



2013全国硕士研究生入学统一考试

## 农学门类联考辅导丛书

# 数 学

## 历年真题与全真模拟题解析

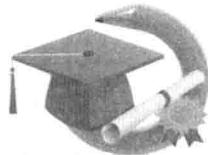
王来生 ◎ 主编  
(第3版)

立足大纲 把握规律 模拟演练 预测指导  
名校真题 集锦荟萃 考前练兵 查缺补漏



中国农业大学出版社

ZHONGGUONONGYEDAXUE CHUBANSHE



2013全国硕士研究生入学统一考试

# 农学门类联考辅导丛书

# 数 学

## 历年真题与全真模拟题解析

王来生 ◎ 主编  
(第3版)

立足大纲 把握规律 模拟演练 预测指导

名校真题

查缺补漏



中国农业大学出版社

ZHONGGUONONGYEDAXUE CHUBANSHE

· 北京 ·

## 图书在版编目(CIP)数据

数学历年真题与全真模拟题解析/王来生主编. —3 版. —北京:中国农业大学出版社,  
2012. 8

ISBN 978-7-5655-0549-2

I. ①数… II. ①王… III. ①高等数学-研究生-入学考试-解题 IV. ①O13-44

中国版本图书馆 CIP 数据核字(2012)第 118722 号

书 名 数学历年真题与全真模拟题解析

作 者 王来生 主编

策 划 编辑 张蕊 丛晓红 席清

责 任 编辑 张玉

封 面 设计 郑川

责 任 校 对 王晓凤 陈莹

出 版 发 行 中国农业大学出版社

邮 政 编 码 100193

社 址 北京市海淀区圆明园西路 2 号

读 者 服 务 部 010-62732336

电 话 发行部 010-62818525,8625

出 版 部 010-62733440

编 辑 部 010-62732617,2618

e-mail cbsszs@cau.edu.cn

网 址 <http://www.cau.edu.cn/caup>

经 销 新华书店

印 刷 涿州市星河印刷有限公司

版 次 2012 年 8 月第 3 版 2012 年 8 月第 1 次印刷

规 格 787×1092 16 开本 9.5 印张 226 千字

定 价 18.00 元

图书如有质量问题本社发行部负责调换

**主 编** 王来生(中国农业大学)  
**副主编** 王云诚(山东农业大学)  
张良云(南京农业大学)  
介跃建(中国农业大学)  
陈 静(中国农业大学)  
周志坚(中国农业大学)  
杨丽明(中国农业大学)  
徐义田(中国农业大学)  
甄 苓(中国农业大学)  
曾善玉(中国农业大学)

# 出版说明

2013年《全国硕士研究生入学统一考试农学门类联考辅导丛书》又要和广大考生见面了。本版辅导丛书是以教育部最新《联考考试大纲》为依据,分析了往年农学门类联考试题及考试情况,征询了有关权威专家的意见和建议,充分吸纳各有关高校辅导老师的教学经验,以前5版为基础,经过必要的扩充和修改而成的。

为更好地帮助2013年参加全国农学门类硕士研究生入学统一考试的考生系统地复习和备考,我们根据考生复习备考的通常做法,按照基础知识的复习及知识的梳理与归纳、冲刺模拟训练等不同阶段分别精心组织编写了“复习指南暨习题解析”和“历年真题与全真模拟题解析”两个系列的辅导书。

“复习指南暨习题解析”系列辅导书,主要是依据考纲对知识点进行全面阐述和总结梳理,按照数学(含高等数学、线性代数、概率论与数理统计)、化学(含无机及分析化学、有机化学)、动物生理学、植物生理学、生物化学5个科目分别组织编写和出版。其中,对重点难点进行详细的剖析,对疑点作了详尽的解释;对考点要点、重要公式和结论也都一一总结和梳理;对例题进行详解,每个步骤做到详细、不缺步跳步,便于考生理解和熟悉解题思路;每章节后还附有一定量的习题,对复习内容及时进行训练和巩固。

“历年真题与全真模拟题解析”系列辅导书,是考生在冲刺阶段的复习用书,采取历年真题加模拟题的训练和解析的模式编写。真题部分包含了2008—2012年5年统考试题,其中包含了诸多有价值的信息,例如出题角度、试题题型、内容的涵盖面以及出题规律等。考生可以通过这部分的演练进一步掌握命题规律,查缺补漏,了解考研试题的解答方式、得分点以及解题的技巧,达到“观千剑而后识器”的目的。模拟题针对考生在复习阶段出现的问题,从考研热考内容和重点题型中多角度设计题目,旨在冲刺阶段进行考前摸底与练兵,增强考生在应试中的变通能力。

