

考研数学命题人土豪金系列丛书

2015

双色印刷+全真模拟+精彩解析

考研数学命题人 全真终极冲刺8套卷

(数学三)



全国硕士研究生入学考试辅导用书编委会 主编

1 本书每章习题答案与详解 + 2 篇北大、清华数学满分秘笈 + 2 套原命题组成员密押试卷 + 5 大考研命题人快速解题方法 + 8 小时命题人数学串讲精华

正版书凭激活码登录 www.buaapress.com.cn,
获超多增值服务



北京航空航天大学出版社
BEIHANG UNIVERSITY PRESS

卡号: 2014007301697

密码:

考研数学命题人土豪金系列丛书

2015

双色印刷+全真模拟+精彩解析

考研数学命题人 全真终极冲刺8套卷 (数学三)

赠

全国硕士研究生入学考试辅导用书编委会 主编

本书每章习题答案与详解

+2

篇北大、清华
数学满分秘笈

+2

套原命题组成员
密押试卷

+5

大考研命题人
快速解题方法

+8

小时命题人
数学串讲精华

激活码登录 www.buaapress.com.cn,
获超多增值服务



北京航空航天大学出版社
BEIHANG UNIVERSITY PRESS

内 容 简 介

本书是作者在10多年收集、整理考研数学资料 and 进行考研数学辅导的基础上,通过对历年试题的精心研究和分析,并结合授课体会和学生的需要全新编写而成的。

本书由来自北京大学、清华大学和中国人民大学的原命题组组长、命题研究专家,以及一线教师组织编写。通过本书,考生不仅可以了解考研以来数学考试的全貌,而且可以方便地了解有关试题和信息,从中发现规律,进一步把握考试特点及命题思路,从容应考,轻取高分。

本书适用于参加研究生入学数学考试的广大考生。

图书在版编目(CIP)数据

2015 考研数学命题人全真终极冲刺8套卷·数学三 /
全国硕士研究生入学考试辅导用书编委会主编. --北京:
北京航空航天大学出版社, 2014.6

ISBN 978-7-5124-1529-4

I. ①2… II. ①全… III. ①高等数学—研究生—入
学考试—习题集 IV. ①O13-44

中国版本图书馆 CIP 数据核字(2014)第 083606 号

版权所有,侵权必究。

2015 考研数学命题人全真终极冲刺8套卷(数学三)

全国硕士研究生入学考试辅导用书编委会 主编

责任编辑 宋淑娟

*

北京航空航天大学出版社出版发行

北京市海淀区学院路37号(邮编100191) <http://www.buaapress.com.cn>

发行部电话:(010)82317024 传真:(010)82328026

读者信箱: bhpess@263.net 邮购电话:(010)82316524

北京时代华都印刷有限公司印装 各地书店经销

*

开本:787×1092 1/16 印张:7.75 字数:165千字

2014年6月第1版 2014年6月第1次印刷

ISBN 978-7-5124-1529-4 定价:16.80元

若本书有倒页、脱页、缺页等印装质量问题,请与本社发行部联系调换。联系电话:(010)82317024

编 委 会

总主编 刘学元

编 委	徐 荣	尤承业	刘德荫	童 武
	刘 佩	李春艳	叶 青	欧阳少波
	张晓燕	张 孜	黄 艳	王 宁
	张 杰	李 征	李智忠	黎兴刚
	汪 华	任丽娟	董 亮	王 欢
	陈冬冬	张飞飞	赵 娜	王光福
	郝显纯	高晓琼	李铁红	涂振旗
	姜宝静	杨 勇	王 宇	王 静
	陈 娟	王新会	崔杰凯	孟 楠
	陈昌勇	江海波	苗红宜	张永艳
	潘小春			

2014年4月

前 言

在考研数学复习的冲刺阶段,实战练习几套全真模拟试卷对于考生巩固复习效果、查漏补缺、克服薄弱环节、适应考试模式有着极为重要的作用。《2015 考研数学命题人全真终极冲刺8套卷(数学三)》是考研数学专家团队根据最新发布的《全国硕士研究生入学统一考试数学考试大纲》精心打造而成的。试卷涵盖大纲所有的知识点,命题思路贴近真题,有助于考生进行有效的自我检测,达到应考的最佳状态。

