普通高等教育“十二五”规划教材

大学物理基础教程

DAXUE WULI JICHU JIAOCHENG

李劲 曹阳 主编

机械工业出版社
CHINA MACHINE PRESS

普通高等教育"十二五"规划教材

大学物理基础教程

主　编　李　劲　曹　阳

副主编　张月芳　马艳平　袁　珍

参　编　王　赵　彭尚忠　俸永格

机　械　工　业　出　版　社

本书参照教育部高等学校物理基础课程教学指导分委员会制定的《理工科类大学物理课程教学基本要求》，结合编者多年教学实践和教学改革的经验编写而成。

全书分成10章，分别讲述质点力学、刚体力学、气体分子动理论、热力学基础、静电场、稳恒磁场、电磁感应和电磁场、振动与波动、波动光学、近代物理等方面的内容。书中注重物理概念与物理图像的建立，突出以应用为主的原则。各部分内容简明易懂，各章后备有思考题和习题，书后备有习题答案。

本书为高等院校理工科类各专业大学物理课程的基本教材，也可供其他有关专业参考。

图书在版编目（CIP）数据

大学物理基础教程/李劲，曹阳主编．—北京：机械工业出版社，2014.10

普通高等教育“十二五”规划教材

ISBN 978-7-111-47895-9

Ⅰ.①大…　Ⅱ.①李…②曹…　Ⅲ.①物理学—高等学校—教材　Ⅳ.①O4

中国版本图书馆CIP数据核字（2014）第207007号

机械工业出版社（北京市百万庄大街22号　邮政编码100037）

策划编辑：李永联　责任编辑：李永联　任正一

版式设计：赵颖喆　责任校对：刘志文

封面设计：马精明　责任印制：刘　岚

北京富生印刷厂印刷

2014年11月第1版第1次印刷

184mm×260mm·16.25印张·393千字

标准书号：ISBN 978-7-111-47895-9

定价：29.80元

凡购本书，如有缺页、倒页、脱页，由本社发行部调换

电话服务　　　　　　　　　　网络服务

社服务中心：（010）88361066　教材网：http://www.cmpedu.com

销售一部：（010）68326294　机工官网：http://www.cmpbook.com

销售二部：（010）88379649　机工官博：http://weibo.com/cmp1952

读者购书热线：（010）88379203　**封面无防伪标均为盗版**

前　言

Preface

物理学是研究物质的组成、运动和相互作用，并以此阐明物质运动规律的科学。物理学是自然科学和工程技术的基础，大学物理课程的主要任务是培养学生的科学素养，它包括系统的物理基础知识、探索和创新意识、科学思维和科学研究方法等，从而为学生的后续课程和以后的再学习打下坚实的基础。因此，大学物理课程是高等院校理工科类各专业学生的一门重要的公共基础课。

本书是为高等院校理工科类各专业大学物理课程编写的教材，其内容参照教育部高等学校物理基础课程教学指导分委员会制定的《理工科类大学物理课程教学基本要求》（以下简称《教学基本要求》），结合编者多年教学实践和教学改革的经验编写而成，参考学时数为64～96。由于受学时数的限制，教材的内容体系突出基础性，按基础课的性质和物理学的发展过程分类，由质点力学、刚体力学、气体分子动理论、热力学基础、静电场、稳恒磁场、电磁感应和电磁场、振动与波动、波动光学、近代物理等组成。本书体系符合理工科各专业大学物理的教学规律，书中涵盖了《教学基本要求》中的核心内容，在内容安排上保证了基本知识结构的系统性与完整性。在写作手法上注重物理概念和物理图像的建立，突出以应用为主的原则，突出物理知识与工程技术、自然现象和生活实际的结合，尽量避免或简化复杂的数学推导，突出物理本质，建立鲜明的物理图像。物理概念的引入力求明确和完整，基本现象和基本原理的阐述力求深入浅出，例题的选用和讲解强调物理过程、解题思路和形象思维，培养学生的观察能力、思维能力和自学能力。本书各章均配有思考题和习题，以帮助学生理解和掌握已学的物理概念和定律或扩充一些新的知识。

本书的编写是编者教学改革工作的一种延续。参加本书编写的8位教师都具有多年讲授大学物理的实践经验，本书的编写融入了他们的教学经验和风格。此外，在编写中还参阅了国内外同类教材，在此表示衷心感谢。

本书由李劲、曹阳担任主编，张月芳、马艳平、袁珍担任副主编。编写分工如下：张月芳编写第1章、第2章、第10章第3节；袁珍编写第3章、第4章；李劲编写第5章、第6章、第7章、第10章第1节和第2节；马艳平编写第8章、第9章。全书由李劲和曹阳负责统稿。参加本书绘图和校对工作的还有王赵、彭尚忠、倖永格等。李劲负责校对全书。

