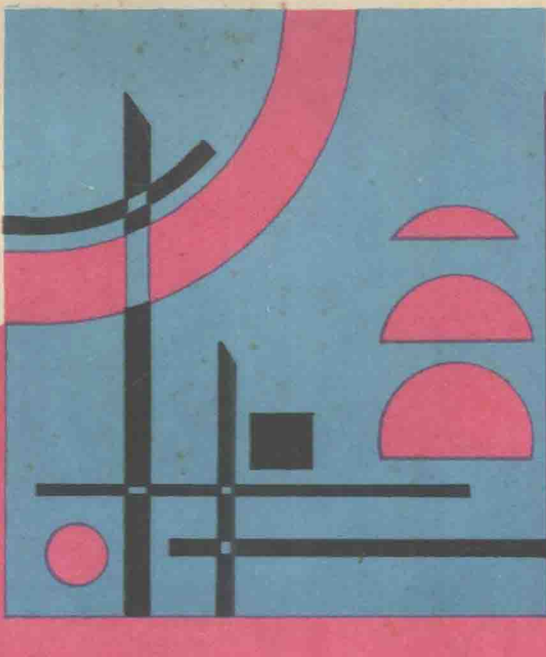
中等职业学校教材

数学 第一册

湖南省中等职业教育教材编审委员会编审



湖南科学技术出版社

中等职业学校教材

数　学　第一册

湖南省中等职业教育教材编审委员会编审

湖南科学技术出版社

中等职业学校教材

数　　学（第一册）

编　　审：湖南省中等职业教育教材编审委员会
责任编辑：彭少富
出版发行：湖南科学技术出版社
社　　址：长沙市展览馆路 66 号
印　　刷：湖南省教育印刷厂
厂　　址：长沙市青园路 6 号
邮　　编：410004
（印装质量问题请直接与本厂联系）
出版日期：1996 年 5 月新 1 版　1998 年 5 月第 4 次
开　　本：787mm×1092mm　1/32
印　　张：7.625
字　　数：120,000
印　　数：115241—185300
书　　号：ISBN7—5357—1922—8/G・96（课）
定　　价：5.20 元

内容提要

这套教材共分四册．第一册为集合与函数，方程与不等式，幂函数、指数函数与对数函数，平面向量，三角函数；第二册为复数，空间平面和直线，平面解析几何，空间解析几何，多面体与旋转体；第三册为数列与数学归纳法，排列组合与二项式定理，概率初步，统计初步，布尔代数；第四册为微分学初步，积分学初步，行列式与线性方程组，矩阵初步．

这套书为湖南省职业中专、职业高中和电视中专的试用教材，也可以作为职工中专、农民中专或者普通中专的教材或参考书．

目　　录

第一章　集合与函数

第一节　集合与简易逻辑

一　集合的概念

1. 集合的意义

在初中数学中，我们已接触过一些集合的例子，为了理解集合这个概念，先考察下面几组对象：

(1) 1,2,3,4,5；

(2) 到一条线段两端距离相等的所有的点；

(3) 所有的等边三角形；

(4) 某班的全体学生；

(5) 某图书馆的全部图书．

它们分别是由一些数、一些点、一些图形、一些人、一些图书组成的，这种具有某种特定性质的一组对象组成的整体形成一个**集合**，简称**集**．集合里的各个对象叫做这个集合的**元素**．例如，(1)是由数 1,2,3,4,5 组成的集合，其中每个数字都是这个集合

的元素.

前面(1)、(4)、(5)这三个集体都只含有有限个元素,它们都是**有限集**;(2)、(3)这两个集合都含有无限多个元素,它们都是**无限集**.

2. **集合的表示法**

我们常用大写的拉丁字母 A,B,C 等作为某个集合的记号,用小写的拉丁字母 a,b,c 等作为集合的某个元素的记号.如果元素 a 是集合 A 的元素,就说 a **属于**集合 A,记作 $a\in A$;如果 a 不是集合 A 的元素,就说 a **不属于** A,记作 $a\notin A$(或 $a\overline{\in}A$).例如,设 B 是由 1,3,5 组成的集合,则 5 属于 B,记作 $5\in B$,4 不属于 B,记作 $4\notin B$.

为了使用方便,一般规定几个常用数集的特殊记号:

全体自然数组成的集合通常简称**自然数集**,记作 N;

全体整数组成的集合通常简称**整数集**,记作 Z;

全体有理数组成的集合通常简称**有理数集**,记作 Q;

全体实数组成的集合通常简称**实数集**,记作 R.

