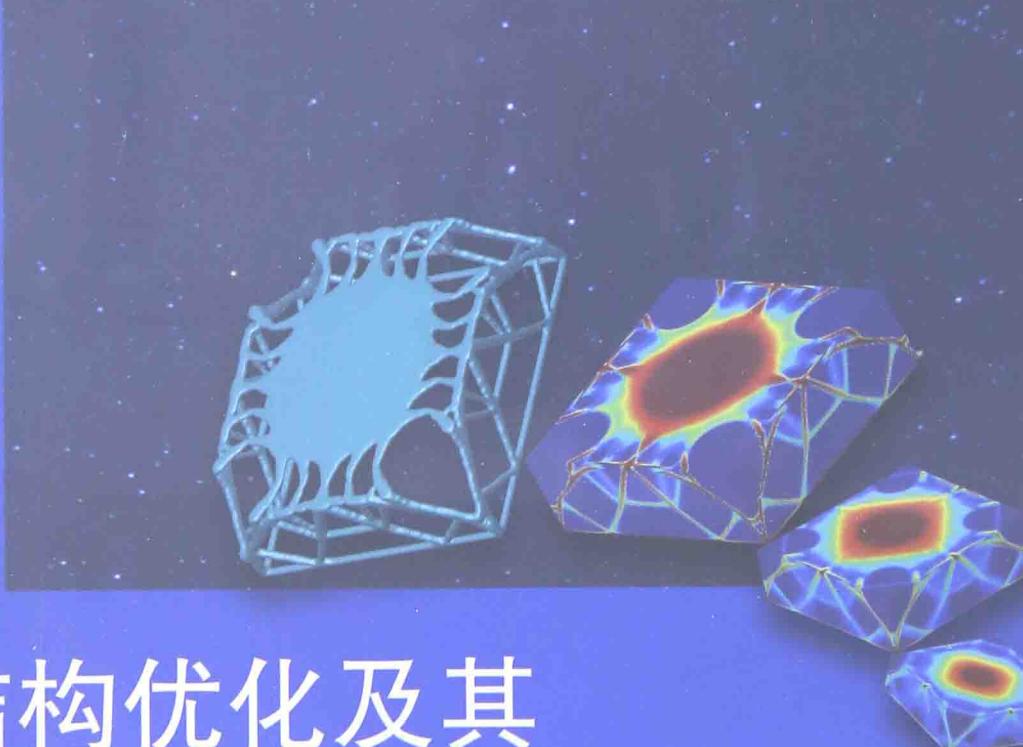


清华大学动力学与控制丛书

“十二五”国家重点图书出版规划项目



# 结构优化及其 在振动和声学设计中的应用

杜建宾 著

清华大学出版社

清华大学动力学与控制丛书  
“十二五”国家重点图书出版规划项目

# 结构优化及其 在振动和声学设计中的应用

杜建镔 著

清华大学出版社  
北京

## 内 容 简 介

本书是作者在清华大学航天航空学院所讲授的研究生课程“结构优化设计”讲义的基础上,对有关内容做进一步整理和补充编写而成的。全书分为两篇。第1篇为基础部分,前5章大致涵盖了结构优化的基本概念、一般性理论和较为常见的求解方法;第6~8章介绍了一些在大规模结构优化问题的求解中十分有效的模型处理技术和灵敏度分析方法。考虑到结构拓扑优化是近20年来结构优化领域最为活跃的方向,而振动和声学设计又是近年来该方向的研究热点之一。本书第2篇围绕此领域进行专题介绍。第9章对结构拓扑优化的基本思想和实现方法进行介绍,第10~13章分别针对振动和声学拓扑优化领域的四个专题进行介绍,即特征频率优化、动态柔度优化、声振耦合系统优化及声学微结构优化,其内容除了包括基本理论和方法,也汇集了作者及其合作者在近年的一些相关研究成果。

本书可作为高等院校力学、航空航天、机械、土木建筑、水利、车辆工程等专业的本科生和研究生的教材,也可作为上述专业的教师和工程技术人员的参考用书。

版权所有,侵权必究。侵权举报电话:010-62782989 13701121933

### 图书在版编目(CIP)数据

结构优化及其在振动和声学设计中的应用/杜建簇著.--北京:清华大学出版社,2015  
(清华大学动力学与控制丛书)