为了编好这套书,我们邀请了学术水平高、治学严谨、经验丰富、权威性强的知名专家学者担当主编,编写队伍汇聚了教育部直属的5所国家重点农林高校和多所省属重点高校常年从事相关学科教学的骨干教师和考研辅导专家,其中大多是往年负责或参加研究生考试命题和阅卷工作的。各位编写人员本着为考生着想、对教学负责的态度,牺牲了大量休息时间,反复斟酌拿捏内容的广度和深度,把握例题、习题和模拟题的代表性,尽心尽力从考生的角度去组织内容和体系。这种高度的责任心和奉献精神使我们深受感动,在此向他们表示诚挚的感谢和崇高的敬意!

自该套丛书出版发行以来,受到农学门类考生的格外青睐。这既是在全国范围内率先正式出版发行、最系统全面的农学门类考研辅导书,同时也是目前权威性高、适用性广、实用性强的考研宝典。我们真诚地希望考生能通过这套丛书的学习和引导,熟悉各科考试大纲,温习贯

通考试内容,巩固和掌握所学知识,提高解题能力和应试技巧。同时,希望本丛书也能成为大学生在校学习有关课程的好帮手、好伙伴。

尽管我们本着帮助考生更好地系统复习和备考的良好愿望,尽力组织编写好和出版好这套书,但仍不免有疏漏之处,恳请各位同学及老师们批评指正,以利我们今后不断地改进和提高。

最后,预祝各位考生取得好成绩!

中国农业大学出版社

2012年8月

# 前　　言

为了帮助农学门类考生系统地复习和备考,从 2010 年开始,我们精心组织编写《数学历年真题与全真模拟题解析》考研冲刺用书,自出版以来,深得考研学子的喜爱。

本书由两部分内容组成,第一部分是 12 套考研模拟试题,同时附有参考答案,并进行了详解,建议考生先做模拟试题,然后再看参考答案;第二部分给出历年统考的考研真题,供同学复习时参考。

由于时间紧,编写人员水平所限,书中缺点和错误在所难免,敬请广大读者和同仁指正。

祝考生考研成功!

编　者

2012 年 8 月

# 目 录

## 全真模拟试题及解析

模拟试题一	3
模拟试题二	6
模拟试题三	9
模拟试题四	12
模拟试题五	15
模拟试题六	18
模拟试题七	20
模拟试题八	23
模拟试题九	26
模拟试题十	29
模拟试题十一	32
模拟试题十二	35
模拟试题一参考答案及解析	38
模拟试题二参考答案及解析	43
模拟试题三参考答案及解析	48
模拟试题四参考答案及解析	53
模拟试题五参考答案及解析	57
模拟试题六参考答案及解析	61
模拟试题七参考答案及解析	66
模拟试题八参考答案及解析	71
模拟试题九参考答案及解析	76
模拟试题十参考答案及解析	82
模拟试题十一参考答案及解析	88
模拟试题十二参考答案及解析	92

## 历年真题及解析

2008年全国硕士研究生入学统一考试农学门类联考数学试题	99
2008年全国硕士研究生入学统一考试农学门类联考数学试题参考答案及解析	102
2009年全国硕士研究生入学统一考试农学门类联考数学试题	106
2009年全国硕士研究生入学统一考试农学门类联考数学试题参考答案及解析	109

2010 年全国硕士研究生入学统一考试农学门类联考数学试题	115
2010 年全国硕士研究生入学统一考试农学门类联考数学试题参考答案及解析	118
2011 年全国硕士研究生入学统一考试农学门类联考数学试题	124
2011 年全国硕士研究生入学统一考试农学门类联考数学试题参考答案及解析	127
2012 年全国硕士研究生入学统一考试农学门类联考数学试题	133
2012 年全国硕士研究生入学统一考试农学门类联考数学试题参考答案及解析	136