有时我们还用 Q^+ 表示正有理数集,用 R^- 表示负实数集,等等.

除了这些特殊记号外,当需要明确一个集合的具体对象时,常用列举法和描述法来表示这个集合.

(1) 列举法　由 1,2,3,4,5 组成的集合,我们常表示为

$$\{1,2,3,4,5\}.$$

这种把集合的元素一一列举出来(不必考虑元素之间的顺序),写在大括号内表示集合的方法叫做**列举法**.

(2) 描述法　由方程 $x^2-5x-6=0$ 的所有解组成的集合,我们常表示为

$$\{x\mid x^2-5x-6=0\}.$$

这种把集合中的元素所具有的特定性质描述出来，写在大括号内表示集合的方法叫做**描述法**．在大括号内，竖线左边的部分表示这个集合的元素的一般形式，竖线右边的部分表示这个集合的元素具有的特定性质．在上述集合中，方程 $x^2-5x-6=0$ 的解是 -1 和 6，所以 -1，6 是这个集合的元素；而 1，2 不是这个方程的解，所以 1，2 不是这个集合的元素．

例如，由所有正偶数组成的集合，可表示为

$$\{x\mid x=2n，且\ n\in N\}.$$

由二次函数 $y=x^2+1$ 的图象上所有点的坐标组成的集合，可表示为

$$\{(x,y)\mid y=x^2+1\}.$$

在不引起混淆的情况下，用描述法表示集合时也可以省去竖线及其左边的部分．例如，由所有等边三解形组成的集合，可表示为

{等边三角形}；

由所有小于 6 的正整数组成的集合，可表示为

{小于 6 的正整数}.

【例题 1】 写出下列集合的全部元素：

(1) 集合 $\{x\mid x^2-1=0\}$；

(2) 集合 $\{a\mid a\in N$，且 a 是 15 的因数$\}$.

解 (1) 因为方程 $x^2-1=0$ 的解是 1 和 -1，所以该集合的全部元素是 1 和 -1.

(2) 因为 $a\in N$，又是 15 的因数，而 15 可分解为 1×15，3×5，所以满足这个条件的数为 1，3，5，15，即该集合的全部元素是 1，3，5，15.

【例题 2】 用描述法表示下列集合：

(1) $\{1,3,5,7\}$；

(2) $\{3,6,9,12,15\}$.

解 (1) 1,3,5,7 是连续的奇数,用描述法可表示为

$$\{2n-1 \mid n\in N,且\ n\leqslant 4\}.$$

(2) 3,6,9,12,15 都是 3 的倍数,用描述法可表示为

$$\{3n \mid n\in N,且\ n\leqslant 5\}.$$

练 习 一

1. 在___处填上符号$\in$或$\notin$:

1 ___ N, 0 ___ N, -3 ___ N, 0.5 ___ N, $\sqrt{2}$ ___ N;

1 ___ Z^-, 0 ___ Z, -3 ___ Z^+, 0.5 ___ Z; $\sqrt{2}$ ___ Z;

1 ___ Q, 0 ___ Q^+, -3 ___ Q, 0.5 ___ Q, $\sqrt{2}$ ___ Q^-;

1 ___ R^-, 0 ___ R^+, -3 ___ R, 0.5 ___ R, $\sqrt{2}$ ___ R.

2. 设 A 是由方程 $x^2-3x+2=0$ 的根组成的集合,试问:1,2,3,4,5 中哪些是 A 的元素,哪些不是 A 的元素? 用记号$\in$或$\notin$表示出来.

3. 试分别举出一个有限集的例子,一个无限集的例子.

4. 用适当方法表示下列每个集合,并指出它是有限集还是无限集.

(1) 一年中有 31 天的月份的集合;

(2) 方程 $x^2+5x+6=0$ 的解的集合;

(3) 大于 3 且小于 15 的所有 3 的倍数的集合;

(4) 正的偶数集合;

(5) 不等式 $x-1>2$ 的所有整数解的集合.

5. 把下列集合用另一方式表示出来:

(1) $\{2,4,6,8,10\}$;

(2) $\{(x,y) \mid x,y\in N,且\ x+y=4\}$.

二　集合的运算

1. 集合的包含与相等

考察下面两个集合

$$A:\{a,e,i,o,u\}$$

$$B:\{26\text{ 个小写英文字母}\}.$$

可知，集合 A 中的任何一个元素都是集合 B 中的元素.

