

规划教材基础课程系列/教师资格统考精品教材

2015版

国家教师资格

JIAO SHI 统一考试规划教材

数学学科知识与教学能力

国家教师资格统一考试规划教材编写组 编

(初级中学)

适用于统考省市

大纲准确解读 考点重点详尽 命题趋势分析 规避学习误区
学习导读明了 规划学习重点 真题深度解析 把握命题规律



现代教育出版社



手机考试软件
随时随地自测·海量优质题库

 规划教材专业课程系列/教师资格统考精品教材

国家教师资格

JIAO SHI 统一考试规划教材

数学学科知识与教学能力

国家教师资格统一考试规划教材编写组 编

(初级中学)



现代教育出版社

图书在版编目 (CIP) 数据

数学学科知识与教学能力. 初级中学 / 国家教师资格统一考试规划教材编写组编. —北京: 现代教育出版社, 2013. 8

国家教师资格统一考试规划教材

ISBN 978-7-5106-2030-0

I. ①数… II. ①国… III. ①中学数学课—教学法—初中—中学教师—资格考试—自学参考资料 IV.

①G633.602

中国版本图书馆 CIP 数据核字 (2013) 第 209388 号

责任编辑: 张轶唯 刘若青

封面设计: 中人教育设计中心

国家教师资格统一考试规划教材:
数学学科知识与教学能力 (初级中学)
国家教师资格统一考试规划教材编写组 编

现代教育出版社出版发行

(100011 北京朝阳区安华里 504 号 E 座)

北京精乐翔印刷有限公司 新华书店发行

2014 年 1 月第 1 版 2014 年 10 月第 2 次印刷

开本: 787mm×1092mm 1/16 印张: 18 字数: 374 千字

ISBN 978-7-5106-2030-0 定价: 38.00 元

现代教育出版社 电话: 010-64244927 传真: 010-64251256

目录

Contents

第一部分 学科知识

第一章 大学专科数学基础知识	(1)
▶ 学习导读	(1)
▶ 考试目标	(1)
第一节 函数与极限	(2)
一、基本初等函数与初等函数	(2)
二、邻域	(2)
三、数列的极限	(2)
四、函数的极限	(4)
第二节 连续函数	(9)
一、函数的连续性	(9)
二、左右连续及连续充要条件	(9)
三、函数的间断点	(10)
四、连续函数的四则运算	(10)
五、反函数与复合函数的连续性	(10)
六、初等函数的连续性	(10)
七、闭区间上连续函数的性质	(11)
第三节 微分学	(11)
一、导数	(11)
二、函数的微分	(18)
第四节 积分学	(20)
一、不定积分	(20)
二、定积分	(23)
第五节 向量代数	(27)
一、平面向量	(27)

二、空间向量	(29)
第六节 空间解析几何	(31)
一、空间直角坐标系	(31)
二、空间平面及其方程	(32)
三、空间直线及其方程	(34)
四、直线与平面的夹角及平行或垂直的条件	(35)
五、平面束方程	(36)
第七节 线性代数	(37)
一、行列式与矩阵	(37)
二、线性方程组与线性组合	(45)
第八节 统计与概率	(50)
一、计数原理与二项式定理	(50)
二、随机事件及其概率	(53)
三、随机变量及其分布	(58)
四、正态分布与随机抽样	(63)
五、用样本估计总体	(66)
* 教坛新风	(69)
自主引导的高等数学课堂教学的特征分析	
▶ 考点过关测评	(70)
▶ 考点过关测评参考答案	(73)
第二章 初中数学知识要点讲解	(76)
▶ 学习导读	(76)
▶ 考试目标	(76)
第一节 数与代数领域基础知识	(77)
一、有理数	(77)
二、整式的加减	(80)
三、一元一次方程	(81)
四、二元一次方程组	(84)
五、不等式与不等式组	(87)
六、实数	(88)
七、一次函数	(88)
八、整式的乘除与因式分解	(89)

