

引领考试方向 把握中考脉搏 破解高分密钥



尖子生

CHAOJI
XUNLIAN

超级训练

JIANZISHENG

主编 时爱荣 张小健

浙教版

数学

七年级下

尖子生超级训练

(浙教版)

(数学 七年级下)

主 编	时爱荣	张小健			
编 委	张美勤	洪雪峰	俞 洋	闫 红	
	陈文杰	张跃飞	金海华		



ZHEJIANG UNIVERSITY PRESS
浙江大学出版社

图书在版编目(CIP)数据

尖子生超级训练:浙教版. 数学. 七年级. 下 / 时
爱荣, 张小健主编. — 杭州: 浙江大学出版社,
2011. 11

ISBN 978-7-308-09258-6

I. ①尖… II. ①时…②张… III. ①中学数学课—
初中—题解 IV. ①G634

中国版本图书馆 CIP 数据核字(2011)第 223172 号

尖子生超级训练(浙教版) (数学 七年级下)

时爱荣 张小健 主编

责任编辑 沈国明

封面设计 刘依群

出版发行 浙江大学出版社

(杭州市天目山路 148 号 邮政编码 310007)

(网址: <http://www.zjupress.com>)

排 版 浙江时代出版服务有限公司

印 刷 德清县第二印刷厂

开 本 787mm×1092mm 1/16

印 张 12.25

字 数 300 千字

版 印 次 2011 年 11 月第 1 版 2011 年 11 月第 1 次印刷

书 号 ISBN 978-7-308-09258-6

定 价 22.00 元

版权所有 翻印必究 印装差错 负责调换

浙江大学出版社发行部邮购电话 (0571)88925591

编写说明

《尖子生超级训练丛书》是根据新课程标准,针对初中中等程度以上的学生编写的同步培优类教学辅导用书。本丛书包括语文(人教版)、数学(人教、浙教两个版)、科学(浙教版)、英语(人教、外研两个版),各学科包括七年级上、下册,八年级上、下册,九年级全一册,五个分册。丛书按照循序渐进的原则编排训练习题,注重了训练的层次和梯度,具有相当的评价和测量功能;博采历年各地中考优秀试题,注重选题的典型性和示范性,力求达到举一反三、触类旁通的效果。丛书由课内到课外,深入浅出,循序渐进,设计科学、合理,实用性强。丛书内容精心设计,体例优化创新,把中考内容落实到每一节课,不但夯实了学生的基础,也提高了学生的创新能力。

丛书具有以下特色:

一、内容丰富新颖

全书编写理念前瞻,引领考试方向,把握新课标中考的脉搏,内容丰富,解读详细,分析透彻,归纳系统,题量充足,覆盖面广。

二、体例优化创新

1. 课堂纠错——精选本节内容中易错、易混淆的知识点,配合典型例题进行讲解,帮助学生全面掌握本节中的所有知识点,夯实基础。

2. 方法引导——针对考点,精选“母题”,配以独具匠心、适合学情的方法,实现内容讲解的“实、透、精”,做到学法创新。

3. 强化训练——本栏内容具体分:基础训练、冲击中考、能力提升,每一册书精选最新中考题,配以经典题和原创题,使超级训练做到“步步为营”、“级级提升”,实现学生能力的“培、提、升”。

我们坚信,本丛书一定能成为初中尖子生掌握知识的金钥匙,让广大莘莘学子顺利升入自己心目中理想的重点高中。



目 录

第 1 章 认识三角形	(1)
1.1 认识三角形	(1)
1.2 三角形的角平分线和中线	(5)
1.3 三角形的高	(9)
1.4 全等三角形	(13)
1.5 三角形全等的条件	(17)
1.6 作三角形	(22)
第 1 章学案练习	(27)
第 2 章 图形和变换	(31)
2.1 轴对称图形	(31)
2.2 轴对称变换	(35)
2.3 平移变换	(39)
2.4 旋转变换	(44)
2.5 相似变换	(50)
2.6 图形变换的简单应用	(55)
第 2 章学案练习	(60)
第 3 章 事件的可能性	(65)
3.1 认识事件的可能性	(65)
3.2 可能性的大小	(70)
3.3 可能性和概率	(76)
第 3 章学案练习	(81)
第 4 章 二元一次方程	(85)
4.1 二元一次方程	(85)
4.2 二元一次方程组	(89)
4.3 解二元一次方程组	(93)
4.4 二元一次方程组的应用	(98)
第 4 章学案练习	(105)