本书的特点如下:

一、专家团队倾力编写。《2015 考研数学命题人全真终极冲刺8套卷(数学三)》作者团队由数位命题组、阅卷组原成员组成,他们有着丰富的命题及阅卷经验,能够直击考研数学命题点,把握考研数学的命题方向。

二、内容全面,紧扣大纲。本书依据最新《全国硕士研究生入学统一考试数学考试大纲》编写,覆盖考试大纲规定的重要知识点,题型、题量、难易程度贴近考研真题,有助于考生适应考试模式,达到最佳应试状态。

三、价格低廉,性价比高。在保证试卷质量的前提下,严格控制定价,使本书成为市面上性价比极高的考研数学模拟卷,保证读者能以极低的价格买到最有帮助的考研书。

由于编写时间仓促,书中难免有错误和疏漏之处,欢迎广大读者和同行批评指正!

预祝广大考研学子在2015年全国硕士研究生入学考试中取得优异成绩!

本书编委会

2014年4月

目 录

第一篇 全真终极冲刺 8 套卷

全真模拟卷(一)	(3)
全真模拟卷(二)	(7)
全真模拟卷(三)	(11)
全真模拟卷(四)	(15)
全真模拟卷(五)	(19)
全真模拟卷(六)	(23)
全真模拟卷(七)	(27)
全真模拟卷(八)	(31)

第二篇 参考答案及解析

全真模拟卷(一) 参考答案及解析	(37)
全真模拟卷(二) 参考答案及解析	(46)
全真模拟卷(三) 参考答案及解析	(57)
全真模拟卷(四) 参考答案及解析	(67)
全真模拟卷(五) 参考答案及解析	(76)
全真模拟卷(六) 参考答案及解析	(86)
全真模拟卷(七) 参考答案及解析	(96)
全真模拟卷(八) 参考答案及解析	(105)

第一篇

全真终极冲刺8套卷



全真模拟卷(一)

(本试卷满分150分,考试时间180分钟)

一、选择题:1~8小题,每小题4分,共32分,下列每题给出的四个选项中,只有一个选项符合题目要求.

(1) 设函数 $f(x)$ 在 $x = x_0$ 的某个邻域内连续,且 $f(x_0)$ 是它的极大值,则存在 $\delta > 0$, 当 $x \in (x_0 - \delta, x_0 + \delta)$ 时,必有 ()

(A) $(x - x_0)[f(x) - f(x_0)] \geq 0$

(B) $(x - x_0)[f(x) - f(x_0)] \leq 0$

(C) $\lim_{t \rightarrow x_0} \frac{f(t) - f(x)}{(t - x)^2} \geq 0 (x \neq x_0)$

(D) $\lim_{t \rightarrow x_0} \frac{f(t) - f(x)}{(t - x)^2} \leq 0 (x \neq x_0)$

(2) 设函数 $f(x)$ 在 $(-\infty, +\infty)$ 存在二阶导数,且 $f(x) = -f(-x)$. 当 $x < 0$ 时有 $f'(x) < 0, f''(x) > 0$, 则当 $x > 0$ 时有 ()

(A) $f'(x) < 0, f''(x) > 0$

(B) $f'(x) > 0, f''(x) < 0$

(C) $f'(x) > 0, f''(x) > 0$

(D) $f'(x) < 0, f''(x) < 0$

(3) 设 $a_n \neq 0 (n = 1, 2, \dots)$ 且 $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{n}{a_n} = 1$, 则级数 $\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^{n+1} \left(\frac{1}{a_n} + \frac{1}{a_{n+1}} \right)$ ()

(A) 绝对收敛

(B) 条件收敛

(C) 发散

(D) 敛散性依所给条件不能确定

(4) 当 $x > 0$ 时, $f(\ln x) = \frac{1}{\sqrt{x}}$, 则 $\int_{-2}^2 x f'(x) dx =$ ()