九、分式	(93)
十、反比例函数	(94)
十一、二次根式	(95)
十二、一元二次方程	(96)
十三、二次函数	(100)
第二节 图形与几何	(101)
一、图形的认识初步	(101)
二、相交线与平行线	(102)
三、三角形	(103)
四、轴对称	(108)
五、四边形	(109)
六、旋转	(112)
七、圆	(113)
八、相似	(115)
九、投影与三视图	(116)
第三节 概率与统计	(117)
一、数据的收集、整理与描述	(117)
二、数据的分析	(117)
三、概率	(117)
* 教坛新风	(118)
带头践行社会主义核心价值观	
▶ 考点过关测评	(119)
▶ 考点过关测评参考答案	(122)

第二部分 课程知识

第一章 初中数学课程概述	(125)
▶ 学习导读	(125)
▶ 考试目标	(125)
第一节 初中数学课程的性质与基本概念	(125)
一、数学课程的性质	(126)
二、数学课程的基本理念	(126)
第二节 初中数学课程的目标	(128)

一、数学课程的总目标	(129)
二、数学课程的学段目标	(130)
三、数学课程的结果目标与过程目标	(131)
第三节 数学课程的核心概念	(132)
一、数感	(132)
二、符号意识	(134)
三、空间观念	(134)
四、几何直观	(135)
五、数据分析观念	(136)
六、运算能力	(136)
七、推理能力	(137)
八、模型思想	(137)
九、应用意识	(138)
十、创新意识	(138)
* 教坛新风	(138)
教育就要宽、柔、养、育	
▶ 考点过关测评	(139)
▶ 考点过关测评参考答案	(139)
第二章 初中数学课程的内容标准	(143)
▶ 学习导读	(143)
▶ 考试目标	(143)
第一节 数与代数	(143)
一、课程标准要求	(143)
二、课程内容要点	(146)
第二节 图形与几何	(147)
一、课程标准要求	(147)
二、课程内容要点	(151)
第三节 统计与概率	(152)
一、课程标准要求	(152)
二、课程内容要点	(152)
第四节 实践与综合	(153)
一、课程标准要求	(153)

二、课程内容要点	(153)
* 教坛新风	(154)
坚持以人为本,把人作为着眼点和落脚点	
▶ 考点过关测评	(155)
▶ 考点过关测评参考答案	(155)
第三章 初中数学课程的教学建议与评价建议	(157)
▶ 学习导读	(157)
▶ 考试目标	(157)
第一节 初中数学课程的教学建议	(157)
一、数学教学活动要注重课程目标的整体实现	(157)
二、重视学生在学习活动中的主体地位	(158)
三、注重学生对基础知识、基本技能的理解和掌握	(159)
四、感悟数学思想,积累数学活动经验	(159)
五、关注学生情感态度的发展	(160)
六、合理把握“综合与实践”的实施	(160)
七、教学中应当注意的几个关系	(161)
第二节 初中数学课程的评价建议	(162)
一、基础知识和基本技能的评价	(163)
二、数学思考和问题解决的评价	(163)
三、情感态度的评价	(164)
四、注重对学生数学学习过程的评价	(164)
五、体现评价主体的多元化和评价方式的多样化	(165)
六、恰当地呈现和利用评价结果	(165)
七、合理设计与实施书面测验	(166)
* 教坛新风	(167)
坚持立德树人,增强学生社会责任感	
▶ 考点过关测评	(167)
▶ 考点过关测评参考答案	(168)

第三部分 教学知识

第一章 中学数学教学方法	(169)
▶ 学习导读	(169)

▶ 考试目标	(169)
第一节 中学数学教学常用的教学方法	(169)
一、讲授法	(169)
二、谈话法	(170)
三、讨论法	(171)
四、自主辅导法	(172)
五、练习法	(172)
六、发现法	(172)
第二节 新的教学方法及改革	(172)
一、新的数学教学理念	(173)
二、新的数学教学方法	(174)
✱ 教坛新风	(176)
让每个孩子都有机会实现梦想	
▶ 考点过关测评	(177)
▶ 考点过关测评参考答案	(177)
第二章 中学数学的教学工作	(178)
▶ 学习导读	(178)
▶ 考试目标	(178)
第一节 备课与说课	(178)
一、数学课的主要教学任务	(178)
二、中学数学的备课	(179)
三、说课	(183)
第二节 中学数学的课外工作	(184)
一、及时认真地批改作业	(184)
二、加强课外辅导工作	(185)
第三节 中学数学的教学研究	(186)
一、中学数学研究的方法	(186)
二、中学数学的研究工作	(187)
✱ 教坛新风	(189)
扶持与规范并举,有效防控民办学校办学风险	
▶ 考点过关测评	(190)
▶ 考点过关测评参考答案	(190)