第5章 同底数幂的乘法	(108)
5.1 同底数幂的乘法	(108)
5.2 单项式的乘法	(111)
5.3 多项式的乘法	(114)
5.4 乘法公式	(118)
5.5 整式的化简	(121)
5.6 同底数幂的除法	(125)
5.7 整式的除法	(128)
第5章学案练习	(132)
第6章 因式分解	(134)
6.1 因式分解	(134)
6.2 提取公因式法	(138)
6.3 用乘法公式分解因式	(141)
6.4 因式分解的简单应用	(144)
第6章学案练习	(148)
第7章 分式	(151)
7.1 分式	(151)
7.2 分式的乘除	(155)
7.3 分式的加减	(159)
7.4 分式方程	(164)
第7章学案练习	(168)
参考答案	(171)



第1章

认识三角形

1.1 认识三角形



一、课堂纠错

例1 已知一个三角形的两边相等,其中两边长分别为2cm,4cm,求它的周长.

错解 当相等的两边长都为2cm时,它的周长为8cm;

当相等的两边长都为4cm时,它的周长为10cm.

错误诊断 分类讨论后没有验证三角形是否存在.

正解 当两边长都为2cm时, $\because 2+2=4$, $\therefore$ 此三角形不存在;

当两边长都为4cm时, $\because 2+4>4$, $\therefore$ 此三角形存在,它的周长为10cm.

例2 在 $\triangle ABC$ 中, $3\angle A=2\angle B=\angle C$,求 $\angle A$, $\angle B$, $\angle C$ 的度数.

错解 由 $3\angle A=2\angle B=\angle C$ 可设, $\angle C$ 为 x 度,则 $\angle B$ 为 $2x$ 度, $\angle A$ 为 $3x$ 度.

$\because \angle A+\angle B+\angle C=x+2x+3x=180^\circ$,解得 $x=30^\circ$,

$\therefore \angle A$ 为90度, $\angle B$ 为60度, $\angle C$ 为30度.

错误诊断 不能从等式 $3\angle A=2\angle B=\angle C$ 中判断出 $\angle A$, $\angle B$, $\angle C$ 的比例关系.

正解 由 $3\angle A=2\angle B=\angle C$ 可设, $\angle C$ 为 x 度,

则 $\angle B$ 为 $\frac{1}{2}x$ 度, $\angle A$ 为 $\frac{1}{3}x$ 度.

$\because \angle A+\angle B+\angle C=x+\frac{1}{2}x+\frac{1}{3}x=180^\circ$,解得 $x=\frac{1080^\circ}{11}$,

$\therefore \angle A$ 为 $\frac{360}{11}$ 度, $\angle B$ 为 $\frac{540}{11}$ 度, $\angle C$ 为 $\frac{1080}{11}$ 度.



二、方法引导

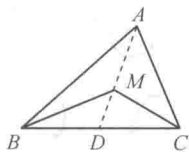
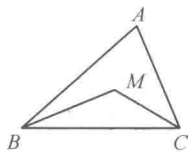
例3 若 a, b, c 是 $\triangle ABC$ 的三边, 化简 $|a-b-c| - |a+b-c|$.

解 由三角形的三边关系得: $a+b>c, a-b<c$,

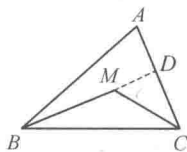
$$\begin{aligned} \text{所以 } |a-b-c| - |a+b-c| &= [c-(a-b)] - (a+b-c) \\ &= c-a+b-a-b+c = 2c-2a \end{aligned}$$

方法引导 利用三角形的三边关系确定 $a-b-c<0, a+b-c>0$, 再结合绝对值的性质解题.

例4 如图, 已知 M 是 $\triangle ABC$ 内一点, 说明 $\angle BMC = \angle A + \angle ABM + \angle ACM$ 的理由.



解法一



解法二

解法一 如图, 连结 AM 并延长交 BC 于 D .

$$\begin{aligned} \because \angle BMD \text{ 是 } \triangle ABM \text{ 的外角}, \therefore \angle BMD &= \angle ABM + \angle BAM, \\ \because \angle CMD \text{ 是 } \triangle ACM \text{ 的外角}, \therefore \angle CMD &= \angle ACM + \angle CAM, \\ \therefore \angle BMC &= \angle BMD + \angle CMD = \angle ABM + \angle BAM + \angle ACM + \angle CAM, \\ \therefore \angle BMC &= \angle A + \angle ABM + \angle ACM. \end{aligned}$$

解法二 如图, 延长 BM 交 AC 于 D .

$$\begin{aligned} \because \angle BMC \text{ 是 } \triangle MCD \text{ 的外角}, \therefore \angle BMC &= \angle ACM + \angle MDC, \\ \because \angle MDC \text{ 是 } \triangle ABD \text{ 的外角}, \therefore \angle MDC &= \angle ABM + \angle A, \\ \therefore \angle BMC &= \angle ACM + \angle MDC = \angle ACM + \angle ABM + \angle A. \end{aligned}$$

方法引导 由于 $\angle BMC, \angle ACM, \angle ABM, \angle A$ 这四个角既不是一个三角形的内角, 也不是三角形的外角, 似乎毫无联系, 但若连结 AM 并延长交 BC 于 D 或延长 BM 交 AC 于 D , 就可以转化为三角形的内角和外角的关系.



