



普通高等教育“十二五”规划教材
21世纪高等学校物理学精品教材

大学物理学习指导

DAXUE WULI XUEXIZHIDAO

李 钰 李 新 主编



科学出版社

普通高等教育“十二五”规划教材
21世纪高等学校物理学精品教材

大学物理学习指导

李 钰 李 新 主编

科学出版社

北 京

版权所有,侵权必究

举报电话:010-64030229;010-64034315;13501151303

内 容 简 介

本书是《大学物理学教程》(上、下)的配套辅助教材。该书依据《理工科类大学物理课程教学基本要求》,内容覆盖了大学物理课程需要掌握的基本理论和方法。全书共20章,每章分为内容提要、学习指导、习题选解和自我检测四部分,对每章的教学内容和知识点做了明确的总结,习题选解部分精选的例题有助于提高读者的解题能力,并对《大学物理学教程》(上、下)教材中的部分习题给出了参考解答,每一章后面都配有检测题,以备学生自测时使用。

本书在内容编排上相对于教材有一定的相关性和独立性,保持了作为学习指导书的特质,因而对于不使用该教材的理工科学生学习大学物理课时,也不失为了一本好的参考书。

图书在版编目(CIP)数据

大学物理学习指导/李钰,李新主编. —北京:科学出版社,2015.1
普通高等教育“十二五”规划教材 21世纪高等学校物理学精品教材
ISBN 978-7-03-042464-8

I. ①大… II. ①李… ②李… III. ①物理学—高等学校—教学参考资料
IV. ①04

中国版本图书馆CIP数据核字(2014)第263071号

责任编辑:黄彩霞 王雨舸/责任校对:肖 婷
责任印制:高 嵘/封面设计:苏 波

科学出版社 出版

北京东黄城根北街16号

邮政编码:100717

<http://www.sciencep.com>

武汉市新华印刷有限责任公司印刷
科学出版社发行 各地新华书店经销

*

开本:787×1092 1/16

2015年1月第一版 印张:13 3/4

2015年1月第一次印刷 字数:312 000

定价:32.00元

(如有印装质量问题,我社负责调换)

前 言

物理学研究物质世界的基本结构、相互作用以及最普遍的运动规律,是所有自然科学和工程技术的基础。而以物理学为基础的大学物理课程,是高等院校理工科各专业学生的一门重要的必修课。大学物理课程对培养和提高学生的科学素质、科学思维都具有十分重要的作用。但学生在学习这门课程时常常会遇到一些困难,为了帮助学生更好地掌握大学物理课程的知识,我们根据该课程的基本要求,编写了《大学物理学习指导》一书。

本书编写的初衷,是为《大学物理学教程》(上、下)提供配套辅助教材。书中对每一章的教学内容和知识点做了明确的总结,精选的例题有助于提高读者的解题能力,并对《大学物理学教程》(上、下)教材中的部分习题给出了参考解答过程;每一章后面都配有检测题,以备学生自测时使用。由于本书在内容编排上相对于教材有一定的相关性和独立性,保持了作为学习指导书的特质,因而对于不使用该教材的理工科学生学习大学物理时,也不失为一本好的参考书。

本书按照大学物理的教学内容分章编写,共有 20 章,每一章均由“内容提要”“学习指导”“习题选解”以及“自我检测”四部分组成。“内容提要”部分是参照《理工科非物理类专业大学物理课程教学基本要求》编写,对各知识点的要求分为了解、理解和掌握等层次,并对这一章中的基本概念与规律进行简要总结。“学习指导”部分针对教材中的重点与难点进行剖析,归纳出解决相应问题的计算方法,为读者理清思路。“习题选解”部分精选了典型例题,作为课堂教学的有力补充,在编写这一部分时,力求做到启发、引导和规范,以便于提高学生分析问题、解决问题的能力。“自我检测”部分既可供读者作自我检验和复习巩固用,又适当地编选了部分解题技巧性高、内容交叉性大的综合训练题,使读者能对学过的概念和规律有更深层次的理解。本书由武汉科技大学理学院应用物理系大学物理教研室的教师们共同编写完成。参与编写的人员有侯阳来、周怡、衡伯军、李新、李钰、魏然、侯廷平、徐麦荣、李俊、闵永泉、戴厚梅、卢建夺、周毅。