对于两个集合 A 和 B，如果集合 A 的任何一个元素都是集合 B 的元素，那么集合 A 叫做集合 B 的**子集**，记作

$$A\subseteq B(\text{或 } B\supseteq A).$$

读作"A 包含于 B"(或"B 包含 A"). 例如

$$N\subseteq Z,N\subseteq Q,R\supseteq Z,R\supseteq Q.$$

当 A 不是 B 的子集时，我们可以记作

$$A\not\subseteq B(\text{或 } B\not\supseteq A).$$

读作"A 不包含于 B"(或"B 不包含 A").

对于任何一个集合 A，因为它的任何一个元素都属于集合 A 本身，所以

$$A\subseteq A.$$

这就是说，任何一个集合是它本身的子集.

考察集合

$$\{x\mid x+1=x+3\}.$$

因为方程 $x+1=x+3$ 无解，所以这个集合中没有任何元素，这种不含任何元素的集合叫做**空集**，记作 $\varnothing$，例如{小于零的正整数}也是空集.

我们规定空集是任何集合的子集，也就是说，对于任何集合 A 有

$$\varnothing \subseteq A.$$

为了方便起见，我们还把至少含有一个元素的集合叫做**非空集**.

如果 A 是 B 的子集，并且 B 中至少有一个元素不属于 A，那么集合 A 叫做集合 B 的**真子集**，记作

$$A \subset B(\text{或 } B \supset A).$$

例如，自然数集 N 是它本身的子集，但不是它的真子集，即 $N \subseteq N$，但 $N \not\subset N$. N 是实数集 R 的子集，也是 R 的真子集，即 $N \subset R$.

显然，空集是任何非空集的真子集.

集合 B 同它的真子集 A 之间的关系，常用图 1—1 形象地说明，其中 A，B 两个圈的内部分别表示集合 A，B. 这种表示集合以及集合之间关系的图叫做韦恩(Venn)图.

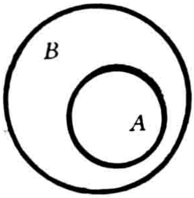


图 1—1

【例题 3】 写出集合 $\{a,b\}$ 的所有子集和真子集.

解 集合 $\{a,b\}$ 的所有子集是

$$\varnothing, \{a\}, \{b\}, \{a,b\};$$

所有真子集是

$$\varnothing, \{a\}, \{b\}$$

注意：这里 a 是集合 $\{a,b\}$ 的一个元素，$\{a\}$ 是 $\{a,b\}$ 的一个真子集，它是一个集合，a 与 $\{a\}$ 是不同的.

对于两个集合 A 和 B，若 A，B 中的元素完全相同，我们就说这两个集合**相等**，记作

$$A = B.$$

读作“A 等于 B”，当 $A=B$ 时，有 $A \subseteq B$，同时 $B \subseteq A$.

例如，设 $A=\{x \mid x^2+3x+2=0\}$，$B=\{-1,-2\}$，因为方程 $x^2+3x+2=0$ 的解是 -1 和 -2，所以有 $A=B$.

2. **交集**

考察集合

$A=\{6$ 的正约数$\}$，$B=\{10$ 的正约数$\}$，

$C=\{6$ 与 10 的正公约数$\}$.

显然有 $A=\{1,2,3,6\}$，$B=\{1,2,5,10\}$，$C=\{1,2\}$.

容易看出，集合 C 是由集合 A 和集合 B 的公共元素组成.

一般地，由所有属于集合 A 且属于集合 B 的元素所组成的集合，叫做 A,B 的**交集**，记作 $A\cap B$，读作"A 交 B"，即

$$A\cap B=\{x \mid x\in A，且\ x\in B\}.$$

这样，6 与 10 的正公约数的集合，可以从求 6 的正约数的集合与 10 的正约数的集合的交集得到，即

$$\{1,2,3,6\}\cap\{1,2,5,10\}=\{1,2\}.$$

图 1—2 中的阴影部分表示集合 A,B 的交集 $A\cap B$.

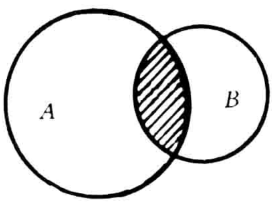


图 1—2

求交集的运算叫做交运算.

由交集的定义容易知道，对于任意两个集合 A，B 有

$$A\cap B=B\cap A，A\cap A=A，A\cap\varnothing=\varnothing.$$

【例题 4】 设 $A=\{-3,-2,0,1,3\}$，$B=\{0,-1,2,3\}$，求 $A\cap B$.