# 全真模拟试题及解析



# 模拟试题一

一、选择题：1~8 小题，每小题 4 分，共 32 分。下列每题给出的四个选项中，只有一个选项是符合题目要求的。请将所选项前的字母填在括号内。

- (1) 当  $x \rightarrow 0^+$  时，与  $\sqrt{x}$  等价的无穷小量是( )。  
(A)  $1 - e^{\sqrt{x}}$ .  
(B)  $\ln(1 + \sqrt{x})$ .  
(C)  $\sqrt{1 + \sqrt{x}} - 1$ .  
(D)  $1 - \cos \sqrt{x}$ .
- (2) 函数  $y = \sqrt[3]{x^2}$  的单调增区间是( )。  
(A)  $(-\infty, +\infty)$ .  
(B)  $[0, +\infty)$ .  
(C)  $(-\infty, 0]$ .  
(D) 不存在单调区间.
- (3) 设  $f'(x_0) = f''(x_0) = 0, f'''(x_0) > 0$ ，则下列选项中正确的是( )。  
(A)  $f'(x_0)$  是  $f'(x)$  的极大值.  
(B)  $f(x_0)$  是  $f(x)$  的极大值.  
(C)  $f(x_0)$  是  $f(x)$  的极小值.  
(D) 点  $(x_0, f(x_0))$  是曲线  $y = f(x)$  的拐点.
- (4) 积分  $I_1 = \iint_D \ln(x+y) d\sigma, I_2 = \iint_D (x+y)^2 d\sigma, I_3 = \iint_D (x+y) d\sigma$  的大小是( )，其中  $D$  是由直线  $x = 0, y = 0, x + y = \frac{1}{2}$  和  $x + y = 1$  所围成的区域。  
(A)  $I_1 \leq I_2 \leq I_3$ .  
(B)  $I_1 \leq I_3 \leq I_2$ .  
(C)  $I_2 \leq I_1 \leq I_3$ .  
(D)  $I_3 \leq I_2 \leq I_1$ .
- (5) 设  $\mathbf{A}, \mathbf{B}$  均为  $n$  阶矩阵，满足  $\mathbf{AB} = \mathbf{0}$ ，若  $R(\mathbf{A}) = n-1$ ，则( )。  
(A)  $R(\mathbf{B}) = 1$ .  
(B)  $R(\mathbf{B}) < 1$ .  
(C)  $R(\mathbf{B}) \leq 1$ .  
(D)  $R(\mathbf{B}) \geq 1$ .
- (6) 设  $\mathbf{A}$  为  $n$  阶方阵，则下列( )不成立。  
(A) 若  $\mathbf{A}$  可逆，则矩阵  $\mathbf{A}$  的属于特征值  $\lambda$  的特征向量也是矩阵  $\mathbf{A}^{-1}$  的属于特征值  $\frac{1}{\lambda}$  的特征值.  
(B)  $\mathbf{A}$  的全部特征向量为方程  $(\lambda \mathbf{E} - \mathbf{A}) \mathbf{x} = \mathbf{0}$  的全部解.  
(C) 若  $\mathbf{A}$  存在属于特征值  $\lambda$  的  $n$  个线性无关的特征向量，则  $\mathbf{A} = \lambda \mathbf{E}$ .  
(D)  $\mathbf{A}$  与其转置矩阵  $\mathbf{A}^T$  有相同的特征值.
- (7) 设有二维随机变量  $(X, Y)$ ，已知  $D(X) = 9, D(Y) = 4, X, Y$  的相关系数为  $\rho_{XY} = \frac{1}{3}$ ，则  $D(X-Y) = ( )$ 。  
(A) 15.  
(B) 9.  
(C) 13.  
(D) 5.
- (8) 设  $X \sim N(1, 2^2)$ ,  $X_1, X_2, \dots, X_n$  为  $X$  的样本，则( )。  
(A)  $\frac{\bar{X}-1}{2} \sim N(0, 1)$ .  
(B)  $\frac{\bar{X}-1}{4} \sim N(0, 1)$ .

(C)  $\frac{\bar{X}-1}{\frac{2}{\sqrt{n}}} \sim N(0,1)$ .

(D)  $\frac{\bar{X}-1}{\sqrt{2}} \sim N(0,1)$ .

**二、填空题:9~14 小题,每小题 4 分,共 24 分.请将答案写在题目中的横线上.**

(9)  $\lim_{x \rightarrow +\infty} x(a^{\frac{1}{x}} - b^{\frac{1}{x}}) (a, b > 0) = \underline{\hspace{2cm}}$ .

(10)  $y = \frac{1}{x} + \ln(1+e^x)$  的水平渐近线的方程为  $y = \underline{\hspace{2cm}}$ .

(11) 设有长为 12 厘米的非均匀杆 AB, AM 部分的质量与动点 M 到端点 A 的距离 x 的平方成正比, 杆的全部质量为 360 克. 则杆的质量表达式  $m(x) = \underline{\hspace{2cm}}$ , 杆在任一点 M 处的线密度  $\rho(x) = \underline{\hspace{2cm}}$ .