第三章 数学概念与数学命题的教学	(192)
▶ 学习导读	(192)
▶ 考试目标	(192)
第一节 概念概述	(192)
一、什么是概念	(192)
二、概念的分类	(193)
三、概念的内涵与外延	(194)
四、概念间的关系	(195)
五、概念的定义	(196)
第二节 数学概念的教学	(197)
一、数学概念的定义	(197)
二、数学概念的特点	(197)
三、数学概念教学的一般步骤	(198)
四、数学概念教学中应注意的问题	(199)
第三节 数学命题的教学	(200)
一、公理的教学	(200)
二、定理的教学	(201)
* 教坛新风	(203)
中国必须创新教育价值观	
▶ 考点过关测评	(204)
▶ 考点过关测评参考答案	(204)
第四章 数学学习方式	(205)
▶ 学习导读	(205)
▶ 考试目标	(205)
第一节 合作学习	(205)
一、合作学习的概念	(205)
二、合作学习的形式	(206)
三、合作学习中的注意事项	(206)
第二节 自主学习	(207)
一、自主学习的概念	(207)
二、自主学习的培养	(207)
第三节 探究式学习	(209)

一、探究式教学的概念	(209)
二、探究式学习法的培养	(209)
三、探究式方法应注意的问题	(210)
第四节 “自主、合作、探究”学习方法的原则	(210)
一、主体性原则	(210)
二、探索性原则	(211)
三、启发性原则	(211)
四、合作交流性原则	(211)
* 教坛新风	(211)
教学如何对接职业标准	
▶ 考点过关测评	(212)
▶ 考点过关测评参考答案	(212)

第四部分 教学技能

第一章 教学设计	(213)
▶ 学习导读	(213)
▶ 考试目标	(213)
第一节 教学设计简述	(213)
一、教学设计的概念	(213)
二、教学设计与教案的关系	(214)
三、教学设计的基本理念	(214)
四、课堂教学设计的构成要素	(215)
第二节 数学课堂教学设计的内容	(215)
一、确定教学目标	(215)
二、学习内容分析	(218)
三、教学方法的选择	(219)
四、教学媒体的使用	(219)
五、教学程序的安排	(220)
第三节 教学设计的撰写及案例	(222)
一、教案的构成要素	(222)
二、教案的格式参考	(222)
三、案例展示	(224)

* 教坛新风	(230)
牢固树立改革创新意识	
▶ 考点过关测评	(230)
▶ 考点过关测评参考答案	(231)
第二章 教学实施	(232)
▶ 学习导读	(232)
▶ 考试目标	(232)
第一节 导入技能	(233)
一、导入技能的概念	(233)
二、数学课导入的类型	(233)
第二节 语言技能	(236)
一、语言技能概念	(236)
二、数学教学语言说明的类型	(237)
三、语言技能的微格教学实践	(238)
第三节 板书板画技能	(238)
一、板书板画的概念	(238)
二、数学课板书板画的类型	(240)
三、板书板画的设计程序和要求	(241)
四、板书板画技能的微格教学实践	(242)
第四节 讲解技能	(242)
一、讲解技能的概念	(242)
二、讲解的类型	(242)
三、讲解的程序和要求	(243)
四、讲解技能的微格教学实践	(243)
第五节 提问技能	(244)
一、课堂提问的概念	(244)
二、提问的类型	(244)
三、课堂提问的要求	(246)
四、提问技能的微格教学实践	(248)
第六节 结束技能	(248)
一、结束技能的概念	(248)
二、结束技能的类型	(249)

