目标函数。

(2)一组未知数或者变量：它们影响目标函数的值，若 x 代表未知数，则 $f(x)$ 度量了候选解 x 的质量。

(3)一组约束条件：它们约束着那些可以被赋予未知数的值。

1.1.2 最优化问题与方法的分类

优化问题可粗分为函数优化问题和组合优化问题两大类，其中函数优化的对象是一定区间内的连续变量，而组合优化的对象则是解空间中的离散状态。

对优化问题的分类有许多种，通常有如下不同的分类方法^[5]。

(1)按是否有约束分类：取决于问题中有无约束，可分为有约束问题和无约束问题两种。

(2)按目标函数及约束函数特性分类：可分为线性规划、非线性规划、几何规划、整数规划和二次规划问题等。

(3)按计算复杂性分类：可分为P问题、NP问题、NP难问题和NP完全问题等。

(4)按所包含变量确定性的性质分类：可分为确定性规划问题和随机规划问题。

(5)按目标函数与约束函数的可分离性分类：可分为不可分离问题和可分离问题。

根据最优化问题中的变量、约束、目标、问题性质、时间因素和函数关系等不同情况，优化问题可分为如表1.1所示的多种类型^[6]。

表1.1 最优化问题的分类

分类	变量个数	变量性质	约束条件	极值个数	目标个数	函数关系	问题性质	时间变化
类型	单变量	连续	无约束	单峰	单目标	线性	确定性	静态
	—	离散	—	—	—	—	随机性	—
	多变量	混合	有约束	多峰	多目标	非线性	模糊性	动态

根据优化问题的特性，优化方法主要可分为以下几类^[4]。

(1)无约束方法：用来优化无约束问题。

(2)约束方法：用于在约束搜索空间中寻找解。

(3)多目标优化方法：用在有多个目标需要优化的问题中。

(4)多解(小生境)方法：可以找到多个极值解。

(5)动态方法：能够找到并跟踪变化的最优值。