ISBN 978-7-302-38591-2

I. ①结… II. ①杜… III. ①结构动力学—研究 IV. ①O342

中国版本图书馆 CIP 数据核字(2014)第 273644 号

责任编辑: 佟丽霞

封面设计: 常雪影

责任校对: 王淑云

责任印制: 王静怡

出版发行: 清华大学出版社

网 址: <http://www.tup.com.cn>, <http://www.wqbook.com>

地 址: 北京清华大学学研大厦 A 座 邮 编: 100084

社总机: 010-62770175 邮 购: 010-62786544

投稿与读者服务: 010-62776969, [c-service@tup.tsinghua.edu.cn](mailto:c-service@tup.tsinghua.edu.cn)

质 量 反 馈: 010-62772015, [zhiliang@tup.tsinghua.edu.cn](mailto:zhiliang@tup.tsinghua.edu.cn)

印 装 者: 三河市少明印务有限公司

经 销: 全国新华书店

开 本: 170mm×230mm 印 张: 13 字 数: 259 千字

版 次: 2015 年 4 月第 1 版 印 次: 2015 年 4 月第 1 次印刷

印 数: 1~2000

定 价: 33.00 元

---

产品编号: 051550-01

## 前言

---

优化问题简单地说就是在所有可能设计中,寻求使得给定目标最优的设计。该研究领域的发展源于对工业产品的性能、效率、可靠性和经济性等方面不断增长的需求。国内外市场激烈的竞争性要求现代工业产品的研发、生产周期尽可能短,生产成本尽可能低,同时对产品质量和性能也提出了更高的要求,比如要求设计出满足各种苛刻物理条件的多功能集成产品。对于此类具有高度竞争力的全新的产品,仅依赖传统经验进行调整设计很难实现既定目标。为了解决上述问题,人们需要借助于一种更为理性和系统的设计手段,即所谓的优化技术。

近年来,结构优化技术伴随着计算机技术的巨大进步也得到了长足发展,其应用范围涵盖了航空航天、机械、土木、水利、汽车等诸多领域,优化手段从简单的尺寸参数优化扩展到了形状优化以及更具挑战性的拓扑优化,优化内容从重量、刚度、强度等传统的单一指标优化扩展到了动力学、稳定性、热学、声学、电磁学等多物理、多学科交叉指标的同时优化,优化层次则从宏观结构深入到微观材料乃至宏微观结构材料一体化设计。在工程应用方面,目前许多主流的商用结构分析软件及多物理分析软件已为诸多工程技术人员所熟悉和掌握,对于结构设计工程师而言,所面临的挑战之一则是如何把上述分析软件与结构优化技术有机结合起来,发展出适合于分析软件的优化方法,实现优化与分析软件的接口设计。此外,对于复杂的现实结构设计问题,对系统进行一次完整分析的计算代价很高,如何在优化设计过程中把系统重分析的次数减至最少,也是一个非常关键的问题。

本书由两篇构成,第1篇包括第1~8章,为基础部分,主要介绍结构优化问题的基本概念和理论、建模方法以及有代表性的求解方法。第2篇包括第9~13章,为专题部分,主要介绍结构拓扑优化方法及其在振动和声学设计中的应用。

第1篇各章内容大致安排如下:第1章分别就优化模型的基本表达、相关概念以及优化问题的分类进行介绍。第2章主要针对离散参数优化模型的解的基本特性进行讨论,重点介绍一般约束优化模型的解的必要性最优条件即著名的KKT条件,另外本章也将就解的全局最优化、对偶定理以及多目标优化问题进行介绍。第3章介绍工程中常用的两种著名的结构设计准则,即满应力准则和均匀应变能准则,阐述并证明这些准则与相应的优化模型的必要性最优条件的联系。第4章对结构优化领域中一些经典的函数优化问题进行介绍,其求解的理论基础是约束变分原理。第5章介绍基于梯度信息和数值搜索技术的通用优化算法。第6章针对大规模优化问题的模型近似方法进行讨论,其中重点介绍在结构优化领域广为应用的移动渐进方法。

(MMA)。第 7 章对结构优化中的灵敏度分析方法,如有限差分法、直接微分法和伴随法等进行介绍。第 8 章就复杂结构优化问题的建模和求解技术做进一步的深入讨论。

第 2 篇各章内容大致安排如下：第 9 章就结构拓扑优化的基本模型、理论和方法进行介绍,重点介绍 SIMP 材料插值模型及其在多材料设计中的扩展形式。在模型求解方面主要介绍基于固定点格式的拓扑优化模型的求解方法,并给出一个有效的公式用于确定拉格朗日乘子的初始搜索区间。第 10 章介绍基于拓扑优化的结构特征频率设计方法,重点讨论多重特征频率问题,并给出相应的灵敏度分析和求解算法。第 11 章讨论以动态柔度最小化为目标的拓扑优化模型,重点介绍一种基于频率渐变的连续性设计方法。从第 12 章开始引入声学准则,介绍基于声振耦合分析的结构拓扑优化设计方法,重点介绍用于声学外问题设计的声场边界元-结构有限元(或流固混合单元)格式的拓扑优化模型,另外还针对高频近似及弱耦合的情况介绍一种非常高效有用的新模型。最后第 13 章介绍一种用于声学微结构设计的拓扑优化模型及其求解方法。