(12) 设  $z = a^{\sqrt{x^2 - y^2}}$ , 其中  $a > 0, a \neq 1$ , 则全微分  $dz = \underline{\hspace{2cm}}$ .

(13) 设  $A$  为 3 阶矩阵,  $A^*$  为其伴随矩阵,  $|A| = 2$ , 则  $\|2A|A^*\| = \underline{\hspace{2cm}}$ .

(14) 设事件  $A, B$  的概率分别为  $\frac{1}{4}, \frac{1}{2}$ , 当  $A$  与  $B$  独立时,  $P(B\bar{A}) = \underline{\hspace{2cm}}$ .

**三、解答题:15~23 小题,共 94 分. 解答应写出文字说明、证明过程或演算步骤.**

(15)(本题满分 10 分)

已知  $y = \int_1^{1+\sin x} (1 + e^{\frac{1}{u}}) du$ , 其中  $t = t(x)$  由  $\begin{cases} x = \cos 2v \\ t = \sin v \end{cases}$  确定, 求  $\frac{dy}{dx}$ .

(16)(本题满分 10 分)

设函数  $f(x)$  在  $(-\infty, +\infty)$  内满足  $f(x) = f(x - \pi) + \sin x$ , 且  $f(x) = x, x \in [0, \pi]$ ,

计算定积分  $I = \int_{\pi}^{3\pi} f(x) dx$ .

(17)(本题满分 11 分)

设函数  $y = y(x)$  由方程  $y \ln y - x + y = 0$  确定, 试判断曲线  $y = y(x)$  在点  $(1, 1)$  附近的凹凸性.

(18)(本题满分 11 分)

设  $D = \{(x, y) \mid |x| + |y| \leq 1\}$ , 计算二重积分  $I = \iint_D (x + |y|) dx dy$ .

(19)(本题满分 10 分)

设  $x \in (-\infty, +\infty)$ , 证明:  $1 + x \ln(x + \sqrt{1+x^2}) \geq \sqrt{1+x^2}$ .

(20)(本题满分 10 分)

设 3 阶方阵  $A$  的特征值为  $1, 0, -1$ , 对应的特征向量为

$$\alpha_1 = (1, 2, 2)^T, \alpha_2 = (2, -2, 1)^T, \alpha_3 = (-2, -1, 2)^T.$$

(I) 求方阵  $A$ ;

(II) 令  $P = [-2\alpha_2, 3\alpha_3, \alpha_1]$ , 求  $P^{-1}AP$ .

(21)(本题满分 11 分)

设  $\lambda_1, \lambda_2, \lambda_3$  为三阶方阵  $A$  的三个不同的特征值, 相应的特征向量依次为  $\alpha_1, \alpha_2, \alpha_3$ , 令  $\beta = \alpha_1 + \alpha_2 + \alpha_3$ , 试证  $\beta, A\beta, A^2\beta$  线性无关.

(22)(本题满分 10 分)

设二维随机变量 $(X,Y)$ 在曲线 $y=x^2$ 与 $x=y^2$ 所围成的区域 $D$ 中服从均匀分布,求

(I)  $(X,Y)$ 的联合密度函数;

(II)  $X,Y$ 边缘密度函数 $f_X(x), f_Y(y)$ ,并判断 $X,Y$ 是否相互独立;

(III)  $P\{Y \leq X\}$ .

(23)(本题满分 11 分)

设二维随机变量 $(X,Y)$ 在区域 $D: 0 < x < 1, |y| < x$ 内服从均匀分布,求关于 $X$ 的边缘密度函数及随机变量 $Z=2X+1$ 的方差 $D(Z)$ .

## 模拟试题二

一、选择题：1~8 小题，每小题 4 分，共 32 分。下列每题给出的四个选项中，只有一个选项是符合题目要求的。请将所选项前的字母填在括号内。

(1) 设函数  $f(x) = \frac{1}{e^{x-1} - 1}$ , 则( )。

- (A)  $x=0, x=1$  都是  $f(x)$  的第一类间断点。  
(B)  $x=0, x=1$  都是  $f(x)$  的第二类间断点。  
(C)  $x=0$  是  $f(x)$  的第一类间断点,  $x=1$  是  $f(x)$  的第二类间断点。  
(D)  $x=0$  是  $f(x)$  的第二类间断点,  $x=1$  是  $f(x)$  的第一类间断点。

(2)  $\int_0^{+\infty} e^{-x^2} dx = ( )$ .