本书在编写和出版过程中，始终得到了机械工业出版社的支持和帮助。在此，我们致以衷心的感谢。

限于编者水平和教学经验的不足，书中难免会有缺点和错误，诚恳希望读者批评指正。

编　者

目录

Contents

第1章　质点力学

力学是物理学的一个分支。19 世纪初，力学已发展成为一门相对完善的学科。尽管力学有着悠久的历史，但它仍然极具生命力，并不断涌现出新兴的学科分支，如爆炸力学、生物力学、等离子体动力学、空气动力学等。今天，科技发展日新月异，力学依然是诸多研究（如载人飞船的发射、机械制造和天体运行等）的基础和有力工具。

力学的研究对象是机械运动。物体位置的改变，包括一个物体相对于另一个物体位置的变化，以及一个物体的某些部分相对于其他部分位置的变化等称为机械运动。机械运动是最简单、最基本的运动形式，各种机器的运动、弹簧的伸长压缩、河水及空气的流动等都是机械运动。

本章介绍经典力学中的基础部分——质点力学。它可以分为质点运动学和质点动力学两部分。质点运动学着重于描述质点的运动，探究质点的位置、速度和加速度以及质点轨道的变化规律。质点动力学则以牛顿运动定律为基础，给出质点运动状态变化的原因及其所遵循的规律。

1.1　参考系

1.1.1　质点

在研究物体的运动时，有时我们可以忽略该物体的大小和形状，将其全部质量视为集中在一个点上。这种被看成具有一定质量，但无形状和体积的物体称为**质点**。任何物体，小到分子、原子，大到星系，都可以被看做质点，只要这些物体的内部结构、大小和形状可以被合理地忽略。

1.1.2　参考系和坐标系

宇宙中的一切物体，大到天体，小到分子和原子，都处于永恒的运动中。运动是绝对的，静止是相对的。要描述一个物体的运动，必须选择另一个物体作为参照物。被选作参照的物体称为**参考系**。参考系的选择要视问题的方便而定。例如，在研究地面物体的运动时，通常选地球或相对于地球静止不动的物体作为参考系。同一物体在不同参考系中的运动状态是不同的。

为了定量地描述物体的位置及其变化，必须在参考系上建立适当的**坐标系**。最常用的坐标系是**直角坐标系**和**自然坐标系**。

1.2　质点运动的描述

1.2.1　位置矢量和位移

1. 位置矢量

在直角坐标系中，一个点的位置可以用其坐标值来确定。而在质点运动学中，物体的位

置往往用一个矢量来确定。选定坐标系，从坐标系原点向物体所在位置引一个有向线段，这个矢量叫做**位置矢量**，简称**位矢**或**矢径**，记为 $\boldsymbol{r}$。质点运动学中采用位矢 $\boldsymbol{r}$ 来描述质点位置。

在直角坐标系 Oxy 中，设某质点沿着曲线 AB 运动，如图 1-1 所示。在时刻 t，它位于 P 点，其坐标为（x，y，z）。质点的位置也可以用从坐标原点 O 到 P 点的矢量 $\boldsymbol{r}$ 表示，矢量 $\boldsymbol{r}$ 叫做质点的位置矢量，矢量 $\boldsymbol{r}$ 在直角坐标系中的表达式为

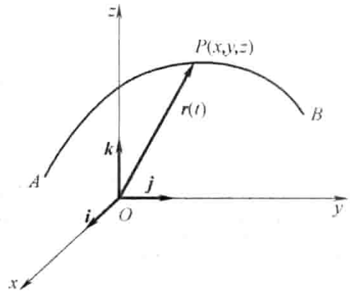

图 1-1　质点的位置矢量

$$\boldsymbol{r} = x\boldsymbol{i} + y\boldsymbol{j} + z\boldsymbol{k} \tag{1-1}$$

式中，$\boldsymbol{i}$、$\boldsymbol{j}$、$\boldsymbol{k}$ 分别为 x、y、z 轴上的单位矢量。位矢的大小记为 r，即

$$r = \sqrt{x^2 + y^2 + z^2} \tag{1-2}$$

设位矢与 x、y、z 轴的夹角分别为 α、β 和 γ，则它们的余弦值与 P 点坐标值间的关系为

$$\begin{cases} \cos\alpha = \dfrac{x}{\sqrt{x^2 + y^2 + z^2}} \\ \cos\beta = \dfrac{y}{\sqrt{x^2 + y^2 + z^2}} \\ \cos\gamma = \dfrac{z}{\sqrt{x^2 + y^2 + z^2}} \end{cases} \tag{1-3}$$