本书第 2 篇所涉及的作者及合作者的一些研究工作受到国家自然科学基金(Nos. 11372154 和 90816025)的资助,在此表示衷心感谢。

作 者  
2014 年 12 月

# 目录

---

## 第1篇 结构优化基本理论和方法

<b>第1章</b>	<b>结构优化相关概念和基本表达</b>	3
1.1	优化模型及其数学表达	4
1.2	结构优化问题及其分类	6
<b>第2章</b>	<b>离散参数优化问题及其解特性</b>	9
2.1	无约束优化问题	10
2.2	等式约束优化问题	10
2.3	不等式约束优化问题及 KKT 条件	13
2.4	凸优化问题与全局最优解	16
2.5	优化模型的对偶问题及其解特性	18
2.6	多目标优化问题与 Pareto 最优解	19
<b>第3章</b>	<b>结构优化设计的最优准则法</b>	23
3.1	满应力设计	24
3.2	均匀应变能设计	36
<b>第4章</b>	<b>分布参数优化问题</b>	41
<b>第5章</b>	<b>通用数值优化方法</b>	53
5.1	显式优化问题和隐式优化问题	55
5.2	基于局部搜索的优化算法的基本流程	55
5.3	单变量无约束优化问题	56
5.4	多变量无约束优化问题	59
5.5	约束优化问题的等效无约束模型	65
5.6	约束优化问题的一般解法	70
5.7	线性优化问题的数学规划解法	73
小结		76
<b>第6章</b>	<b>大规模结构优化问题的模型近似技术</b>	77
6.1	基于局部近似的序列规划法	79
6.2	基于全局近似的响应面法	84

<b>第 7 章 基于离散系统的设计灵敏度分析</b>	87
7.1 有限差分法	88
7.2 解析/半解析方法	89
<b>第 8 章 大规模复杂优化模型的处理方法</b>	105
8.1 模型分解	106
8.2 多层优化	108
8.3 同时分析和设计	111
<b>第 1 篇小结</b>	112
关键概念	113
第 1 篇思考与练习	113

## 第 2 篇 结构拓扑优化及其在振动和声学设计中的应用

<b>第 9 章 结构拓扑优化问题</b>	117
9.1 拓扑优化问题的数学表达及正则化	118
9.2 带罚因子的固体各向同性微结构/材料插值模型 SIMP	121
9.3 拓扑优化问题的灵敏度分析和求解	123
9.4 棋盘格问题和网格依赖问题	126
9.5 数值算例	127
<b>第 10 章 基于拓扑优化的结构特征频率设计</b>	131
10.1 问题表达	132
10.2 单/多重特征频率的灵敏度分析	133
10.3 基于增量格式的多重特征频率优化模型及求解	137
10.4 局部化模态问题及其解决方案	140
10.5 数值算例	142
<b>第 11 章 基于拓扑优化的线弹性结构动态柔度设计</b>	145
11.1 动态柔度最小化拓扑优化模型	146
11.2 灵敏度分析和最优化条件	147
11.3 基于频率渐变的连续性设计方法	148
<b>第 12 章 声振耦合系统拓扑优化问题</b>	155
12.1 引言	156
12.2 声场方程和 Helmholtz 边界积分	157
12.3 声场(边界元)-结构(有限元)耦合方程	159
12.4 结构-声学耦合系统拓扑优化模型及其灵敏度分析	160

---

12.5 边界元-结构声学混合过渡有限元模型 .....	162
12.6 基于高频近似的声压优化模型及其灵敏度分析 .....	165
12.7 基于高频近似的声功率优化模型及其灵敏度分析 .....	167
<b>第 13 章 振动-声学微结构拓扑优化问题 .....</b>	<b>173</b>
13.1 引言 .....	174
13.2 周期性微结构的宏观等效性能 .....	176
13.3 基于宏观结构总体声功率最小化的微结构双材料拓扑优化模型 ..	177
13.4 振动-声学微结构拓扑优化的灵敏度分析 .....	178
13.5 多频(频带)响应优化模型 .....	180
13.6 数值算例 .....	180
<b>第 2 篇 小结 .....</b>	<b>185</b>
关键概念 .....	186
第 2 篇 思考与练习 .....	186
<b>名词索引 .....</b>	<b>188</b>
<b>参考文献 .....</b>	<b>193</b>