三、基础训练

1. 在三角形 $\triangle ABC$ 中, 有两条边长分别是 $2\text{cm}, 5\text{cm}$, 则第三边 x 的范围是_____.
2. 若三角形三个内角之比为 $2:3:7$, 则此三角形的三个内角的度数分别为_____.
3. 在 $\triangle ABC$ 中, $\angle A - \angle C = 12^\circ, \angle B = 40^\circ$, 则 $\angle A =$ _____, $\angle C =$ _____.
4. 一个三角形有两条边相等, 已知周长为 20cm , 其中一边为 6cm , 则另两边长为_____.
5. 锐角三角形中, 最大的锐角 x 的取值范围是_____.



6. 以下列各组线段为边,能组成三角形的是 ()

- A. 2cm, 2cm, 4cm B. 2cm, 6cm, 3cm C. 8cm, 6cm, 3cm D. 11cm, 4cm, 6cm

7. 在 $\triangle ABC$ 中, $\angle A = \frac{1}{2}\angle B = \frac{1}{4}\angle C$, 则 $\triangle ABC$ 为 ()

- A. 锐角三角形 B. 钝角三角形 C. 直角三角形 D. 都有可能

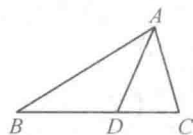
8. 一个三角形的一边长为3, 另一边长为8, 第三边长是2的整数倍, 那么第三边长为 ()

- A. 6 B. 8 C. 10 D. 6或8或10

9. 一个三角形有两边相等, 已知其中两边长分别为3, 6, 则它的周长等于 ()

- A. 12 B. 15 C. 12或15 D. 不能确定

10. 如图, 在 $\triangle ABC$ 中, 取 BC 上一点 D , 使 $\angle ADC = \angle BAC$, 已知 $\angle B = 40^\circ$, $\angle BAD = 20^\circ$, 求 $\angle ADC$, $\angle DAC$, $\angle C$ 的度数.



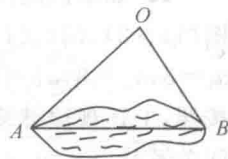
第10题图



四、冲击中考

11. (2009 大兴安岭) 如图, 为估计池塘岸边 A 、 B 两点的距离, 小方在池塘的一侧选取一点 O , 测得 $OA = 15$ 米, $OB = 10$ 米, A 、 B 间的距离不可能是 ()

- A. 5米 B. 10米
C. 15米 D. 20米



第11题图

12. 4根木条分别为12cm, 10cm, 8cm, 4cm, 选其中三根组成三角形, 能组成的个数是 ()

- A. 1个 B. 2个 C. 3个 D. 4个

13. 已知三条线段 $a > b > c$, 它们能组成三角形需满足的条件是 ()

- A. $a + c > b$ B. $b - c < a$ C. $a < b + c$ D. $a - c > b$

14. 在锐角 $\triangle ABC$ 中, $\angle A > \angle B > \angle C$, 则下列结论: ① $\angle A > 60^\circ$, ② $\angle B > 45^\circ$, ③ $\angle C < 60^\circ$, ④ $\angle B + \angle C < 90^\circ$ 中, 正确的个数有 ()

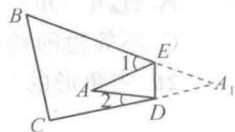
- A. 4个 B. 3个 C. 2个 D. 1个

15. 对于任意一个三角形, 下列判断错误的是 ()

- A. 至少有一个角不大于 60° B. 至少有两个角是锐角
C. 至多有一个角是直角 D. 至少有一个角大于 60°

16. 如图, 把 $\triangle ABC$ 纸片沿 DE 折叠, 当点 A 落在四边形 $BCDE$ 内部时, 则 $\angle A$ 与 $\angle 1 + \angle 2$ 之间有一种数量关系始终保持不变, 请试着找这个规律, 你发现的规律是 ()

- A. $\angle A = \angle 1 + \angle 2$ B. $2\angle A = \angle 1 + \angle 2$
C. $3\angle A = 2\angle 1 + \angle 2$ D. $3\angle A = 2(\angle 1 + \angle 2)$



第16题图

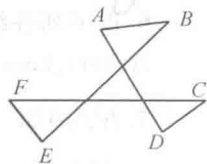


17. 已知线段 $AB=8\text{cm}$, P 为任意一点, 则 $PA+PB$ 的最小值为 _____, $PA-PB$ 的最大值为 _____.