位矢精确地描述了质点的位置，它的长度表明了质点距坐标原点的距离，它的方向给出了质点在坐标系中的方位。在国际单位制（SI）中，位矢的单位是米（m）。

2. 运动函数

质点在运动过程中，其位矢 $\boldsymbol{r}$ 随时间变化，位矢 $\boldsymbol{r}$ 是时间 t 的函数

$$\boldsymbol{r} = \boldsymbol{r}(t) \tag{1-4}$$

式（1-4）叫做质点的**运动函数**，或质点的**运动方程**，这是一个矢量方程。

在直角坐标系中，运动质点的坐标值 x、y、z 随时间变化，即 x、y、z 是时间的函数，质点的运动函数可写做

$$\boldsymbol{r}(t) = x(t)\boldsymbol{i} + y(t)\boldsymbol{j} + z(t)\boldsymbol{k} \tag{1-5}$$

或用下面三个标量方程来表示：

$$\begin{cases} x = x(t) \\ y = y(t) \\ z = z(t) \end{cases} \tag{1-6}$$

式（1-5）和式（1-6）称为直角坐标系中质点的运动函数。

运动函数给出了物体的位置随时间变化的函数关系。根据这个函数，可以求得物体的速度、加速度、轨道等，从而了解物体的运动状态。因此，在质点运动学中，运动函数对于了解质点运动是非常重要的。

例 1-1　已知质点在一平面上运动，它的运动方程为 $x = 4\cos\dfrac{\pi}{3}t$，$y = 3\sin\dfrac{\pi}{3}t$，式中长度以米（m）计，时间以秒（s）计。试求质点的位矢表示式和运动的轨道方程。

解：质点的位矢 $\boldsymbol{r}=4\cos\frac{\pi}{3}t\boldsymbol{i}+3\sin\frac{\pi}{3}t\boldsymbol{j}$

消去质点运动方程中的参数 t 得轨道方程为

$$\frac{x^2}{4^2}+\frac{y^2}{3^2}=1$$

3. 位移矢量

质点在运动过程中位置会发生变化，为描述质点位置的改变，引入**位移矢量**这个物理量。图 1-2 中曲线 AB 为质点的运动轨道。t 时刻物体位于 AB 曲线上的 P 点，此时质点的位矢为 $\boldsymbol{r}(t)$。经过时间间隔 Δt 后，在 $t+\Delta t$ 时刻质点运动到 P'，位矢为 $\boldsymbol{r}(t+\Delta t)$。从 P 点向 P' 引有向线段 PP'，这个矢量叫做质点在 Δt 时间间隔内的**位移**，记为 $\Delta\boldsymbol{r}$。根据矢量运算法则，由图 1-2 可以看出，t 到 $t+\Delta t$ 时间间隔内质点的位移是 $t+\Delta t$ 时刻与 t 时刻质点的位矢之差，即在一段时间间隔内，质点的位移矢量 $\Delta\boldsymbol{r}$ 是从起点到终点的有向线段，它等于终点位矢与起点位矢的差

$$\Delta\boldsymbol{r}=\boldsymbol{r}(t+\Delta t)-\boldsymbol{r}(t) \tag{1-7}$$

位移矢量表示出了物体在 Δt 时间间隔内位置的变化情况。位移矢量的大小用 $|\Delta\boldsymbol{r}|$ 表示，它给出了质点的终点与起点间的距离；位移的方向则确定了终点相对于起点的方位。

4. 路程

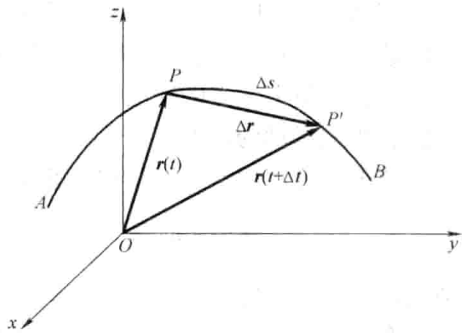

图 1-2　质点的位移和路程

路程也被用来描述物体位置的变化。**路程**是质点在空间所经过的实际路径的长度，它是一个标量，记为 Δs。位移描述的是物体在坐标系中位置的改变，它不是物体通过的实际路程。一般情况下，位移的大小与路程并不相等。从图 1-2 中可看出，物体从 P 点运动到 P' 点走过的路程值是曲线 PP' 的长度，而位移的大小是直线段 PP' 的长度，两者是不同的。但是，如果 P' 点无限地接近 P 点，也就是从 P 点运动到 P' 点的时间间隔 Δt 趋近于零，那么 PP' 曲线就趋近于 PP' 线段，于是 $|\mathrm{d}\boldsymbol{r}|=\mathrm{d}s$，即无限小位移的大小与无限小路程的值相等。

在国际单位制（SI）中，位移和路程的单位是米（m）。

1.2.2　速度和加速度

1. 速度

一般来说，相同时间间隔内不同物体位置的变化情况是不同的。蜗牛每秒爬行距离约为 1 mm，而赛车每秒可行驶 100 m。为了描述物体位置随时间的变化情况，需要引入速度的概念。