(A) $\frac{4}{e}$

(B) $-\frac{4}{e}$

(C) $\frac{2}{e}$

(D) $-\frac{2}{e}$

(5) 设向量组 $\alpha_1, \alpha_2, \alpha_3, \alpha_4$ 线性相关, 则下列向量组中线性无关的是 ()

(A) $\alpha_1 + \alpha_2, \alpha_2 + \alpha_3, \alpha_3 + \alpha_4, \alpha_4 + \alpha_1$

(B) $\alpha_1 - \alpha_2, \alpha_2 - \alpha_3, \alpha_3 - \alpha_4, \alpha_4 - \alpha_1$

(C) $\alpha_1 + \alpha_2, \alpha_2 - \alpha_3, \alpha_3 - \alpha_4, \alpha_4 - \alpha_1$

(D) $\alpha_1 + \alpha_2, \alpha_2 + \alpha_3, \alpha_3 - \alpha_4, \alpha_4 - \alpha_1$

(6) 设一个5元齐次线性方程组 $AX = 0$ 的系数矩阵 A 经过消元法, 化为 $B =$

$$\begin{pmatrix} 1 & -1 & 2 & 3 & -4 \\ & 1 & 5 & -2 & \\ & & 2 & 0 & \end{pmatrix},$$

自由未知量若取(1) x_4, x_5 ; (2) x_3, x_5 ; (3) x_1, x_5 ; (4) x_2, x_3 . 那么

正确的有

(A) 1个

(B) 2个

(C) 3个

(D) 4个

(7) 由甲、乙二人中任选一人对同一目标射击, 已知甲、乙击中目标的概率分别为0.6和0.5. 今知目标被击中, 则它由甲击中的概率为 ()

(A) $\frac{6}{11}$

(B) 0.75

(C) 0.58

(D) 0.62

(8) 设 $X_1, X_2, \dots, X_n$ 是来自总体 X 的简单随机样本, $D(X) = \sigma^2 > 0$, $\bar{X} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n X_i$,

$$S^2 = \frac{1}{n-1} \sum_{i=1}^n (X_i - \bar{X})^2, \text{ 则 } \quad ()$$

(A) S 是 σ 的无偏估计量

(B) S^2 是 σ^2 的极大似然估计量

(C) S 是 σ 的相合估计量

(D) S^2 与 $\bar{X}$ 相互独立

二、填空题: 9 ~ 14 小题, 每小题 4 分, 共 24 分.

(9) 设 $y = 3^{\arcsin \frac{1-x^2}{1+x^2}}$, 则 $\frac{dy}{dx} =$ _____.

(10) 曲线的极坐标方程为 $r = 3 - 2\sin\theta$, 则 $\theta = \frac{\pi}{6}$ 处曲线的法线直角坐标方程为 _____.

(11) 由 $xyz + \sqrt{x^2 + y^2 + z^2} = \sqrt{2}$ 确定了隐函数 $z = z(x, y)$, 则 $dz \Big|_{(1,0,-1)} =$ _____.

(12) 积分 $\int_{-\frac{\pi}{2}}^{\frac{\pi}{2}} \sin^5 x \ln(1 + e^{2\sin x}) dx$ 的值为 _____.

(13) 若 $A^{-1} = \begin{pmatrix} 1 & -2 & 2 \\ 2 & 2 & 1 \\ -2 & 1 & 2 \end{pmatrix}$, 则 $(3A)^* =$ _____.

(14) 一发高射炮弹击落、击伤和不能击中敌机的概率分别为 $\frac{1}{3}, \frac{1}{2}, \frac{1}{6}$. 如果击伤该敌机两次也能将敌机击落, 则用 5 发高射炮弹击落该敌机的概率为 _____.

三、解答题: 15 ~ 23 小题, 共 94 分, 解答应写出文字说明、证明过程或演算步骤.

(15) (本题满分 10 分)

已知 $f(x)$ 在 $[1, 2]$ 上连续, 在 $(1, 2)$ 处可导, 且 $f(1) = 0, f(2) = 1$. 试证:

(I) 存在 $\xi \in (1, 2)$, 使 $f(\xi) = 2 - \xi$.