本书由李钰、李新主编,周怡、戴厚梅、侯廷平任副主编。本套教材在编写过程中也得到了武汉科技大学理学院及应用物理系领导和同志的关心和大力支持,在此表示由衷的谢意。由于编写时间有限,书中难免会有不足之处,欢迎广大读者提出宝贵意见和建议,我们将在今后的再版中予以纠正,使教材不断完善和提高。

编者

2014 年 10 月

目 录

第 1 章 质点运动学	1
1.1 内容提要	1
1.2 学习指导	2
1.3 习题选解	3
1.4 自我检测	4
第 2 章 质点动力学	7
2.1 内容提要	7
2.2 学习指导	8
2.3 习题选解	9
2.4 自我检测.....	13
第 3 章 功 和 能	14
3.1 内容提要.....	14
3.2 学习指导.....	15
3.3 习题选解.....	16
3.4 自我检测.....	18
第 4 章 动量与动量守恒	19
4.1 内容提要.....	19
4.2 学习指导.....	20
4.3 习题选解.....	22
4.4 自我检测.....	26
第 5 章 刚体力学基础	28
5.1 内容提要.....	28
5.2 学习指导.....	29
5.3 习题选解.....	32
5.4 自我检测.....	36
第 6 章 真空中的静电场	37
6.1 内容提要.....	37
6.2 学习指导.....	39
6.3 习题选解.....	46
6.4 自我检测.....	52
第 7 章 静电场中的导体与电介质	55
7.1 内容提要.....	55
7.2 学习指导.....	57
7.3 习题选解.....	62

7.4	自我检测	67
第 8 章	恒定磁场	69
8.1	内容提要	69
8.2	学习指导	70
8.3	习题选解	72
8.4	自我检测	83
第 9 章	磁 介 质	86
9.1	内容提要	86
9.2	学习指导	86
9.3	习题选解	87
9.4	自我检测	89
第 10 章	电磁感应	91
10.1	内容提要	91
10.2	学习指导	93
10.3	习题选解	97
10.4	自我检测	99
第 11 章	麦克斯韦方程组	101
11.1	内容提要	101
11.2	学习指导	102
11.3	习题选解	103
11.4	自我检测	104
第 12 章	理想气体状态方程	106
12.1	内容提要	106
12.2	学习指导	107
12.3	习题选解	108
12.4	自我检测	114
第 13 章	热力学基础	117
13.1	内容提要	117
13.2	学习指导	120
13.3	习题选解	124
13.4	自我检测	130
第 14 章	机械振动	133
14.1	内容提要	133
14.2	学习指导	135
14.3	习题选解	136
14.4	自我检测	144
第 15 章	机 械 波	146
15.1	内容提要	146
15.2	学习指导	149

15.3	习题选解	152
15.4	自我检测	158
第 16 章	光的干涉	160
16.1	内容提要	160
16.2	学习指导	162
16.3	习题选解	162
16.4	自我检测	165
第 17 章	光的衍射	168
17.1	内容提要	168
17.2	学习指导	169
17.3	习题选解	169
17.4	自我检测	175
第 18 章	光的偏振	177
18.1	内容提要	177
18.2	学习指导	178
18.3	习题选解	179
18.4	自我检测	180
第 19 章	狭义相对论	182
19.1	内容提要	182
19.2	学习指导	184
19.3	习题选解	185
19.4	自我检测	189
第 20 章	量子物理基础	191
20.1	内容提要	191
20.2	学习指导	193
20.3	习题选解	195
20.4	自我检测	200
	自我检测答案	203

第 1 章 质点运动学

1.1 内容提要

1. 基本要求

- (1) 理解质点的含义,并进一步认识建立模型对分析物理规律的重要性。
- (2) 理解时间、空间度量标准客观化的意义。
- (3) 掌握矢量坐标系中位置、位移、速度、加速度的概念。
- (4) 理解自然坐标系的概念。
- (5) 掌握角坐标及质点运动的角量和线量的函数关系。
- (6) 理解质点相对运动的描述并会进行计算。

2. 知识点小结

(1) 直角坐标系中描述质点运动的物理量。

1) 位置矢量 $\mathbf{r} = \overrightarrow{OP} = x\mathbf{i} + y\mathbf{j} + z\mathbf{k}$

位置矢量的模 $r = \sqrt{x^2 + y^2 + z^2}$ 代表点 P 到坐标原点的距离。

$\alpha = \arcsin \frac{x}{r}$ 为位置矢量 \mathbf{r} 与 x 轴的夹角, $\beta = \arcsin \frac{y}{r}$ 为位置矢量 \mathbf{r} 与 y 轴的夹角, $\gamma =$