（1）平均速度

设质点在时间间隔 Δt 内的位移为 $\Delta\boldsymbol{r}$，定义位移 $\Delta\boldsymbol{r}$ 与发生这段位移所用时间间隔 Δt 的比值为**平均速度**，记做 $\bar{\boldsymbol{v}}$。

$$\bar{\boldsymbol{v}}=\frac{\Delta\boldsymbol{r}}{\Delta t} \tag{1-8}$$

由平均速度的定义可以看出，平均速度是矢量，其方向与位移的方向一致；其大小为位移 $\Delta \boldsymbol{r}$ 的大小 $|\Delta \boldsymbol{r}|$ 与时间间隔 Δt 的比值。

$$|\bar{\boldsymbol{v}}| = \frac{|\Delta \boldsymbol{r}|}{\Delta t} \tag{1-9}$$

这里要注意 $|\Delta \boldsymbol{r}|$ 与 Δr 的区别。Δr 是位矢大小的增量，即 $\Delta r = r(t+\Delta t) - r(t)$，而 $|\Delta \boldsymbol{r}|$ 是位移的大小。两者不是一个物理量，但是在书写上容易混淆。

（2）瞬时速度

平均速度粗略地给出在一段时间间隔内物体运动的快慢情况。要描述物体在某一时刻运动的快慢就要借助瞬时速度这个物理量。**瞬时速度**，简称**速度**，等于平均速度在时间间隔 Δt 趋近于零时的极限，即

$$\boldsymbol{v} = \lim_{\Delta t \to 0} \bar{\boldsymbol{v}} = \lim_{\Delta t \to 0} \frac{\Delta \boldsymbol{r}}{\Delta t} = \frac{\mathrm{d}\boldsymbol{r}}{\mathrm{d}t} \tag{1-10}$$

速度等于位矢对时间的一阶导数，是位矢对时间的变化率。由定义可以看出，速度是矢量，它精确地反映出质点在某时刻 t 运动的方向和快慢。

速度的方向是 Δt 趋近于零时平均速度的方向。在图 1-3 中，t 时刻质点位于 P 点，$t+\Delta t$ 时刻质点位于 P' 点，当 Δt 趋近于零时，P' 点无限地接近 P 点，位移的方向趋近于质点运动轨道 AB 在 P 点的切线方向。因此，质点在其轨道上某点的速度方向为沿轨道在该点的切线方向，指向运动的前方。

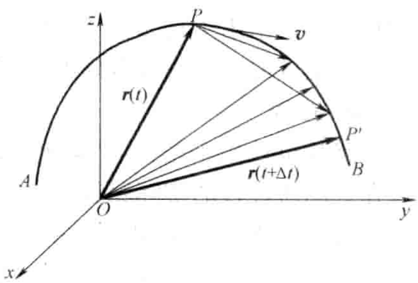

图 1-3　质点的速度

速度的大小用 v 表示，称为**速率**。

$$v = |\boldsymbol{v}| = \frac{|\mathrm{d}\boldsymbol{r}|}{\mathrm{d}t} = \frac{\mathrm{d}s}{\mathrm{d}t} \tag{1-11}$$

质点的速率等于路程对时间的一阶导数，也就是路程对时间的变化率。

在直角坐标系中，速度的表达式为

$$\boldsymbol{v} = \frac{\mathrm{d}\boldsymbol{r}}{\mathrm{d}t} = \frac{\mathrm{d}x}{\mathrm{d}t}\boldsymbol{i} + \frac{\mathrm{d}y}{\mathrm{d}t}\boldsymbol{j} + \frac{\mathrm{d}z}{\mathrm{d}t}\boldsymbol{k} = v_x\boldsymbol{i} + v_y\boldsymbol{j} + v_z\boldsymbol{k} \tag{1-12}$$

式中

$$v_x = \frac{\mathrm{d}x}{\mathrm{d}t},\ v_y = \frac{\mathrm{d}y}{\mathrm{d}t},\ v_z = \frac{\mathrm{d}z}{\mathrm{d}t} \tag{1-13}$$

v_x、v_y、v_z 分别是速度在 x、y、z 轴上的分量。直角坐标系中速率为

$$v = |\boldsymbol{v}| = \sqrt{v_x^2 + v_y^2 + v_z^2} \tag{1-14}$$

在国际单位制中，速度的单位为米每秒（m/s）。

2. 加速度

质点运动过程中，其速度（包括大小和方向）均可能随时间变化。力学中，用**加速度**这个物理量来描述质点速度随时间变化的快慢情况。

（1）平均加速度

设 t 时刻，物体的速度为 $\boldsymbol{v}(t)$，至 $t+\Delta t$ 时刻，物体的速度变为 $\boldsymbol{v}(t+\Delta t)$，如图 1-4 所示，则 Δt 时间间隔内速度的增