* 教坛新风	(250)
教师是立教之本、兴教之源	
▶ 考点过关测评	(251)
▶ 考点过关测评参考答案	(251)
第三章 教育评价	(252)
▶ 学习导读	(252)
▶ 考试目标	(252)
第一节 中学数学教育评价的意义、目的与类型	(252)
一、数学教育评价的意义与目的	(252)
二、数学教育评价的类型	(253)
第二节 中学数学教育评价的功能、目标与对象	(255)
一、数学教育评价的功能	(255)
二、数学教育评价的对象与目标	(256)
第三节 新课程下的中学数学教育评价	(260)
一、评价目标的多元性	(260)
二、评价内容的多维性	(262)
三、评价手段、方式方法的多样性	(262)
四、评价主体的多元性	(263)
第四节 关于数学新课程理念下的学生评价	(264)
一、表现性评价	(264)
二、测验法	(266)
三、观察法	(269)
四、数学日记	(270)
* 教坛新风	(271)
认真贯彻党的教育方针	
▶ 考点过关测评	(271)
▶ 考点过关测评参考答案	(271)



第一部分

学科知识

第一章 大学专科数学基础知识



学习导读

	能力层级	指数			所占本章分值比例
		重点指数	难度指数	考频指数	
第一节	识记	★★	★	★★	5%—8%
第二节	理解	★★	★	★★★	5%—10%
第三节	掌握	★★★★	★★★★	★★★★★	15%—20%
第四节	掌握	★★	★★	★★★	10%—15%
第五节	理解	★★	★★★★	★★★	8%—15%
第六节	理解	★★★★	★★★★	★★★★★	15%—20%
第七节	识记	★	★★	★	5%—10%
第八节	理解	★★	★★★★	★★	10%—15%



考试目标

1. 掌握基本初等函数与初等函数的概念；
2. 掌握极限的相关概念；
3. 掌握连续、导数、微分、积分等基本概念；
4. 掌握导数的求导法则及应用；
5. 理解并掌握微分、积分的运算法则；
6. 了解向量的有关概念，能够运用向量的有关法则进行实际运算；
7. 理解空间解析几何的相关概念；
8. 理解行列式的性质、矩阵的初等变换以及向量间的线性关系；
9. 掌握一般线性方程组解的结构与解法；
10. 了解计数原理与二项式定理；
11. 了解随机事件及概率的意义；

12. 了解离散型随机变量及其分布列、期望、方差;
13. 了解正太分布与随机抽样, 会利用样本估计总体.

第一节 函数与极限

一、基本初等函数与初等函数

基本初等函数包括幂函数、指数函数、对数函数、三角函数和反三角函数五大类.

初等函数是指, 由基本初等函数和常数, 经过有限次四则运算或有限次复合步骤所构成的, 且用一个数学式子表示的函数.

例如, 有有理整函数

$$P_n(x) = a_0 x^n + a_1 x^{n-1} + \cdots + a_{n-1} x + a_n$$

(n 是正整数, a_0, \cdots, a_n 均是常数, $a_0 \neq 0$)

和有理函数

$$\frac{P_n(x)}{Q_m(x)} = \frac{a_0 x^n + a_1 x^{n-1} + \cdots + a_{n-1} x + a_n}{b_0 x^m + a_1 x^{m-1} + \cdots + b_{m-1} x + b_m}$$

($P_n(x), Q_m(x)$ 都是有理整函数, 且 $Q_m(x) \neq 0$)

都是初等函数, 再如, 函数 $y = \arcsin e^{x^2}$, $y = \frac{x + \sin x}{\cos^2 x}$, $y = x + \sqrt{\ln(1 + \cos x)}$ 也都是初等函数.

注 意

非初等函数是存在的. 如分段函数

$$y = f(x) = \begin{cases} e^{\sin x}, & x < 0; \\ x + 1, & x \geq 0 \end{cases}$$

就是非初等函数, 因为在它的定义域内不能用一个数学式子表示.

二、邻域

设 a 和 δ 是两个实数, 且 $\delta > 0$, 集合

$$\{x \mid |x - a| < \delta\}$$

称为点 a 的 δ -邻域 (图 1), 记作 $U(a, \delta)$. 点 a 为邻域的中心, δ 称为邻域的半径.