$\arccos \frac{z}{r}$ 为位置矢量 \mathbf{r} 与 z 轴的夹角, α, β 和 γ 标示 P 的方位。

2) 位移矢量

$$\Delta \mathbf{r} = \mathbf{r}_2 - \mathbf{r}_1 = (x_2\mathbf{i} + y_2\mathbf{j}) - (x_1\mathbf{i} + y_1\mathbf{j}) = (x_2 - x_1)\mathbf{i} + (y_2 - y_1)\mathbf{j}$$

位移矢量的模 $\Delta r = \sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2 + (z_2 - z_1)^2}$

三个坐标轴方向夹角 $\alpha = \arcsin \frac{x_2 - x_1}{\Delta r}$

$$\beta = \arcsin \frac{y_2 - y_1}{\Delta r}$$

$$\gamma = \arccos \frac{z_2 - z_1}{\Delta r}$$

3) 速度矢量

$$\mathbf{v} = \frac{d\mathbf{r}}{dt} = \frac{dx}{dt}\mathbf{i} + \frac{dy}{dt}\mathbf{j} + \frac{dz}{dt}\mathbf{k} = v_x\mathbf{i} + v_y\mathbf{j} + v_z\mathbf{k}$$

其大小 $v = \sqrt{v_x^2 + v_y^2 + v_z^2}$, 表示质点移动的快慢; $\alpha = \arcsin \frac{v_x}{v}$, $\beta = \arcsin \frac{v_y}{v}$, $\gamma = \arccos \frac{v_z}{v}$ 为速度方向与 x, y, z 坐标轴的夹角。

4) 加速度

$$\mathbf{a} = \frac{d\mathbf{v}}{dt} = \frac{dv_x}{dt}\mathbf{i} + \frac{dv_y}{dt}\mathbf{j} + \frac{dv_z}{dt}\mathbf{k} = a_x\mathbf{i} + a_y\mathbf{j} + a_z\mathbf{k}$$

(2) 自然坐标系质点运动的描述。

1) 位置 $s = s(t)$

2) 速度 $v = \frac{ds}{dt} \tau = v_\tau \tau$

3) 加速度 $a = \frac{dv_\tau}{dt} \tau = \frac{d^2 s}{dt^2} \tau + \frac{v_\tau^2}{r} n$

(3) 圆周运动。

1) 位置 $\theta = \theta(t)$

2) 速度 $\omega = \frac{d\theta}{dt}$

3) 加速度 $\alpha = \frac{d\omega}{dt}$

4) 线量和角量关系 $v_\tau = r\omega; \quad a_\tau = r\alpha; \quad a_n = r\omega^2$

1.2 学习指导

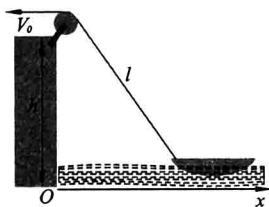
1. 重难点剖析

本章的重点是讨论质点运动的描述,分别介绍了直角坐标系、自然坐标系及角坐标系中质点运动的描述方法,介绍了位置、位移、速度、加速度的概念及在不同坐标系中的描述方式。

本章的难点是运动的矢量描述、自然坐标系的理解和相对运动的计算。

2. 计算方法的归纳

通过对本章的学习,质点运动的计算问题可以分为两类:微分问题和积分问题。微分问题一般是告诉我们运动的规律,如给出运动学方程,求运动过程中某细节问题,如求某时刻的位置、速度、加速度等,这类问题比较容易。稍微难些的问题在于概念的考查,要求会通过概念的理解寻求解题思路,见例 1.1。积分问题的题目中均有两个已知条件:第一是初始状态;第二是速度或加速度,二者必有其一。求运动的积累效果或运动学方程,见例 1.2。



例图 1.1

例 1.1 湖中一小船,岸边有人用绳子跨过高出水面 h 的滑轮拉船,如例图 1.1 所示。如用速度 V_0 收绳,计算船行至离岸边 x 处时的速度和加速度。

解 选取如例图 1.1 所示的坐标,任一时刻小船满足

$$l^2 = x^2 + h^2$$

两边对时间微分

$$l \frac{dl}{dt} = x \frac{dx}{dt}, \quad V_0 = -\frac{dl}{dt}, \quad V = \frac{dx}{dt}, \quad V = -\frac{\sqrt{x^2 + h^2}}{x} V_0$$

方向沿着 x 轴的负方向。

方程两边对时间微分

$$V_0^2 = V^2 + xa, \quad a = \frac{V_0^2 - V^2}{x}, \quad a = -\frac{V_0^2 h^2}{x^3}$$

方向沿着 x 轴的负方向。

例 1.2 质点沿 x 轴运动,其速度与时间的关系为 $v=4+t^2$ ($\text{m} \cdot \text{s}^{-1}$),当 $t=3$ s 时,质点位于 $x=9$ m 处,求质点的运动方程。当 $t=2$ s 时,质点的位置在哪里?