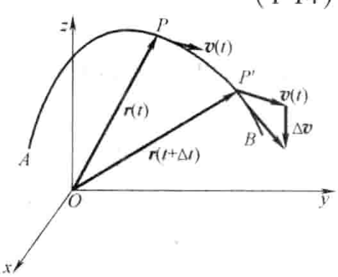

图 1-4　速度的增量

量为

$$\Delta \boldsymbol{v} = \boldsymbol{v}(t+\Delta t) - \boldsymbol{v}(t)$$

定义**平均加速度**等于速度的增量与速度变化所用时间的比值，即

$$\bar{\boldsymbol{a}} = \frac{\boldsymbol{v}(t+\Delta t) - \boldsymbol{v}(t)}{\Delta t} = \frac{\Delta \boldsymbol{v}}{\Delta t} \tag{1-15}$$

平均加速度等于单位时间间隔内速度的增量，其方向与 Δt 时间间隔内速度增量 $\Delta \boldsymbol{v}$ 的方向相同。

（2）瞬时加速度（加速度）

瞬时加速度简称**加速度**，是当时间间隔 Δt 趋近于零时平均加速度的极限。

$$\boldsymbol{a} = \lim_{\Delta t \to 0} \frac{\Delta \boldsymbol{v}}{\Delta t} = \frac{\mathrm{d}\boldsymbol{v}}{\mathrm{d}t} \tag{1-16}$$

加速度等于速度对时间的一阶导数，即速度对时间的变化率。而速度又等于位矢对时间的一阶导数，因此可以将加速度表示为

$$\boldsymbol{a} = \frac{\mathrm{d}\boldsymbol{v}}{\mathrm{d}t} = \frac{\mathrm{d}^2 \boldsymbol{r}}{\mathrm{d}t^2} \tag{1-17}$$

即加速度等于位矢对时间的二阶导数。

在直角坐标系中

$$\boldsymbol{a} = \frac{\mathrm{d}\boldsymbol{v}}{\mathrm{d}t} = \frac{\mathrm{d}v_x}{\mathrm{d}t}\boldsymbol{i} + \frac{\mathrm{d}v_y}{\mathrm{d}t}\boldsymbol{j} + \frac{\mathrm{d}v_z}{\mathrm{d}t}\boldsymbol{k} = \frac{\mathrm{d}^2 x}{\mathrm{d}t^2}\boldsymbol{i} + \frac{\mathrm{d}^2 y}{\mathrm{d}t^2}\boldsymbol{j} + \frac{\mathrm{d}^2 z}{\mathrm{d}t^2}\boldsymbol{k} \tag{1-18}$$

也可将加速度写为如下形式：

$$\boldsymbol{a} = a_x \boldsymbol{i} + a_y \boldsymbol{j} + a_z \boldsymbol{k} \tag{1-19}$$

式中

$$\begin{cases} a_x = \dfrac{\mathrm{d}v_x}{\mathrm{d}t} = \dfrac{\mathrm{d}^2 x}{\mathrm{d}t^2} \\ a_y = \dfrac{\mathrm{d}v_y}{\mathrm{d}t} = \dfrac{\mathrm{d}^2 y}{\mathrm{d}t^2} \\ a_z = \dfrac{\mathrm{d}v_z}{\mathrm{d}t} = \dfrac{\mathrm{d}^2 z}{\mathrm{d}t^2} \end{cases} \tag{1-20}$$

a_x、a_y、a_z 为加速度在直角坐标系 x、y、z 坐标轴上的分量。加速度的大小用 a 表示，即

$$a = \sqrt{a_x^2 + a_y^2 + a_z^2} \tag{1-21}$$

在国际单位制中，加速度的单位为米每二次方秒（$\mathrm{m/s^2}$）。

1.3　运动学的两类问题

质点运动学的主要任务是描述质点的运动，如果已知质点的运动方程，就可以了解质点运动的全部情况。因此，运动方程是运动学的核心。质点运动的基本问题可分为两类：一类是已知运动方程，求质点的速度和加速度；另一类是已知质点的加速度和初始条件，求质点的速度和运动方程。许多具体问题则是这两类基本问题的综合。下面通过具体例题来进一步说明。

例 1-2 已知质点从 $t=0$ 时刻起，在 x、y 平面内由静止开始运动，运动方程为 $\boldsymbol{r}(t)=t\boldsymbol{i}+2t^2\boldsymbol{j}$（SI）。求在 $t=3$ s 时质点的位矢、速度和加速度。