# 第1篇

## 结构优化基本理论和方法



# 第1章

## 结构优化相关概念和基本表达

本章主要介绍有限元分析中与结构优化相关的概念、基本表达式、求解方法等。通过本章的学习，读者将对有限元分析中的优化问题有一个初步的了解。

## 1.1 优化模型及其数学表达

优化问题的数学描述即优化模型可由以下的一般表达式给出：

$$\min_x f(\mathbf{x})$$

s. t. :

$$g_j(\mathbf{x}) \leq 0, \quad j = 1, \dots, n_g$$

$$h_k(\mathbf{x}) = 0, \quad k = 1, \dots, n_h$$

(1-1)

其中,  $\mathbf{x} = (x_1, x_2, \dots, x_n)^\top$  代表一组可调整参数构成的列向量, 这些可调参数在优化模型中被称为设计变量(注: 本文中如果不做特殊声明, 所有参数、变量和函数均在实数空间取值),  $n$  为设计变量个数。 $g_j \leq 0$  和  $h_k = 0$  分别代表设计变量需满足的不等式和等式关系, 被称为设计约束, 相应的  $g_j$  和  $h_k$  被称为约束函数。不失一般性, 本文中采用小于等于不等式作为优化模型中不等式约束的标准形式, 对于大于等于不等式, 只需在其两端同时乘以 -1 即可转化为标准形式。 $f(\mathbf{x})$  代表优化问题所指定的设计目标, 由设计变量的标量函数表达。本文所讨论的优化模型大多采用最小化目标函数这一标准表达, 如果优化问题需最大化某目标函数, 则在该目标函数前加负号即可转化为标准形式。如果优化模型中的目标函数和所有约束函数均为设计变量的线性函数, 则优化问题被称为线性优化问题; 反之, 若目标函数或任一约束函数为设计变量的非线性函数, 则优化问题被称为非线性优化问题。

设计变量、设计约束和设计目标被称为优化模型的三要素。 $n$  个设计变量张成一个  $n$  维设计空间, 一组具有确定值的设计变量对应于  $n$  维设计空间的一个点, 我们称之为一个设计点, 而一个满足所有约束的设计点则对应于一种可行设计(或可能设计)。由所有可行设计点所构成的点集被称为可行设计域, 简称可行域。优化模型(1-1)的解所对应的一组设计变量值代表所有可行设计中使目标函数值最小的一种设计, 也即最优设计。

优化模型(1-1)的解对应于一组具有确定值的设计变量, 这样的优化问题又被称为离散参数优化问题, 与之不同的还有另外一类优化问题, 其设计变量被表达为某些连续变化的参数的函数, 优化模型的解则对应于设计变量关于这些参数的某种最优的函数形式, 此类优化问题被称为函数优化问题或分布参数优化问题。下面举例<sup>[1]</sup>进行说明。

**例 1-1** 如图 1-1 所示, 一个变截面悬臂梁上表面受分布载荷  $q(x)$  作用, 其横截面的弯曲惯性矩是纵向坐标参数  $x$  的函数, 记作  $I(x)$ , 要求最优的  $I(x)$ , 使得梁结构总质量最小, 同时最大挠度  $w_{\max}$  不超过给定值  $w_0$ (假定材料质量密度  $\rho$  为常数)。

该问题可以用以下优化模型列式进行表述(这里梁模型采用经典的梁弯曲理论):

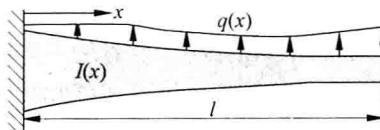


图 1-1 悬臂梁受弯

$$\min_{I(x)} \left\{ m = \rho \int_0^l A(I(x)) dx \right\}$$

s. t. :

$$w_{\max} - w_0 \leqslant 0$$

$$\frac{d^2}{dx^2} \left( EI(x) \frac{d^2 w}{dx^2} \right) - q(x) = 0, \quad (0 \leqslant x \leqslant l) \quad (1-2)$$