如果把邻域的中心 a 除去, 即集合

$$\{x \mid 0 < |x - a| < \delta\}$$

称为点 a 的去心 δ -邻域 (图 2), 记作 $U(\hat{a}, \delta)$ 或 $\dot{U}(a, \delta)$. (这里的 $0 < |x - a|$ 表明了 $x \neq a$)

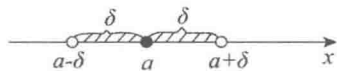


图 1

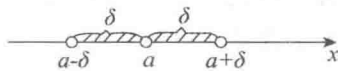


图 2

三、数列的极限

(一) 极限的有关概念

定义 1 按照一定的法则, 依次排列的一列无穷多个数:

$$x_1, x_2, \cdots, x_n, \cdots$$



称为数列,其中每一个数称为数列的项,第 n 项 x_n 称为数列的一般项(或通项),下标 $n(n=1, 2, \dots)$ 称为数列的项数.

定义 2 若当数列 $\{x_n\}$ 的项数 n 无限增大时,它的一般项 x_n 无限接近某个确定的常数 a ,则称数列 $\{x_n\}$ 收敛于 a ,或称数列 $\{x_n\}$ 有极限 a ,记作

$$\lim_{n \rightarrow \infty} x_n = a \text{ 或 } x_n \rightarrow a \text{ (当 } n \rightarrow \infty \text{ 时)}$$

(读作当 n 趋向无穷大时, x_n 趋向于 a).

若当数列 $\{x_n\}$ 的项数 n 无限增大时,它的一般项 x_n 不接近任何确定的常数,则称数列 $\{x_n\}$ 发散,或称数列 $\{x_n\}$ 没有极限,有时简记成

$$\lim_{n \rightarrow \infty} x_n = \infty \text{ (} |x_n| \text{ 无限增大的情形)}$$

或

$$\lim_{n \rightarrow \infty} x_n \text{ 不存在.}$$

对于 $\lim_{n \rightarrow \infty} x_n = \infty$,习惯上叫做极限是无穷大.但是,这仍属于数列没有极限的情形.

定义 3 所述极限的定义比较粗糙,它没有反映 x_n 接近 a 的程度及与 n 之间的关系,以下是其严格的定义:

定义 4 设有数列 $\{x_n\}$ 及常数 a . 如果对于任意给定的正数 ϵ (不论它多么小),总存在正整数 N ,使得对于下标满足 $n > N$ 的一切 x_n ,不等式

$$|x_n - a| < \epsilon$$

都成立,则称常数 a 是数列 $\{x_n\}$ 的极限,或称数列 $\{x_n\}$ 收敛于 a ,记作

$$\lim_{n \rightarrow \infty} x_n = a \text{ 或 } x_n \rightarrow a \text{ (当 } n \rightarrow \infty \text{ 时).}$$

注意

“对于任意给定的正数”这句话有两层含义: ϵ 是任意的,又可以给定的,首先 ϵ 是任意的,只有这样,才能通过不等式 $|x_n - a| < \epsilon$ 表达出随着 n 的无限增大,点 x_n 与 a 的距离(即 $|x_n - a|$)可以任意小;其次, ϵ 是可以给定的,一旦 ϵ 给定,就能找到与 ϵ 有关的正整数 N (显然 N 不是唯一的).

真题链接

(单项选择题) 设 $\{a_n\}$ 为数列, A 为定数,对于“对任意 $\epsilon > 0$,存在正整数 N ,当 $n > N$ 时,有 $|a_n - A| < \epsilon$ ”的否定(即 $\lim_{n \rightarrow \infty} a_n \neq A$)是().