解：将 $t=3$ s 代入题中给出的运动函数，得到 $t=3$ s 时质点的位矢

$$\boldsymbol{r}(3)=(3\boldsymbol{i}+2\times3^2\boldsymbol{j})\text{m}=(3\boldsymbol{i}+18\boldsymbol{j})\text{ m}$$

此时该质点的 x 坐标值为 $x=3$ m，y 坐标值为 $y=18$ m。质点的速度等于运动函数对时间的一阶导数，因此质点的速度为

$$\boldsymbol{v}(t)=\frac{\mathrm{d}\boldsymbol{r}}{\mathrm{d}t}=\boldsymbol{i}+4t\boldsymbol{j}$$

令 $t=3$ s，得到

$$\boldsymbol{v}=(\boldsymbol{i}+12\boldsymbol{j})\text{ m/s}$$

质点的加速度等于速度对时间的一阶导数，故加速度为

$$\boldsymbol{a}=\frac{\mathrm{d}\boldsymbol{v}}{\mathrm{d}t}=4\boldsymbol{j}\text{ m/s}^2$$

该质点的加速度为一常量，大小为 4 m/s^2，方向沿 y 轴的正向。

例 1-3 一质点作匀加速运动，其加速度是常矢量 $\boldsymbol{a}$，设初始时刻，即 $t=0$ 时，质点的速度为 $\boldsymbol{v}_0$，位矢为 $\boldsymbol{r}_0$，求质点的速度方程和运动方程。

解：由加速度的定义 $\boldsymbol{a}=\dfrac{\mathrm{d}\boldsymbol{v}}{\mathrm{d}t}$，得

$$\mathrm{d}\boldsymbol{v}=\boldsymbol{a}\mathrm{d}t$$

对上式两边积分

$$\int_{v_0}^{v}\mathrm{d}\boldsymbol{v}=\int_0^t\boldsymbol{a}\mathrm{d}t$$

得到 t 时刻质点的速度为

$$\boldsymbol{v}=\boldsymbol{v}_0+\boldsymbol{a}t$$

这是匀加速运动的速度公式。在直角坐标系中，它的分量式为

$$\begin{cases}v_x=v_{0x}+a_xt\\ v_y=v_{0y}+a_yt\\ v_z=v_{0z}+a_zt\end{cases}$$

由速度的定义 $\boldsymbol{v}=\dfrac{\mathrm{d}\boldsymbol{r}}{\mathrm{d}t}$得 $\mathrm{d}\boldsymbol{r}=\boldsymbol{v}\mathrm{d}t$，将速度方程代入得

$$\mathrm{d}\boldsymbol{r}=(\boldsymbol{v}_0+\boldsymbol{a}t)\mathrm{d}t$$

对上式两边积分并代入初始条件

$$\int_{r_0}^{r}\mathrm{d}\boldsymbol{r}=\int_0^t(\boldsymbol{v}_0+\boldsymbol{a}t)\mathrm{d}t$$

得到质点的运动方程为

$$\boldsymbol{r}=\boldsymbol{r}_0+\boldsymbol{v}_0t+\frac{1}{2}\boldsymbol{a}t^2$$

这是作匀加速运动质点的位矢公式，在直角坐标系中，其分量式为

$$\begin{cases} x = x_0 + v_{0x}t + \dfrac{1}{2}a_x t^2 \\ y = y_0 + v_{0y}t + \dfrac{1}{2}a_y t^2 \\ z = z_0 + v_{0z}t + \dfrac{1}{2}a_z t^2 \end{cases}$$

匀加速直线运动、自由落体、抛体运动都是匀加速运动。

例 1-4　一质点沿 x 轴运动，其加速度 a 随时间 t 的变化关系为 $a = -6t + 3t^2$（$\mathrm{m/s^2}$）。已知在 $t=0$ 时，质点的速率为 3 m/s，且沿 x 轴负方向运动；此时它的坐标为 $x_0 = 5$ m。求：

（1）$t = 1$ s 时刻质点的速度；（2）质点的运动函数。

解：（1）由加速度的定义得到对于直线运动的质点有 $\mathrm{d}v = a\mathrm{d}t$，对此式两边积分有

$$\int_{v_0}^{v}\mathrm{d}v = \int_0^t a\mathrm{d}t = \int_0^t(-6t + 3t^2)\mathrm{d}t$$

$$v(t) = v_0 + (-3t^2 + t^3)$$

将 $v_0 = -3$ m/s 代入上式，得到 t 时刻质点的速度

$$v(t) = (t^3 - 3t^2 - 3)$$

今 $t = 1$ s，得到质点的速度为

$$v(1) = -5\ \mathrm{m/s}$$

质点的速度大小为 5 m/s，速度方向沿 x 轴负方向。

（2）由速度的定义，对一维运动有 $\mathrm{d}x = v\mathrm{d}t$。对等式两边积分

$$\int_{x_0}^{x}\mathrm{d}x = \int_0^t v\mathrm{d}t = \int_0^t(t^3 - 3t^2 - 3)\mathrm{d}t$$