- (A)  $\sqrt{2\pi}$ . (B)  $\frac{\sqrt{2\pi}}{2}$ . (C)  $\frac{\sqrt{\pi}}{2}$ . (D)  $2\sqrt{\pi}$ .

(3) 二元函数  $f(x, y)$  在点  $(0, 0)$  处可微的一个充分条件是( )。

- (A)  $\lim_{(x,y) \rightarrow (0,0)} [f(x, y) - f(0, 0)] = 0$ .  
(B)  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{f(x, 0) - f(0, 0)}{x} = 0$ , 且  $\lim_{y \rightarrow 0} \frac{f(0, y) - f(0, 0)}{y} = 0$ .  
(C)  $\lim_{(x,y) \rightarrow (0,0)} \frac{f(x, y) - f(0, 0)}{\sqrt{x^2 + y^2}} = 0$ .  
(D)  $\lim_{x \rightarrow 0} [f'_x(x, 0) - f'_x(0, 0)] = 0$ , 且  $\lim_{y \rightarrow 0} [f'_y(0, y) - f'_y(0, 0)] = 0$ .

(4) 函数  $f(x)$  二阶可导,  $f'(x_0) = f''(x_0) = 0$ ,  $f'''(x_0) \neq 0$  则( )。

- (A)  $x_0$  是函数  $y = f(x)$  的极值点,  $(x_0, f(x_0))$  不是曲线  $y = f(x)$  的拐点。  
(B)  $x_0$  不是函数  $y = f(x)$  的极值点,  $(x_0, f(x_0))$  是曲线  $y = f(x)$  的拐点。  
(C)  $x_0$  是函数  $y = f(x)$  的极值点,  $(x_0, f(x_0))$  是曲线  $y = f(x)$  的拐点。  
(D)  $x_0$  不是函数  $y = f(x)$  的极值点,  $(x_0, f(x_0))$  也不是曲线  $y = f(x)$  的拐点。

(5) 与对角阵  $A = \begin{pmatrix} -1 & 0 \\ 0 & 6 \end{pmatrix}$  相似的矩阵是( )。

- (A)  $\begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 3 & 5 \end{pmatrix}$ . (B)  $\begin{pmatrix} 2 & 0 \\ 4 & 2 \end{pmatrix}$ .  
(C)  $\begin{pmatrix} 1 & -1 \\ 2 & 4 \end{pmatrix}$ . (D)  $\frac{1}{2} \begin{pmatrix} 5 & -7 \\ -7 & 5 \end{pmatrix}$ .

(6) 设矩阵  $A_{m \times n}$  的秩  $r(A) = n$ , 则非齐次线性方程组  $AX = b$  ( )。

- (A) 一定无解. (B) 可能有解.  
(C) 一定有唯一解. (D) 一定有无穷多解.

(7) 设  $0 < P(A) < 1, 0 < P(B) < 1, P(A|\bar{B}) = P(A)$ , 则下式中不成立的是( )。

- (A)  $P(A|\bar{B}) = P(A|B)$ .  
 (B)  $P(AB) = 0$ .  
 (C)  $P(B|\bar{A}) = P(B)$ .  
 (D)  $P(\bar{A}\bar{B}) = P(\bar{A})P(\bar{B})$ .

(8) 设二维随机变量  $(X, Y)$  的联合分布律为

	$Y$	0	1
$X$			
1		0.4	0.2
2		$a$	$b$

已知  $E(XY) = 0.8$ , 则  $P\{X > 2Y\} = ( )$ .

- (A) 0.7.  
 (B) 0.6.  
 (C) 0.5.  
 (D) 0.4.

二、填空题: 9~14 小题, 每小题 4 分, 共 24 分. 请将答案写在题目中的横线上.