- A. 存在 $\epsilon > 0$,对任意正整数 N ,存在 $n > N$,使得 $|a_n - A| \geq \epsilon$
- B. 对任意 $\epsilon > 0$,存在正整数 N ,当 $n > N$ 时,有 $|a_n - A| \geq \epsilon$
- C. 对任意 $\epsilon > 0$,以及任意正整数 N ,当 $n > N$ 时,有 $|a_n - A| \geq \epsilon$
- D. 存在 $\epsilon > 0$,存在正整数 N ,当 $n > N$ 时,有 $|a_n - A| \geq \epsilon$

【评析】A 若存在 $\epsilon > 0$,对任意正整数 N ,存在 $n > N$,使得 $|a_n - A| \geq \epsilon$,则称数列 $\{a_n\}$ 的极限不是 A .

(二) 数列的收敛性与有界性的关系

定理 1 如果数列 $\{x_n\}$ 收敛于 a ,则数列 $\{x_n\}$ 一定有界.

定理 2 (数列极限存在的单调有界准则) 如果数列 $\{x_n\}$ 是单调、有界的数列,则数列 $\{x_n\}$ 的极限必存在,即 $\{x_n\}$ 一定收敛.

四、函数的极限

(一) 函数极限的概念

1. 自变量趋向于无穷时函数的极限

设函数 $f(x)$ 在 $|x| > M (M > 0)$ 内有定义, A 是某个确定的常数. 如果对于任意给定的正数 ϵ (不论它多么小), 总存在正数 $X (X > M)$, 当 $|x| > X$ 时, 恒有不等式

$$|f(x) - A| < \epsilon$$

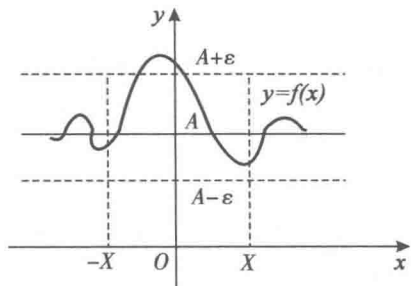
成立, 则称当 $x \rightarrow \infty$ 时, 函数 $f(x)$ 有极限 A , 记做

$$\lim_{x \rightarrow \infty} f(x) = A$$

或

$$f(x) \rightarrow A \text{ (当 } x \rightarrow \infty \text{ 时).}$$

这类极限的几何解释如下: 在直角坐标系中, 如果点 x 沿 x 轴的正、负两个方向无限移动, 那么, 函数 $f(x)$ 的图像将无限靠近直线 $y=A$ (此时, 直线 $y=A$ 称为函数 $f(x)$ 的水平渐近线). 现在, 任意给定一个正数 ϵ , 在平面上作出两条直线 $y=A+\epsilon$ 和 $y=A-\epsilon$, 由上图可以看到, 一定能在 x 轴的正半轴上找到一点 X , 使得函数 $f(x)$ 相应于两个区间: $(-\infty, -X)$ 及 $(X, +\infty)$ 内的图象完全落在直线 $y=A+\epsilon$ 和 $y=A-\epsilon$ 之间, 由上图还能看到, X 是与 ϵ 密切相关的, 但它不是唯一的.



2. 自变量趋向于有限值时函数的极限

设函数 $f(x)$ 在 x_0 的邻域 (x_0 可除外) 内有定义, A 是某个确定的常数. 如果对于任意给定的正数 ϵ (不论它多么小), 总存在正数 δ , 当 $0 < |x - x_0| < \delta$ 时, 恒有不等式

$$|f(x) - A| < \epsilon$$

成立, 则称当 $x \rightarrow x_0$ 时 $f(x)$ 有极限 A , 记作

$$\lim_{x \rightarrow x_0} f(x) = A$$

或

$$f(x) \rightarrow A \text{ (当 } x \rightarrow x_0 \text{ 时).}$$

几何解释如下: 设 ϵ 是任意给定的一个正数, 在平面上作两条直线 $y=A+\epsilon$ 和 $y=A-\epsilon$, 由图可以看到, 我们总能找到点 x_0 的一个 δ -邻域 $(x_0 - \delta, x_0 + \delta)$, 使得相应于这个邻域内的一切 x (x_0 可除外), 对应于函数 $f(x)$ 的图象上的点 $(x, f(x))$ 都将落在直线 $y=A-\epsilon$ 和 $y=A+\epsilon$ 之间