经计算得

$$x(t) - x_0 = \frac{1}{4}t^4 - t^3 - 3t$$

将初始条件 $x_0 = 5$ m 代入上式，得到质点的运动函数为

$$x(t) = \frac{1}{4}t^4 - t^3 - 3t + 5$$

注意：题中给出了 $t=0$ 时刻质点的速度和坐标，我们常常称这些条件为初始条件。从本题的求解过程可以看到，初始条件对于确定质点的运动是十分重要的。

1.4　圆周运动

若质点的运动轨迹为一个圆，我们称这个质点作圆周运动。圆周运动是一种常见的运动，下面介绍对圆周运动的运动学描述。

1.4.1　圆周运动的线量描述

我们常常称前面定义的描述质点运动的位矢 $\boldsymbol{r}$、位移 $\Delta\boldsymbol{r}$、速度 $\boldsymbol{v}$、加速度 $\boldsymbol{a}$ 为线量。

加速度矢量除可以按直角坐标系分解外，还可以按自然坐标系分解，即按质点运动轨迹的法线方向和切线方向分解。

如图 1-5 所示，质点在圆轨道上运动到 A 点时，在 A 点沿圆的切线并指向速度方向作一坐标轴 AT，称为切向坐标轴；再沿半径方向并指向圆心作坐标轴 AN，称为法向坐标轴。圆周上每一点都有自己的切向坐标轴和法向坐标轴。

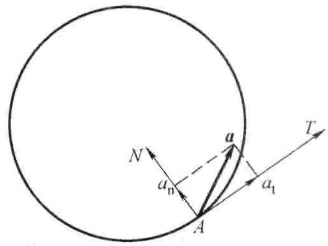

图 1-5 切向坐标轴和法向坐标轴

对于作匀速圆周运动的质点，由于速度方向的变化，其加速度的大小等于 v^2/R，方向指向圆心，即沿法向坐标轴，称为向心加速度，又称法向加速度，用符号 a_n 表示。其大小为

$$a_n = \frac{v^2}{R} \tag{1-22}$$

如果质点作变速圆周运动，这时，不但有改变速度方向的加速度，还有改变速度大小的加速度。如图 1-6a 所示，设质点沿圆周运动，在 t 时刻质点运动到 A 点，速度为 $\boldsymbol{v}_A$，经 Δt 时间运动到 B 点，速度为 $\boldsymbol{v}_B$，在 Δt 时间内速度的增量 $\Delta \boldsymbol{v} = \boldsymbol{v}_B - \boldsymbol{v}_A$，按加速度定义

$$\boldsymbol{a} = \lim_{\Delta t \to 0} \frac{\Delta \boldsymbol{v}}{\Delta t} = \lim_{\Delta t \to 0} \frac{\boldsymbol{v}_B - \boldsymbol{v}_A}{\Delta t}$$

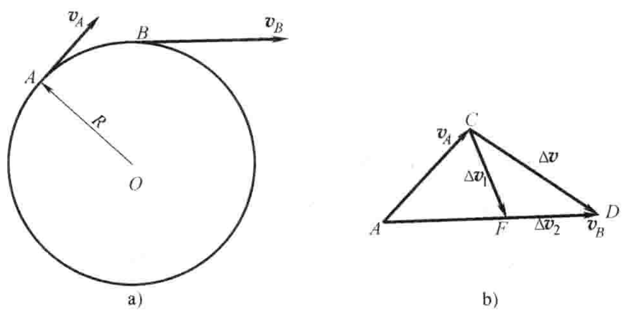

图 1-6 变速圆周运动

下面具体讨论加速度的大小和方向。

将 $\boldsymbol{v}_A$ 和 $\boldsymbol{v}_B$ 平行移动，使二矢量的始点皆移至 A 点，$|v_A| = |AC|$，$|v_B| = |AD|$，如图 1-6b 所示。在 AD 上截取 $|AF| = |AC| = |v_A|$，令 $\overrightarrow{CF} = \Delta \boldsymbol{v}_1$，$\overrightarrow{FD} = \Delta \boldsymbol{v}_2$，则

$$\Delta \boldsymbol{v} = \Delta \boldsymbol{v}_1 + \Delta \boldsymbol{v}_2$$

$$\boldsymbol{a} = \lim_{\Delta t \to 0} \frac{\Delta \boldsymbol{v}}{\Delta t} = \lim_{\Delta t \to 0} \frac{\Delta \boldsymbol{v}_1}{\Delta t} + \lim_{\Delta t \to 0} \frac{\Delta \boldsymbol{v}_2}{\Delta t} \tag{1-23}$$