解 质点的位置满足

$$x = \int v dt = \int (4 + t^2) dt, \quad x = 4t + \frac{1}{3}t^3 + c$$

由初始条件: $t=3$ s 时质点位于 $x=9$ m, 得到

$$c = -12$$

则

$$x = 4t + \frac{1}{3}t^3 - 12$$

当 $t=2$ s 时,质点的位置

$$x = 8 + \frac{8}{3} - 12 = -\frac{4}{3} \text{ (m)}$$

例 1.3 质点沿 x 轴运动,其加速度和位置的关系是 $a=2+6x^2$ 。如果质点在 $x=0$ 处的速度为 $10 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$,求质点在任意坐标 x 处的速度。

解 由速度和加速度的关系式

$$a = \frac{dv}{dt}, \quad a = \frac{dv}{dx} \frac{dx}{dt} = v \frac{dv}{dx}, \quad a dx = v dv, \quad (2 + 6x^2) dx = v dv$$

两边积分,并利用初始条件

$$x=0, v_0=10 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}, \quad \int_0^x (2 + 6x^2) dx = \int_{10}^v v dv$$

得到质点在任意坐标 x 处的速度

$$v = 2 \sqrt{x^3 + x + 25}$$

例 1.4 飞机绕半径 $r=1$ km 的圆弧在竖直平面内飞行,飞行路程服从 $s(t)=50+t^3$ (m) 的规律,飞机飞过最低点 A 时的速率 $v_A=192 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$,求飞机飞过最低点 A 时的切向加速度 a_t 、法向加速度 a_n 和总加速度 a 。

解 飞机的速率

$$v = \frac{ds}{dt}, \quad v = 3t^2$$

加速度

$$\mathbf{a} = a_n \hat{n} + a_t \hat{\tau}, \quad a_n = \frac{v^2}{\rho} = \frac{9t^4}{r}, \quad a_t = \frac{dv}{dt} = 6t$$

飞机飞过最低点 A 时的速率

$$v_A = 192 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}, \quad t = 8 \text{ s}$$

且

$$a_n = \frac{9t^4}{r} = 36.86 \text{ m} \cdot \text{s}^{-2}, \quad a_t = 6t = 48.00 \text{ m} \cdot \text{s}^{-2}$$

故加速度

$$\mathbf{a} = 48_{a_t} + 36.86_{a_n}$$

1.3 习题选解

例 1.5 质点的位置矢量方向不变,质点是否做直线运动? 质点如果做直线运动,其位置

检 1.2 质点做曲线运动, r 表示位置矢量, s 表示路程, a 表示切向加速度, 下列表达式中 ()。

$$(1) \frac{dv}{dt} = a; \quad (2) \frac{dr}{dt} = v; \quad (3) \frac{ds}{dt} = v; \quad (4) \left| \frac{dv}{dt} \right| = a.$$

- A. 只有(1)(2)是对的
B. 只有(2)(4)是对的
C. 只有(2)是对的
D. 只有(3)是对的

检 1.3 某人骑自行车以速率 v 向正西方向行驶, 遇到由北向南刮的风 (风速大小也为 v), 则他感到风是从 ()。

- A. 东北方向吹来
B. 东南方向吹来
C. 西北方向吹来
D. 西南方向吹来

检 1.4 在相对地面静止的坐标系内, A, B 两船都以 $2 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$ 的速率匀速行驶, A 船沿 x 轴正向, B 船沿 y 轴正向, 今在 A 船上设置与静止坐标系方向相同的坐标系 (x, y 方向单位矢量 i, j 表示), 那么从 A 船看 B 船它相对 A 船的速度 (单位: $\text{m} \cdot \text{s}^{-1}$) 为 ()。