(II) 存在两个不同点 $\eta, \zeta \in (1, 2)$, 使 $f'(\eta)f'(\zeta) = 1$.

(16) (本题满分 10 分)

设 $g(x)$ 在 $(-\infty, +\infty)$ 上连续, 对任意实数 x , 有 $g(x+1) = g(x)$, 且 $\int_0^1 g(x) dx = 0$,

而 $f(x)$ 在 $[0, 1]$ 上有连续的导数, 记 $a_n = \int_0^1 f(x)g(nx) dx$. 试证: 级数 $\sum_{n=1}^{\infty} a_n^2$ 收敛.

(17)(本题满分10分)

利用 $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n^2} = \frac{\pi^2}{6}$, 计算广义积分 $I = \int_0^{+\infty} \frac{dx}{x^3(e^{\frac{\pi}{x}} - 1)}$.

(18)(本题满分10分)

设平面图形 A 由 $x^2 + y^2 \leq 2x$ 与 $y \geq x$ 围成, 求图形 A 绕直线 $x = 2$ 旋转一周所得旋转体的体积.

(19)(本题满分10分)

(I) 验证函数 $y(x) = -1 - \frac{x^3}{3!} - \frac{x^6}{6!} - \frac{x^9}{9!} - \cdots - \frac{x^{3n}}{(3n)!} - \cdots (-\infty < x < +\infty)$

满足微分方程 $y'' + y' + y = -e^x$.

(II) 用(I)中结论求幂级数 $\sum_{n=0}^{\infty} \frac{x^{3n}}{(3n)!}$ 的和函数 $y(x)$.

(20)(本题满分11分)

已知向量组 $\alpha_1 = (1, 2, 0, -2)^T, \alpha_2 = (-1, 4, 2, a)^T, \alpha_3 = (3, 3, -1, -6)^T$ 与向量组 $\beta_1 = (1, 5, 1, -a)^T, \beta_2 = (1, 8, 2, -2)^T, \beta_3 = (-5, 2, m, 10)^T$ 是齐次线性方程组 $AX = 0$ 的两个基础解系, 求 a, m 的值.

(21)(本题满分11分)

矩阵 $A = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 1 \\ 0 & 2 & 0 \\ 1 & 0 & 1 \end{pmatrix}$, 矩阵 $B = (kE + A)^2$, k 为实数.

(I) 求对角矩阵 Λ , 使 B 与 Λ 相似.(II) 问 k 为何值时, B 为正定矩阵.

(22)(本题满分11分)

设鸟笼中有3只黄雀、5只麻雀, 每次开笼门放飞一只鸟, 当3只黄雀都飞出后, 停止放飞, 以 X 表示停止放飞后留在笼中的麻雀数.

(I) 写出 X 的分布律.(II) 求 $P(X > E(X))$.

(23)(本题满分11分)

设总体 X 的概率密度为 $f(x, \theta) = \begin{cases} \theta(\theta+1)x^{\theta-1}(1-x), & 0 < x < 1 \\ 0, & \text{其他} \end{cases}$, 其中 $\theta > 0$

是未知参数. $X_1, X_2, \dots, X_n$ 是来自总体 X 的简单随机样本. 试求:

(I) θ 的矩估计量.(II) $g(\theta) = \frac{n\theta}{\theta+2}$ 的矩估计量, 并讨论其无偏性.

全真模拟卷(二)

(本试卷满分 150 分,考试时间 180 分钟)

一、选择题:1~8 小题,每小题 4 分,共 32 分,下列每题给出的四个选项中,只有一个选项符合题目要求.

(1) 设 $f(x)$ 在 $x=0$ 的某邻域 $(-\delta, \delta)$ ($\delta > 0$) 上有定义,下述 4 个命题:

(i) 如果 $f(x)$ 在 $x=0$ 处可导,则 $f(x)$ 在 $(-\delta, \delta)$ 内也可导.

(ii) 如果 $f'(0^-) = f'(0^+) = a$,则 $f(x)$ 在 $x=0$ 处可导且 $f'(0) = a$.

(iii) 如果 $f(x)$ 在 $(-\delta, 0)$ 上单调增加,在 $(0, \delta)$ 上单调减少,则 $f(0)$ 是 $f(x)$ 的极大值.