18. 如图, $\angle A+\angle B+\angle C+\angle D+\angle E+\angle F=$ _____ 度.

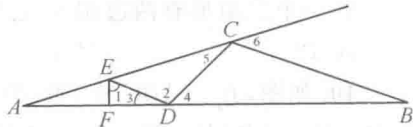
19. 若 a, b, c 是 $\triangle ABC$ 的三边, 化简 $|a-b+c| - |a-b-c|$.

$$2a - 2b$$



第 18 题图

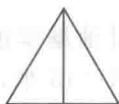
20. 已知如图, $EF \perp AB$, $\angle 1 = \angle 2$, $\angle 3 = \angle 4$, $\angle 5 = \angle 6$, $\angle A = \angle B$, 求 $\angle A$ 的度数.



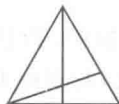
第 20 题图

21. 若三角形的周长为 17, 且三边长都是正整数, 那么满足条件的三角形有多少个?

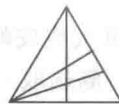
22. 如果依次用 a_1, a_2, a_3, a_4 分别表示图(1)、(2)、(3)、(4)中三角形的个数, 那么 $a_1=3, a_2=8, a_3=15, a_4=$ _____; 如果按照, 上述规律继续画图, 那么 a_9 与 a_8 之间关系是: $a_9 = a_8 +$ _____, 又 $a_n =$ _____.



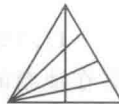
(1)



(2)



(3)



(4)

五、能力提升

23. 已知一个三角形中的两边长分别为 a, b , 且 $a > b$, 那么这个三角形的周长 l 的取值范围是()

A. $3a > l > 3b$

B. $2(a+b) > l > 2a$

C. $2a+b > l > 2b+a$

D. $3a-b > l > a+2b$

24. 若三角形的三边长度均为整数, 其中两边长的差是 5, 且三角形的周长为奇数, 则第三边的长可能是()

A. 4

B. 5

C. 6

D. 7

25. 若三角形的三个内角 A, B, C 的关系满足 $A > 3B, C < 2B$, 那么这个三角形是()

A. 钝角三角形

B. 直角三角形

C. 不等边的锐角三角形

D. 等边三角形

26. 三角形的三个内角分别为 α, β, γ , 且 $\alpha \geq \beta \geq \gamma, \alpha = 2\gamma$, 求 $\angle \beta$ 的取值范围.



1.2 三角形的角平分线和中线



一、课堂纠错

例1 初一学过的一个角的角平分线和三角形的角平分线相同吗？若相同，请说出它们都是什么（线段、射线、直线）？若不同，请说出它们的不同之处。

错解 相同，都是射线。

错误诊断 没有明确三角形的角平分线的概念。

正解 不同，以前学过的角平分线是射线，三角形的角平分线是线段。

例2 已知在 $\triangle ABC$ 中， $AB=AC$ ， $\triangle ABC$ 的周长为16， AC 边上的中线 BD 把 $\triangle ABC$ 分成周长之差为2的两部分，求三角形的三边长。

错解 由题意得： $\begin{cases} 2AB+BC=16, \\ AB-BC=2, \end{cases}$ 解得： $\begin{cases} AB=6, \\ BC=4, \end{cases}$ 所以三角形的三边长为6,6,4。

错误诊断 缺少分类讨论的数学思想。

正解 由题意得： $\begin{cases} 2AB+BC=16, \\ AB-BC=2, \end{cases}$ 或 $\begin{cases} 2AB+BC=16, \\ BC-AB=2, \end{cases}$

解得： $\begin{cases} AB=6, \\ BC=4, \end{cases}$ 或 $\begin{cases} AB=\frac{14}{3}, \\ BC=\frac{20}{3}. \end{cases}$

因为6,6,4或 $\frac{14}{3}, \frac{14}{3}, \frac{20}{3}$ 都能组成三角形，所以三角形的三边长为6,6,4或 $\frac{14}{3}, \frac{14}{3}, \frac{20}{3}$ 。