上式右方第一项 $\lim\limits_{\Delta t \to 0} \frac{\Delta \boldsymbol{v}_1}{\Delta t}$ 的方向，即 $\frac{\Delta \boldsymbol{v}_1}{\Delta t}$ 的极限方向与 $\boldsymbol{v}_A$ 垂直并指向圆心，它的大小可通过比较 $\triangle AOB$ 和 $\triangle CAF$，运用数学知识得到大小为 v^2/R，所以

$$a_n = \lim_{\Delta t \to 0} \frac{\Delta v_1}{\Delta t} = \frac{v^2}{R} \tag{1-24}$$

称 a_n 为**法向加速度**，方向与所在点的速度垂直，指向圆心。

式(1-23)右方第二项 $\lim\limits_{\Delta t \to 0} \frac{\Delta \boldsymbol{v}_2}{\Delta t}$ 的方向，即 $\frac{\Delta \boldsymbol{v}_2}{\Delta t}$ 的极限方向与 $\boldsymbol{v}_A$ 平行，在图 1-6a 中 A 点的切线方向上，大小是速率 v 对时间的变化率。所以称此项为**切向加速度**，用 $\boldsymbol{a}_t$ 表示。其大小为

$$a_t = \frac{dv}{dt} \tag{1-25}$$

所以，式（1-23）可改写为

$$\boldsymbol{a} = \boldsymbol{a}_n + \boldsymbol{a}_t \tag{1-26}$$

$\boldsymbol{a}$ 的大小为 $|a| = \sqrt{a_n^2 + a_t^2}$，$\boldsymbol{a}$ 的方向可用 $\boldsymbol{a}$ 与速度 $\boldsymbol{v}$ 之间的夹角 φ 表示

$$\tan\varphi = \frac{a_n}{a_t} \tag{1-27}$$

由上述可知，在变速圆周运动中，加速度可分解为互相垂直的法向加速度和切向加速度。法向加速度描述质点速度方向的变化；切向加速度描述质点速度大小的变化。

对任意的平面曲线运动，分析其加速度的方法和分析圆周运动的方法完全相同，只是法向加速度公式中的圆半径 R 要换成曲线在相应点的曲率半径 ρ，即 $a_n = v^2/\rho$，其方向指向轨迹上对应点处的曲率中心，仍与切向加速度 a_t 垂直，质点的加速度仍是两者的矢量和。

质点运动时，如果同时具有切向加速度和法向加速度，则质点作变速曲线运动；如果只有切向加速度，没有法向加速度，则质点作变速直线运动；如果只有法向加速度，没有切向加速度，则质点作匀速圆周运动。

1.4.2 圆周运动的角量描述

1. 角位置

一质点沿圆心位于 O 点、半径为 R 的圆作圆周运动，设 $t=0$ 时，它位于圆周上 A 点，t 时刻质点沿圆周运动到了 P 点，如图 1-7 所示。因为该质点到圆心的距离恒定，所以可以通过 OP 与 OA 间的夹角 θ 来方便地确定其位置。对于作圆周运动的质点，定义 t 时刻它所在半径与 $t=0$ 时刻它所在半径间的夹角为质点的**角位置**。在国际单位制中，角位置的单位是弧度（rad）。图 1-7 中，角 θ 为 t 时刻质点的角位置。

2. 角位移

质点在作圆周运动的过程中，其位置随时间变化。为了描述这种位置的改变，力学中引入角位移这个物理量。图 1-7 中，设在 Δt 时间间隔内，质点沿着圆周由 P 点运动到 Q 点，它走过的路程为 Δs，转过的角度为 $\Delta\theta$。角度 $\Delta\theta$ 等于末态的角位置减去初态的角位置，也就是 Δt 时间间隔内质点角位置的增量，被称为质点的**角位移**。在国际单位制中，角位移的单位是弧度（rad）。

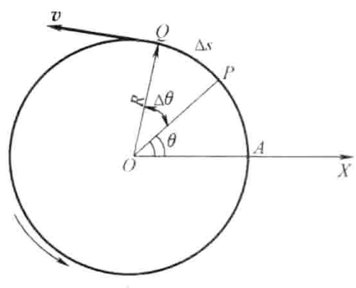

图 1-7 圆周运动的角位置和角位移

3. 角速度

为了方便地描述质点作圆周运动的快慢，我们引入物理量角速度。定义圆周运动质点的**角速度**等于其角位置 θ 对时间 t 的变化率，用 ω 表示，即

$$\omega = \frac{d\theta}{dt} \tag{1-28}$$

角速度等于质点的角位置对时间的一阶导数。在国际单位制中，角速度的单位是 rad/s。

4. 角加速度

物体作圆周运动时，其角速度的大小可能随时间变化，为了描述角速度随时间变化的快