(iv) 如果 $f'(x)$ 在 $(-\delta, 0)$ 处与 $(0, \delta)$ 处符号相异,则 $f(0)$ 为极值.

其中正确的个数为

(A) 0

(B) 1

(C) 2

(D) 大于或等于 3

(2) 积分 $I = \int_a^{a+2\pi} \cos x \cdot \ln(2 + \cos x) dx$ 的值

(A) 与 a 无关且恒为负

(B) 与 a 无关且恒为正

(C) 与 a 有关

(D) 恒为 0

(3) 设 $\lim_{x \rightarrow \infty} (\sqrt[3]{1-x^3} - ax - b) = 0$, 则

(A) $a = 1, b = 1$

(B) $a = -1, b = -1$

(C) $a = -1, b = 0$

(D) $a = 1, b = 0$

(4) 设函数 $f(x) = \lim_{n \rightarrow \infty} \sqrt[n]{2 + 3|x|^{3n}}$, 则 $f(x)$ 在 $(-\infty, +\infty)$ 内

(A) 处处可导

(B) 恰有 1 个不可导点

(C) 恰有 2 个不可导点

(D) 至少有 3 个不可导点

(5) 设 A 为 $m \times n$ 矩阵,且 $r(A) = m < n$, 则下列结论不正确的是

(A) A 的 m 个行向量线性无关

(B) A 存在 m 个线性无关的列向量

(C) $|AA^T| \neq 0$

(D) $|A^T A| \neq 0$

(6) 若 n 阶矩阵 A 经过若干次初等变换化为 B , 则必有

(A) $|A| = |B|$

(B) $r(A) = r(B)$

(C) 存在可逆矩阵 Q , 使 $B = AQ$

(D) 方程组 $AX = 0$ 与 $BX = 0$ 同解

(7) 设随机变量 $X \sim B(1, p)$ ($0 < p < 1$), Y 服从参数为 λ ($\lambda > 0$) 的指数分布, X 与 Y 相互独立. 则随机变量 $Z = XY$

(A) 有概率密度 $f_Z(z)$, 且 $f_Z(z)$ 是连续函数

(B) 有概率密度 $f_Z(z)$, 且 $f_Z(z)$ 不是连续函数

(C) 没有概率密度 $f_Z(z)$, 但分布函数 $F_Z(z)$ 是连续函数

(D) 没有概率密度 $f_Z(z)$, 且分布函数 $F_Z(z)$ 有间断点

(8) 设总体 X 服从正态分布 $N(0, \sigma^2)$ (σ^2 已知), $X_1, X_2, \dots, X_n$ 是取自总体 X 的简单随机样本, $\bar{X}$ 是样本均值, S^2 是样本方差, 则 ()

(A) $\sum_{i=1}^n X_i^2 \sim \chi^2(n)$

(B) $\left(\frac{X_i}{\sigma}\right)^2 + \frac{(n-1)S^2}{\sigma^2} \sim \chi^2(n)$ (任意的 $i, 1 \leq i \leq n$)

(C) $\frac{1}{n} \sum_{i=1}^n \left(\frac{X_i}{\sigma}\right)^2 + \frac{(n-1)S^2}{\sigma^2} \sim \chi^2(n)$

(D) $\frac{1}{n} \left(\sum_{i=1}^n \frac{X_i}{\sigma}\right)^2 + \frac{(n-1)S^2}{\sigma^2} \sim \chi^2(n)$

二、填空题: 9 ~ 14 小题, 每小题 4 分, 共 24 分.

(9) 设函数 $f(x)$ 在 $x = \frac{1}{2}$ 处连续, 且 $f\left(\frac{1}{2}\right) = 1$, 则 $\lim_{x \rightarrow \frac{1}{2}} \ln\{2 + f[(x^4 + x^2)^{\frac{1}{2}} - x^2]\} =$ _____.

(10) 不定积分 $\int \sqrt{\frac{3-2x}{3+2x}} dx =$ _____.

(11) 微分方程 $yy'' - (y')^2 = y^4$ 满足 $y(0) = 1, y'(0) = 1$ 的特解是 _____.