二、方法引导

例3 如图， CE 、 CF 分别 $\triangle ABC$ 是的内角平分线 and 外角平分线，求 $\angle ECF$ 的度数。

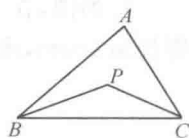
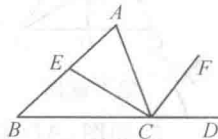
解 $\because CE$ 是 $\angle ACB$ 的平分线， $\therefore \angle ACE = \frac{1}{2} \angle ACB$ 。

$\because CF$ 是 $\angle ACD$ 的平分线， $\therefore \angle ACF = \frac{1}{2} \angle ACD$ ，

$\therefore \angle ECF = \angle ACE + \angle ACF = \frac{1}{2} \angle ACB + \frac{1}{2} \angle ACD = \frac{1}{2} \times 180^\circ = 90^\circ$ 。

方法引导 注意题目中的隐含条件 $\angle ACB$ 与 $\angle ACD$ 的和为 180° 。

例4 如图，若 P 为 $\angle B$ 、 $\angle C$ 的角平分线的交点，试说明 $\angle BPC = 90^\circ + \frac{1}{2} \angle A$ 的理由。





解 $\because BP$ 平分 $\angle ABC$, CP 平分 $\angle ACB$, $\therefore \angle PBC = \frac{1}{2} \angle ABC$, $\angle PCB = \frac{1}{2} \angle ACB$.

$$\therefore \angle PBC + \angle PCB + \angle BPC = 180^\circ,$$

$$\therefore \angle BPC = 180^\circ - (\angle PBC + \angle PCB) = 180^\circ - \left(\frac{1}{2} \angle ABC + \frac{1}{2} \angle ACB \right)$$

$$= 180^\circ - \frac{1}{2} (\angle ABC + \angle ACB),$$

$$\therefore \angle BPC = 180^\circ - \frac{1}{2} (180^\circ - \angle A) = 90^\circ + \frac{1}{2} \angle A.$$

方法引导 运用整体思想,用三角形内角和及角平分线性质建立 $\angle BPC$ 与 $\angle A$ 的关系.



三、基础训练

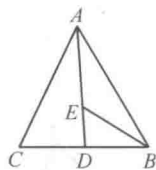
1. 下列说法正确的是()

- A. 三角形的中线就是过顶点平分对边的直线
- B. 三角形的三条角平分线的交点在三角形外部
- C. 三角形的三条中线必交于一点
- D. 以上说法都错

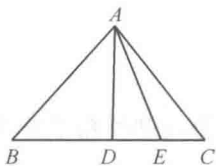
2. 如图,在 $\triangle ABC$ 中, $AB > AC$, AD 是 $\triangle ABC$ 中 BC 边上的中线, BE 是 $\triangle ABD$ 的角平分线,下列结论:① $\angle ABE = \angle DBE$, ② $BD = \frac{1}{2} BC$, ③ $\angle ADB > \angle C$, ④ $C_{\triangle ABD} = C_{\triangle ACD}$ 中,正确的个数是()

- A. 1 个
- B. 2 个
- C. 3 个
- D. 4 个

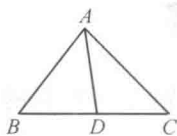
3. 如图, AD 是 $\triangle ABC$ 的中线, AE 是 $\triangle ACD$ 的中线,若 $DE = 3$,则 $BD =$ _____, $BE =$ _____, $BC =$ _____.



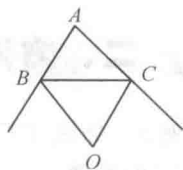
第 2 题图



第 3 题图



第 5 题图

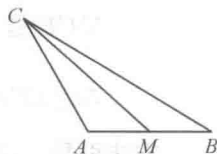


第 6 题图

5. 如图, AD 是 $\triangle ABC$ 的角平分线, $\angle ADC = 100^\circ$, $\angle B$ 比 $\angle DAC$ 的 2 倍多 10° ,则 $\angle B =$ 70° .

6. 如图,在 $\triangle ABC$ 中,外角的平分线交于点 O ,若 $\angle BOC = 70^\circ$,则 $\angle A =$ 40° .

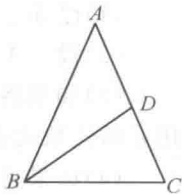
7. 如图,在 $\triangle ABC$ 中, CM 是中线,已知 $BC - AC = 8\text{cm}$, $\triangle MBC$ 的周长为 30cm ,求 $\triangle AMC$ 的周长.



第 7 题图



8. 如图,在 $\triangle ABC$ 中, $\angle ABC = \angle C$, BD 平分 $\angle ABC$, $\angle A = 36^\circ$,求 $\angle CDB$ 的度数.