其中  $A$  为梁横截面积, 可以表达为梁弯曲惯性矩的函数(注: 对于一些常见的横截面如矩形截面或圆形截面, 梁的横截面积可以直接写为  $A = c I^p(x)$  的形式, 其中  $c$  和  $p$  为与横截面具体几何形式有关的常数)。优化模型(1-2)的解给出截面惯性矩沿纵向的最优分布函数, 亦即设计变量  $I(x)$  关于参数  $x$  的最优函数表达。

求解函数(或分布参数)优化问题的主要理论基础是变分原理。在结构优化技术发展的早期, 特别是有限元技术广泛应用以前, 针对梁、杆、板等简单结构承受简单约束的情况, 人们进行了不少基于分布参数优化模型的解析和半解析求解方法的研究, 这些研究对于我们理解结构优化问题的解的基本特性起到了相当积极的作用。但是, 对于较复杂的结构优化问题, 完全基于分布参数优化模型的解析或半解析求解很难进行, 这时需要借助有限元等数值离散技术, 把问题模型转化为更为常见的离散参数优化模型, 然后可以采用各种数值优化技术进行求解。

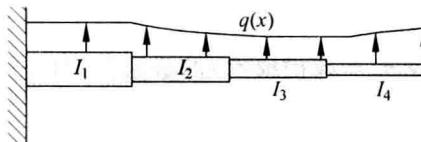


图 1-2 悬臂梁受弯(离散情况)

仍以图 1-1 所示的悬臂梁为例, 假设梁结构被离散为若干等截面的梁单元, 如图 1-2 所示, 则悬臂梁优化问题可以表述为如下的离散参数优化模型:

$$\min_{I_1, I_2, \dots, I_{n_e}} \left\{ m = \sum_{i=1}^{n_e} m_i(I_i) \right\}$$

s. t. :

$$w_{\max} - w_0 \leqslant 0$$

$$\mathbf{K}\mathbf{a} - \mathbf{P} = \mathbf{0} \quad (1-3)$$

其中,  $n_e$  为离散后的单元总数, 设计变量  $I_i (i=1, \dots, n_e)$  为各单元的弯曲惯性矩, 等式约束代表离散后的系统的小位移平衡方程,  $\mathbf{K}$  为结构刚度矩阵 ( $I_i$  的函数),  $\mathbf{a}$  为结构结点位移列阵, 对于经典梁单元该列阵由结点挠度和转角构成,  $\mathbf{P}$  为结构结点载荷列阵。由平衡方程可以解出各结点挠度, 进而由插值函数可计算出梁上任一点的挠度, 由此可得到最大挠度  $w_{\max}$ 。

## 1.2 结构优化问题及其分类

结构优化问题指在满足给定的几何约束、材料约束和状态约束(或响应约束)的所有可能结构中, 寻求使得给定目标最优的设计。结构优化问题中比较常见的设计目标如结构的重量、刚度(或柔度)、强度、稳定性、动力学特性、声学特性、热学特性等指标, 除了可以作为目标函数外, 这些指标也经常以约束的形式出现在优化模型中。

绝大多数结构优化问题涉及结构几何形式的修正, 根据结构几何形式的变化特点, 优化问题可以分为尺寸优化、形状优化和拓扑优化三类<sup>[2-3]</sup>。尺寸优化问题的典型设计变量有梁、杆、板等的横截面尺寸, 结构上开孔的孔径大小等, 这些参数在一定范围内的变化基本不会引起结构外形和连接方式的改变。形状优化问题的典型设计变量是描述结构内、外边界曲线或曲面形状的控制参数, 对于离散后的结构可以是结构边界上的结点坐标参数。当然有一些尺寸参数的变化会引起结构总体或局部的高矮、宽窄发生变化, 此类参数也可以视为形状控制参数。无论是尺寸优化还是形状优化, 优化过程中要求结构的连接方式即拓扑保持不变, 而拓扑优化则打破了这一限制, 允许结构在优化中产生新的孔洞和连接从而彻底改变其构型, 因此拓扑优化被认为是一种具有最大的设计自由的优化手段<sup>[4]</sup>。与尺寸优化和形状优化相比, 拓扑优化对结构初始设计构型的依赖性最小, 因而在结构的早期概念性设计阶段比前两者更具优势。研究表明, 在一些复杂系统如飞机的设计中, 概念性设计阶段是决定系统全寿命周期成本(设计+制造+维护成本)的最重要的阶段。在实际结构设计过程中, 往往需把这三种设计手段结合起来, 在早期的概念性设计阶段应用拓扑优化, 而在后面的详细设计阶段应用形状优化和尺寸优化。图 1-3 和图 1-4 分别用杆件结构系统和连续体结构优化来说明上述三种设计的特点。