(12) 设平面区域 $D(t) = \{(x, y) \mid 1 \leq x \leq y^2, 1 \leq y \leq t\}$. 二重积分 $F(x) = \iint_{D(t)} \frac{\sin \sqrt{x}}{x} d\sigma$, 则 $\left. \frac{d^2 F}{dt^2} \right|_{t=\frac{\pi}{2}} =$ _____.

(13) 设 3 阶矩阵 A 的逆矩阵 $A^{-1} = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & 2 & 1 \\ 1 & 1 & 3 \end{pmatrix}$, 则 A 的伴随矩阵的逆矩阵 $(A^*)^{-1} =$ _____.

(14) 已知随机变量 $X \sim B\left(1, \frac{5}{6}\right)$, 而随机变量 Y 满足 $P\left(Y = -\frac{1}{2}\right) = 1$, 又知 n 维列向量 $\alpha_1, \alpha_2, \alpha_3$ 线性无关, 则向量组 $\alpha_1 - \alpha_2, \alpha_2 - 2\alpha_3, X\alpha_3 + Y\alpha_1$ 线性相关的概率为 _____.

三、解答题: 15 ~ 23 小题, 共 94 分, 解答应写出文字说明、证明过程或演算步骤.

(15) (本题满分 10 分)

设 $f(x)$ 在 $[0, 2]$ 上有二阶连续导数, 且 $f(0) = 0, f'(0) = 2, f'(2) = 3$, 又 $|f''(x)| \leq 4 (x \in [0, 2])$. 试证: $f(2) \geq 1$.

(16)(本题满分10分)

求级数 $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{x^{2n-1}}{1 \cdot 3 \cdot 5 \cdot \cdots \cdot (2n-1)}$ 的收敛域与和函数.

(17)(本题满分10分)

设函数 $f(x)$ 在区间 $(a, +\infty)$ ($a > 0$ 为常数) 上可导, 且 $\lim_{x \rightarrow +\infty} [2f(x) + f'(x)] = 1$.

试证: (I) $\lim_{x \rightarrow +\infty} e^{2x} f(x) = +\infty$; (II) $\lim_{x \rightarrow +\infty} f'(x) = 0$.

(18)(本题满分10分)

求由方程 $2x^2 + 2y^2 + z^2 + 8xz - z + 8 = 0$ 确定的隐函数 $z = z(x, y)$ 的极值点与极值.

(19)(本题满分10分)

某工厂生产甲、乙两种产品, 当这两种产品的产量分别为 x 和 y (单位: 吨) 时, 总收益函数为 $R(x, y) = 42x + 27y - 4x^2 - 2xy - y^2$, 总成本函数为 $C(x, y) = 36 + 8x + 12y$ (单位: 万元). 除此之外, 生产甲、乙两种产品每吨还需分别支付排污费 2 万元和 1 万元, 并限制排污费用总支出为 8 万元. 问当甲、乙两种产品的产量各为多少时, 总利润最大? 最大总利润是多少?

(20) (本题满分 11 分)

设 A 为 3 阶矩阵, $\alpha_1, \alpha_2, \alpha_3$ 是线性无关的 3 维列向量, 且满足 $A\alpha_1 = \alpha_1 + \alpha_2 + \alpha_3$, $A\alpha_2 = 2\alpha_2 + \alpha_3$, $A\alpha_3 = 2\alpha_2 + 3\alpha_3$.

(I) 求矩阵 A 的特征值;

(II) 求可逆矩阵 P , 使 A 与对角矩阵 Λ 相似.

(21) (本题满分 11 分)

已知齐次线性方程组

$$(I) \begin{cases} x_1 + 2x_2 + 3x_3 = 0 \\ 2x_1 + 3x_2 + 5x_3 = 0 \\ x_1 + x_2 + \alpha x_3 = 0 \end{cases} \text{ 和 } (II) \begin{cases} x_1 + \beta x_2 + \gamma x_3 = 0 \\ 2x_1 + \beta^2 x_2 + (\gamma + 1)x_3 = 0 \end{cases} \text{ 同解, 求 } \alpha, \beta, \gamma$$

的值.