第8题图



四、冲击中考

9. 三角形的角平分线、中线()

- A. 都是直线 B. 都是射线 C. 都是线段 D. 是射线或线段

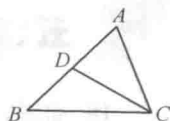
10. $\triangle ABC$ 中, CD 、 CE 分别是内角平分线和外角平分线,则 CD 与 CE 的位置关系为()

- A. 垂直 B. 平行 C. 斜交 D. 以上都有可能

11. 已知 $\triangle ABC$ 中, $\angle B$ 与 $\angle C$ 的平分线的交点 P 恰好在 BC 边的高 AD 上,那么 $\triangle ABC$ 一定是()

- A. 直角三角形 B. 等边三角形
C. 等腰三角形 D. 等腰直角三角形

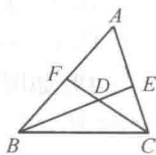
12. 如图, CD 是 $\triangle ABC$ 的中线, $AC = 3\text{cm}$, $BC = 4\text{cm}$,则 $\triangle ACD$ 与 $\triangle BCD$ 的周长相差是_____ cm.



第12题图

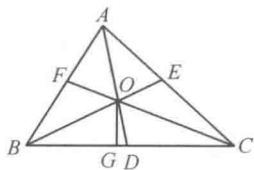
13. 三角形的三个外角平分线构成的三角形的形状是_____三角形.

14. 如图,已知 $\triangle ABC$ 的两条角平分线 BE 、 CF 相交于点 D , $\angle A = 40^\circ$,则 $\angle BDC =$ _____.



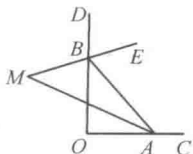
第14题图

15. 如图, $\triangle ABC$ 的三条角平分线 AD 、 BE 、 CF 交于点 O , $OG \perp BC$ 于 G ,试确定 $\angle BOD$ 与 $\angle COG$ 的大小关系.



第15题图

16. 如图,已知射线 $OC \perp OD$,垂足为 O ,点 A 、点 B 分别在射线 OC 、 OD 上移动,连结 AB ,作 $\angle DBA$ 的平分线 BE 并反向延长 BE 交 $\angle BAO$ 的平分线 MA 于点 M ,试问当点 A 、点 B 在移动过程中, $\angle M$ 的大小是否发生变化? 如果不变,请说出理由;如果发生变化,请求出变化范围.



第16题图



17. 如图甲, $\triangle ABC$ 的两条角平分线 BD, CE 相交于点 P .

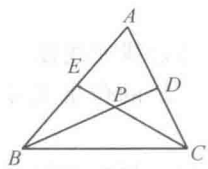
(1) 已知 $\angle A = 60^\circ$, 则 $\angle BPC =$ 120 度;

(2) 设 $\angle A = \alpha$, 则用 α 的代数式表示 $\angle BPC$ 的度数是 $90^\circ + \frac{1}{2}\alpha$;

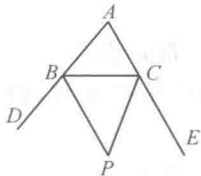
(3) 如果将图甲中的 BD, CE 改为 $\triangle ABC$ 的外角 $\angle CBD, \angle ECB$ 的平分线, 如图乙, 则用 α 的代数式表示 $\angle BPC$ 的度数是 $90^\circ - \frac{1}{2}\alpha$;

(4) 如果将图甲变为图丙, 即 $\angle ABC$ 的平分线与 $\angle ACF$ 的平分线相交于点 P , $\angle A = \alpha$, 则用 α 的代数式表示 $\angle P$ 的度数是 $\frac{1}{2}\alpha$.

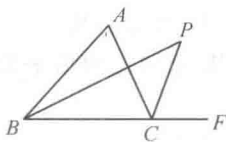
(5) 如图丁, 如果再作 $\angle PBC$ 和 $\angle PCF$ 的角平分线 MB, MC , $\angle A = \alpha$, 则用 α 的代数式表示 $\angle M$ 的度数是 $\frac{1}{4}\alpha$.