(9) 函数  $f(x)$  在  $x=a$  可导,  $g(x)$  在  $x=a$  连续但不可导, 则  $F(x) = f(x)g(x)$  在  $x=a$  可导的充分必要条件是\_\_\_\_\_.

$$(10) \lim_{n \rightarrow \infty} \sum_{i=1}^n \frac{n}{n^2 + i} = \text{_____}; \lim_{n \rightarrow \infty} \sum_{i=1}^n \frac{n}{n^2 + i^2} = \text{_____}.$$

(11) 曲线  $y = \sqrt{x-1}$  过原点的切线方程是\_\_\_\_\_.

$$(12) \text{设函数 } f(u, v) \text{ 连续, 交换二次积分次序} \int_{-1}^1 d\theta \int_0^{\sqrt{1-\theta^2}} f(r, \theta) dr = \text{_____}.$$

$$(13) \mathbf{A} \text{ 是 3 阶方阵, } |\mathbf{A}| = 2, \text{ 则} \left| \left( \frac{1}{2} \mathbf{A} \right)^{-1} - 3 \mathbf{A}^* \right| = \text{_____}.$$

(14) 设随机变量  $X, Y$  相互独立, 已知  $X$  在  $[-2, 1]$  上均匀分布,  $Y$  的概率分布为

$Y$	-1	0	1
$p$	$1/3$	$1/2$	$1/6$

则  $P\{XY < 1\} = \text{_____}$ .

三、解答题: 15~23 小题, 共 94 分. 解答应写出文字说明、证明过程或演算步骤.

(15)(本题满分 10 分)

设  $f(x)$  可导, 且  $f(0) = 1, f'(0) = 2$ . 求极限  $\lim_{x \rightarrow 0} [f(x)]^{\frac{2x}{1-\cos x}}$ .

(16)(本题满分 10 分)

计算不定积分  $\int \frac{ax+b}{x^2+x+1} dx$ .

(17)(本题满分 11 分)

函数  $f(x)$  在  $[0, 1]$  上连续, 在  $(0, 1)$  内大于零, 且  $xf'(x) = f(x) + \frac{3ax^2}{2}$ , 又曲线  $y = f(x)$

与  $x=1, y=0$  所围成图形的面积为  $s=2$ .

(I) 求  $f(x)$ ;

(II)  $a$  为何值时, 该图形绕  $x$  轴旋转一周所得旋转体的体积最小.

(18)(本题满分 12 分)

求函数  $f(x, y) = xy - x + y$  在条件  $x^2 + y^2 = 5$  下的最小值与最大值.

(19) (本题满分 9 分)

设  $f(x)$  连续,  $f(0) = 1$ ,  $F(t) = \iint_{x^2+y^2 \leq 4t^2} f(x^2 + y^2) d\sigma$ , ( $t \geq 0$ ), 求  $F''(0)$ .

(20) (本题满分 10 分)

设  $n$  维列向量  $\alpha_1, \alpha_2, \dots, \alpha_{n-1}$  线性无关, 且与非零向量  $\beta_1, \beta_2$  都正交, 记  $A = \begin{pmatrix} \alpha_1^\top \\ \alpha_2^\top \\ \vdots \\ \alpha_{n-1}^\top \end{pmatrix}$ .

(I) 证明  $\beta_1, \beta_2$  都是线性方程组  $AX = \mathbf{0}$  的解;

(II) 证明  $\beta_1$  和  $\beta_2$  线性相关.

(21) (本题满分 11 分)

设实对称矩阵  $A$  的特征值分别为  $\lambda_1 = \lambda_2 = 2, \lambda_3 = 5$ . 其中,  $\lambda_1 = \lambda_2 = 2$  对应的特征向量为  $\xi_1 = (1, 0, 0)^\top$  和  $\xi_2 = (1, 1, 0)^\top$ ;  $\lambda_3 = 5$  对应的特征向量为  $\xi_3 = (0, -1, 1)^\top$ .

(I) 求  $A$  的相似对角阵  $\Lambda$ ;

(II) 求正交矩阵  $Q$ , 使  $Q^\top A Q = \Lambda$ .

(22) (本题满分 11 分)

已知随机变量  $X \sim N(\mu, \sigma^2)$  且  $P\{X > 10\} = 0.5, P\{X \leq 9.96\} = 0.0227$ . 设随机变量  $Y$  表示对  $X$  作三次独立重复观测中, 事件  $\{9.98 < X < 10.02\}$  出现的次数, 已知  $\Phi(2.5) = 0.9938, \Phi(1) = 0.8413, \Phi(2) = 0.9773$ . 求

(I)  $P\{9.98 < X < 10.02\}$ ;

(II)  $Y$  的概率分布;

(III)  $P\{Y \geq 1\}$ .

(23) (本题满分 10 分)

设二维随机变量  $(X, Y)$  的概率密度为  $f(x, y) = \begin{cases} \frac{1}{1-x}, & 0 < x < 1, x < y < 1, \\ 0, & \text{其他.} \end{cases}$

(I) 求  $X, Y$  的边缘密度函数;

(II) 求  $P\{X+Y > 1\}$ .