(22) (本题满分 11 分)

设二维随机变量 (X, Y) 在区域 $D = \{(x, y) \mid 1 \leq x + y \leq 2, 0 \leq y \leq 1\}$ 上服从均匀分布. 求:

(I) (X, Y) 的边缘密度 $f_X(x)$ 和 $f_Y(y)$;

(II) $Z = X + Y$ 的概率密度 $f_Z(z)$;

(III) 数学期望 $E(Z)$ 和方差 $D(Z)$.

(23) (本题满分 11 分)

设总体 X 的概率密度为 $f(x, \theta) = \begin{cases} \frac{2\theta}{x^3} e^{-\frac{\theta}{x^2}}, & x > 0 \\ 0, & x \leq 0 \end{cases}$ ($\theta > 0$ 为未知参数).

(I) 求 θ 的矩估计量 ($X_1, X_2, \dots, X_n$ 是取自总体 X 的简单随机样本);

(II) 求 θ 的极大似然估计量 ($x_1, x_2, \dots, x_n$ 是一组确定的样本值).

全真模拟卷(三)

(本试卷满分150分,考试时间180分钟)

一、选择题:1~8小题,每小题4分,共32分,下列每题给出的四个选项中,只有一个选项符合题目要求.

(1) 设方程组 $\begin{cases} x = 2t - 1 \\ te^y + y + 1 = 0 \end{cases}$ 确定了 y 是 x 的函数,则 $\left. \frac{d^2 y}{dx^2} \right|_{t=0}$ 的值为 ()

(A) $\frac{1}{e^2}$ (B) $\frac{1}{2e^2}$ (C) $-\frac{1}{e}$ (D) $-\frac{1}{2e}$

(2) 曲线 $y = |\ln x|$ 与直线 $x = \frac{1}{e}$, $x = e$ 及 $y = 0$ 围成平面区域的面积 S 为

(A) $2\left(1 - \frac{1}{e}\right)$ (B) $e - \frac{1}{e}$ (C) $e + \frac{1}{e}$ (D) $\frac{1}{e} + 1$

(3) 极限 $l = \lim_{\substack{x \rightarrow \infty \\ y \rightarrow \infty}} \frac{x+y}{x^2 - xy + y^2}$ 的值为 ()

(A) 1 (B) -1 (C) 0 (D) 不存在

(4) 若幂级数 $\sum_{n=0}^{\infty} a_n (x-2)^n$ 在 $x = -2$ 处收敛,则此级数在 $x = 5$ 处 ()

(A) 必发散 (B) 敛散性不能确定
(C) 必条件收敛 (D) 必绝对收敛

(5) A 是 $m \times n$ 矩阵, A^T 是 A 的转置矩阵,若 $\eta_1, \eta_2, \dots, \eta_t$ 是齐次方程组 $A^T X = 0$ 的基础解系,则 $r(A)$ 等于 ()

(A) t (B) $n - t$ (C) $m - t$ (D) $n - m$

(6) 已知 $P^{-1}AP = A = \begin{pmatrix} -1 & & \\ & 4 & \\ & & 4 \end{pmatrix}$, η_1 是 A 属于特征值 $\lambda_1 = -1$ 的特征向量, η_2

和 η_3 是 A 属于特征值 $\lambda_2 = \lambda_3 = 4$ 的特征向量,那么矩阵 P 不能是 ()

(A) $(-\eta_1, \eta_2, -\eta_3)$ (B) $(2\eta_1, \eta_2 - \eta_3, 2\eta_2 + 3\eta_3)$
(C) $(\eta_1, -\eta_3, \eta_2)$ (D) $(\eta_1 - \eta_2, \eta_1 + \eta_2, \eta_3)$

(7) 设 A, B 是任意两个随机事件,已知 $B \supset A$, 且 $P(A) < P(B) < 1$, 则一定有

(A) $P(A \cup B) = P(A) + P(B)$ (B) $P(AB) = P(A)P(B|A)$
(C) $P(A|B) \neq P(A)$ (D) $P(A - B) = P(A) - P(B)$