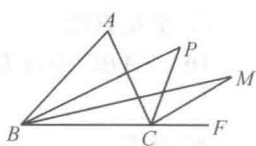
(甲)



(乙)



(丙)



(丁)



五、能力提升

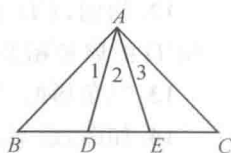
18. 如图, 在 $\triangle ABC$ 中, $AB = AC$, 作 $\angle A$ 的三等分线 AD, AE (即 $\angle 1 = \angle 2 = \angle 3$), 若 $BD = x, DE = y, EC = z$, 则有 (B)

A. $x > y > z$

B. $x = z > y$

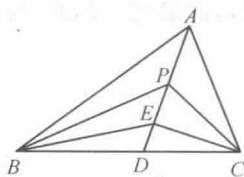
C. $x = z < y$

D. $x = y = z$



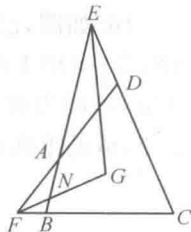
第 18 题图

19. 如图, 在 $\triangle ABC$ 中, BE, BP 三等分 $\angle ABC$, CE, CP 三等分 $\angle ACB$, 求 $\angle BPE$ 度数.



第 19 题图

20. 如图, 在四边形 $ABCD$ 中, 点 E, F 分别是两组对边延长线的交点, EG, FG 分别平分 $\angle BEC, \angle AFC$, 若 $\angle ADC = 60^\circ, \angle ABC = 80^\circ$, 求 $\angle EGF$ 的度数.



第 20 题图



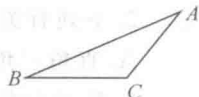
1.3 三角形的高



一、课堂纠错

例1 如图 $\triangle ABC$ 中,作出三角形各边上的高.

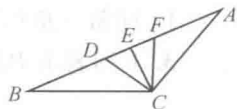
错解 如图 CE 是 AB 边上高, CD 是 AC 边上的高, CF 是 BC 边上的高.



例1图

错误诊断 作三角形的一边上的高时,只抓住了垂直于“一边”,没有抓住高必须过该边对角的顶点.

正解 如图, CE 是 AB 边上高, BD 是 AC 边上的高, AF 是 BC 边上的高.

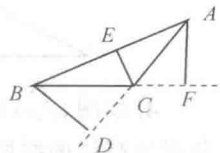


例1错解图

例2 三角形的三条高线交于一点吗?

错解 是的.

错误诊断 没有正确认识三角形的三条高线都是线段且高线的位置因三角形的形状不同而有所改变.



例1正解图

正解 不一定,锐角三角形和直角三角形的三条高线能交于一点,而钝角三角形的两条高线在三角形的外面,一条在里面,三条线段没有交于一点,完整地说应该是三角形的三条高线所在的直线交于一点.



二、方法引导

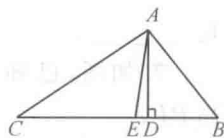
例3 如图,在 $\triangle ABC$ 中, AD 是 $\triangle ABC$ 的高, AE 是 $\triangle ABC$ 的角平分线,已知 $\angle BAC=100^\circ$, $\angle C=30^\circ$,求 $\angle DAE$ 的大小.

解 $\because AD$ 是 $\triangle ABC$ 的高且 $\angle C=30^\circ$, $\therefore \angle CAD=60^\circ$.

又 $\because AE$ 是 $\triangle ABC$ 的角平分线且 $\angle BAC=100^\circ$, $\therefore \angle CAE=50^\circ$,

$\therefore \angle DAE=\angle CAD-\angle CAE=60^\circ-50^\circ=10^\circ$.

方法引导 充分运用三角形的角平分线和高线的性质.



例4 在 $\triangle ABC$ 中, D 为 BC 上的一点,且 $BD:DC=3:2$, $\triangle ADB$ 的面积记为 S_1 , $\triangle ADC$ 的面积记为 S_2 ,求 S_1 与 S_2 的比.

解 作 $AE\perp BC$ 垂足为 E ,

$$S_1 = \frac{1}{2}BD \times AE, S_2 = \frac{1}{2}CD \times AE,$$

$$\frac{S_1}{S_2} = \frac{\frac{1}{2}BD \times AE}{\frac{1}{2}CD \times AE} = \frac{BD}{CD} = \frac{3}{2}.$$



方法引导 因为 AE 既是 $\triangle ADB$ 的高, 又是 $\triangle ADC$ 的高, 所以这两个三角形的高相等, 只是底边不同, 因此, 这两个三角形的面积之比就是所对应的底边之比.