解 $A\cap B=\{-3,-2,0,1,3\}\cap\{0,-1,2,3\}$
$=\{0,3\}$.

【例题 5】 设 $A=\{$等腰三解形$\}$，$B=\{$直角三角形$\}$，求 $A\cap B$.

解 $A\cap B=\{$等腰三解形$\}\cap\{$直角三角形$\}$

$=\{$有两边相等且有一角是直角的三角形$\}$

$=\{$等腰直角三角形$\}$

【例题 6】 设 $A=\{x|x>-2\}$，$B=\{x|x<3\}$，求 $A\cap B$.

解 $A\cap B=\{x|x>-2\}\cap\{x|x<3\}$

$=\{x|x>-2$，且 $x|x<3\}$

$=\{x|-2<x<3\}$.

在数轴上这个交集如图 1—3 所示 .

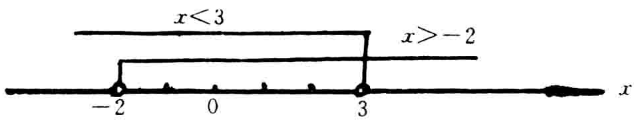


图 1—3

【例题 7】 设 $A=\{(x,y)|4x+y=6\}$，
$B=\{(x,y)|3x+2y=7\}$. 求 $A\cap B$.

解 $A\cap B=\{(x,y)|4x+y=6\}\cap\{(x,y)|3x+2y=7\}$

$$=\left\{(x,y)\,\middle|\,\begin{cases}4x+y=6\\3x+2y=7\end{cases}\right\}$$

$=\{1,2\}$.

练 习 二

1. 用适当的符号($\in$，$\notin$，$=$，$\subset$，$\supset$)填空：

(1) a ___ $\{a,b,c\}$； (2) d ___ $\{a,b,c\}$；

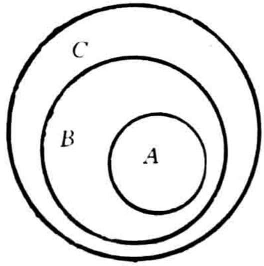
(3) $\{a\}$ ___ $\{a,b,c\}$； (4) $\{a,b\}$ ___ $\{b,a\}$；

(5) 0 ___ $\{0\}$；　　　　(6) $\{0\}$ ___ $\varnothing$；

(7) $\{3,5\}$ ___ $\{5,1,3\}$；　(8) a ___ $\{a\}$

2. 写出集合$\{0,1,2\}$的所有子集及真子集．

3. 图中 A,B,C 表示集合，说明它们两两之间有什么包含关系．



第 3 题

4. 用符号$\subset$，$\supset$，$=$表示下列各题中集合 A,B 间的关系

(1) $A=\{x \mid x<5, 且\ x\in N\}$，

$B=\{x \mid x<5, 且\ x\in Z\}$；

(2) $A=\{x \mid x<5, 且\ x\in Q^{+}\}$，

$B=\{x \mid x<5, 且\ x\in R\}$；

(3) $A=\{(x,y) \mid x+y=0, 且\ x\in Z^{+}, 且\ x<4, y\in Z^{-}\}$，

$B=\{(1,-1),(2,-2),(3,-3)\}$；

(4) $A=\{$等腰三角形$\}$，

$B=\{$有一个角为 45°的直角三角形$\}$．

5. 设 $A=\{1,2,3,4,5\}$，$B=\{4,5,6,7,8\}$，求 $A\cap B$.

6. 设$A=\{x \mid x\in N, 且\ x<6\}$，

$B=\{x \mid x\in Z, 且\ 3<x<8\}$．

(1) 求 $A\cap B$；

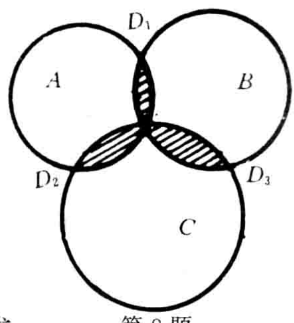
(2) 用符号$\subseteq$，$\supseteq$，$\subset$，$\supset$填空．

$A\cap B$ ___ A，$A\cap B$ ___ B.

7. 设$A=\{(x,y) \mid 3x+2y=1\}$，

$B=\{(x,y) \mid x-y=2\}$，

$C=\{(x,y) \mid 2x-2y=3\}$，求 $A\cap B$，$B\cap C$.



第 8 题

8. 图中 A,B,C 表示集合，把各个阴景部分 D_1,D_2,D_3 所表示的集合写出来，并用适当的记号表示它们和 A,B,C 的关