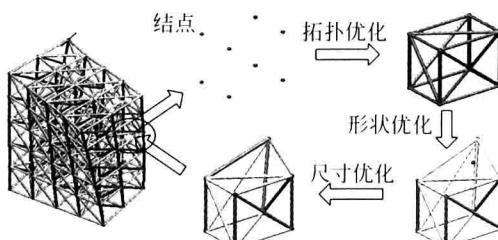


图 1-3 杆件结构系统优化

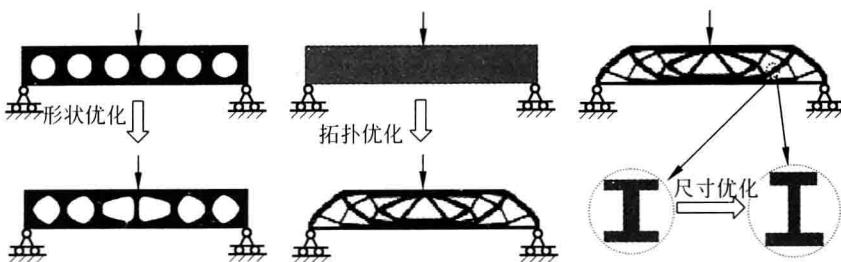


图 1-4 连续结构优化

除了可以优化结构的几何参数,有些问题还涉及结构宏观材料特性的优化。其中一类问题,如层叠复合材料设计中对铺层厚度、铺层角的优化,本质上仍属于几何参数优化范畴。另一类优化问题则直接涉及材料物理参数本身,如材料的质量密度、弹簧刚度、材料的弹性模量或弹性张量中的各分量等。如果优化模型中暂不考虑材料的可制造性等实际因素,进行所谓的自由材料设计,所得的结果往往只具有理论意义。为了使设计结果具有实际工程应用价值,需要在模型中引入考虑可制造性等因素的约束,当然这也会使模型变得复杂难解,如何在模型的可应用性和计算难易、计算效率方面取得平衡,是工程优化问题建模时需要考虑的一个重要因素。

另一方面,我们知道材料的宏观特性与其微观结构形式密切相关,因此材料设计也可以从微观入手,通过改变微结构的几何来优化材料宏观特性,即所谓的微结构设计。为了实现微结构设计,目前一种被广为采用的方法是假定微结构由某种形式的单胞周期排列而成,然后利用均匀化理论在宏观材料特性和微结构间建立关联,从而把宏观材料特性优化问题转化为微结构的几何参数优化问题,这一思想对于早期拓扑优化技术的发展起到过关键作用。在微结构优化的基础上,研究人员进一步发展了多尺度优化技术,可以实现宏微观结构一体化设计乃至层级结构设计<sup>[5]</sup>。

近些年来,结构优化技术除了在传统的力学相关领域继续发挥着重要作用以外,在诸如热学、声学、电磁学、光学等学科领域也得到迅速应用和发展,形成所谓的多物理和多学科优化。另外,传统的优化模型未考虑各种随机因素引起的误差,又被称为确定性优化模型。而实际加工、制造或测量过程均有可能引入各种随机误差,其对优化模型的解的影响可能是巨大的,有时甚至使得确定性优化模型的解完全不可用,针对这一问题,研究人员发展了基于随机性或可靠性的结构优化方法。可以说,以上这些技术的出现和发展极大丰富了结构优化设计的内涵和外延。

在结构优化技术发展的早期,研究人员经常借助一些经典的分析工具(主要指微分和变分工具)来研究优化模型的解及其特性,由此发展出的解析或半解析方法,对于一些比较简单的结构优化问题(如无约束优化问题),具有简单等式或不等式约束的梁、杆、板优化问题,往往可以得到封闭形式的精确解<sup>[1,6,7]</sup>。即使在大规模数值计

算已经广泛应用的今天,这些经典方法仍有十分重要的意义,一方面基于这些方法所获得的一些经典问题的精确解可以作为基准算例对新发展的各种数值算法进行验证。另外,这些经典方法对于帮助学生深入理解优化模型的解特性,如解的存在性、唯一性、最优化条件及其物理意义等方面起着其他方法不可替代的作用。接下来我们将分别就离散参数优化问题和分布参数优化问题的解特性进行讨论,前者主要基于微分理论,后者则基于变分理论。

## 第2章

### 离散参数优化问题及其解特性