三、基础训练

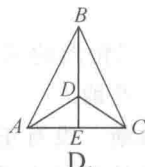
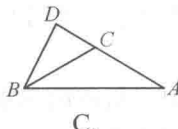
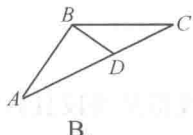
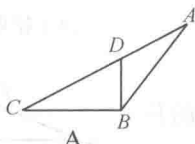
1. 如果三角形的三条高线的交点恰好与此三角形的一个顶点重合, 则这个三角形是 (A)

- A. 直角三角形 B. 钝角三角形 C. 锐角三角形 D. 不能确定

2. 下列有关三角形的高的说法正确的是 (B)

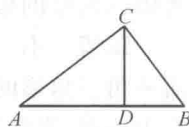
- A. 直角三角形只有一条高
B. 钝角三角形的高都在三角形内部
C. 只有一条高在三角形内的三角形一定是钝角三角形
D. 钝角三角形的高的交点一定在三角形的外部

3. 下列表示 BD 是 $\triangle ABC$ 的高的图形是 (C)



4. 如图, $\triangle ABC$ 中, $\angle ACB = 90^\circ$, $CD \perp AB$ 于 D , 则图中可以作为三角形的高线的线段共有 (D)

- A. 1 条 B. 3 条
C. 4 条 D. 5 条

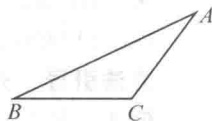


第 4 题图

5. 在 $\triangle ABC$ 中, $\angle A = 50^\circ$, CD 、 BE 分别是 $\triangle ABC$ 的高线, 且交于点 H , 则 $\angle BHC = 130^\circ$.

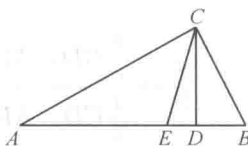
6. 在 $\triangle ABC$ 中, AD 是 BC 边上的中线, 若 $\triangle ABD$ 的面积是 4, 则 $\triangle ABC$ 的面积是 8.

7. 如图, 已知 $\triangle ABC$, 求作: ① 角平分线 AD , ② AB 边上的中线 CE , ③ AC 边上的高 BF .



第 7 题图

8. 如图, 在 $\triangle ABC$ 中, $\angle ACB = 90^\circ$, $\angle B = 70^\circ$, CD 为 AB 边上的高, CE 平分 $\angle ACB$, 求 $\angle ECD$ 的度数.

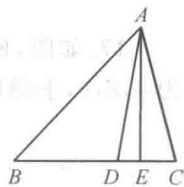


第 8 题图



9. 如图, 在 $\triangle ABC$ 中, AE 是 BC 边上的高, AD 是 $\angle BAC$ 的平分线, $\angle B=42^\circ$, $\angle C=68^\circ$. (1)求 $\angle DAE$ 的度数;

(2)若 $\angle B=\alpha$, $\angle C=\beta$ ($\beta>\alpha$), 用 α, β 的代数式表示 $\angle DAE$.



第9题图

四、冲击中考

10. 如图, 在 $\triangle ABC$ 中, $\angle ACB=90^\circ$, CD 是高, 则图中互为余角的角有 4 对.

11. 如果三角形的一个角等于其他两个角的差, 那么这个三角形是 (B)

A. 锐角三角形

B. 直角三角形

C. 钝角三角形

D. 直角或锐角三角形

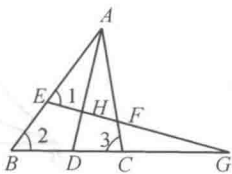
12. 如图, 在 $\triangle ABC$ 中, AD 平分 $\angle BAC$, $EG \perp AD$, 分别交 AB 、 AD 、 AC 及 BC 的延长线于 E 、 H 、 F 、 G , 下列四个结论中正确的是 (C)

A. $\angle 1 = \frac{1}{2}(\angle 2 - \angle 3)$

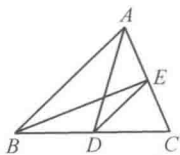
B. $\angle 1 = 2(\angle 3 - \angle 2)$

C. $\angle G = \frac{1}{2}(\angle 3 - \angle 2)$

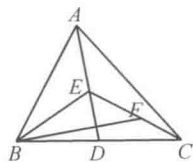
D. $\angle G = \frac{1}{2}\angle 1$



第12题图



第13题图

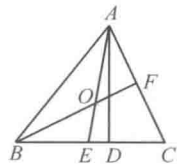


第14题图

13. 如图, 已知 AD, BE 是 $\triangle ABC$ 的中线, 且 $\triangle ABC$ 的面积为12, 则 $\triangle BDE$ 的面积等于 3.

14. 如图, 已知 $\triangle ABC$ 中, 点 D, E, F 分别为 BC, AD, CE 的中点, 且 $S_{\triangle ABC} = 4\text{cm}^2$, 则 $\triangle BEF$ 的面积为 1 cm^2 .

15. 如图, $\triangle ABC$ 中, AD 是高, AE, BF 是角平分线, 相交于点 O , $\angle BAC=50^\circ$, $\angle C=70^\circ$, 求 $\angle DAE, \angle BOA$ 的度数.



第15题图