- A. $2i + 2j$
B. $-2i + 2j$
C. $-2i - 2j$
D. $2i - 2j$

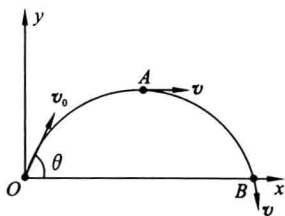
检 1.5 一条河设置 A, B 两个码头, 相距 1 km , 甲、乙两人需要从码头 A 到码头 B , 再由 B 返回, 甲划船前去, 船相对河水的速度为 $4 \text{ km} \cdot \text{h}^{-1}$; 而乙沿岸步行, 步行速度也为 $4 \text{ km} \cdot \text{h}^{-1}$, 如河水流速为 $2 \text{ km} \cdot \text{h}^{-1}$, 方向从 A 到 B , 下述结论中正确的是 ()。

- A. 甲比乙晚 10 min 回到 A
B. 甲和乙同时回到 A
C. 甲比乙早 10 min 回到 A
D. 甲比乙早 2 min 回到 A

检 1.6 在 x, y 平面内有一运动质点, 其运动方程为 $r = 10\cos 5t i + 10\sin 5t j$, 则 t 时刻其速度为 _____; 其切向加速度为 _____; 该质点运动轨迹为 _____。

检 1.7 一质点做如检图 1.7 所示的抛体运动, 忽略空气阻力。
回答:

标量值 $\frac{dv}{dt}$ 是否变化: _____; 矢量值 $\frac{dv}{dt}$ 是否变化: _____; a_n 是否变化: _____; 轨道最高点 A 的曲率半径 _____; 落地点 B 的曲率半径 _____。



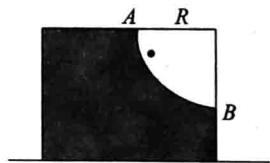
检图 1.7

检 1.8 试说明质点做何种运动时, 将出现下述各种情况 $v \neq 0$ 。

(1) $a_t \neq 0, a_n \neq 0$: _____;

(2) $a_t \neq 0, a_n = 0$: _____。

检 1.9 如检图 1.9 所示, 小球沿固定的光滑的 $1/4$ 圆弧从 A 点由静止开始下滑, 圆弧半径为 R , 则小球在 A 点处的切向加速度 _____, 小球在 B 点处的法向加速度 _____。



检图 1.9

检 1.10 在一个转动的齿轮上, 一个齿尖 P 做半径为 R 的圆周运动, 其路程 s 随时间的变化规律为 $s = v_0 t + \frac{1}{2} b t^2$, 其中 v_0 和 b 都是正的常量, 则 t 时刻齿尖 P 的速率为 _____, 加速度大小为 _____。

检 1.11 一物体在某瞬时, 以初速度 v_0 从某点开始运动, 在 Δt 时间内, 经一长度为 s 的

曲线路径后,又回到出发点,此时速度为 $-v_0$,则在这段时间内:

- (1) 物体的平均速率为_____;
- (2) 物体的平均加速度为_____。

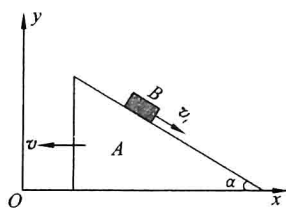
检 1.12 一质点沿半径为 R 的圆周运动,路程随时间的变化规律为 $s=bt-\frac{1}{2}ct^2$,式中,

b, c 为大于零的常数,且 $\frac{b}{c} > \left(\frac{R}{c}\right)^{\frac{1}{2}}$ 。

- (1) 质点运动的切向加速度为_____ ;法向加速度为_____ ;
- (2) 质点经过_____时, $a_t = a_n$ 。

检 1.13 质点沿半径 R 做圆周运动,运动方程为 $\theta=3+2t^2$,则 t 时刻质点法向加速度大小为_____,角加速度为_____,切向加速度大小为_____。

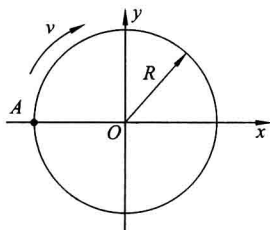
检 1.14 楔形物体 A 的斜面倾角为 α ,可沿水平方向运动,在斜面上物体 B 沿斜面以 v_t 相对斜面下滑时,物体 A 的速度为 v ,如检图 1.14 所示,在固接于地面坐标 xOy 中, B 的速度矢量式为_____,分量式为_____。



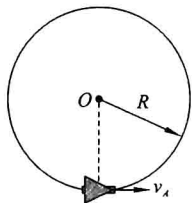
检图 1.14

检 1.15 如检图 1.15,一质点做半径 $R=1\text{ m}$ 的圆周运动, $t=0$ 时质点位于 A 点,然后顺时针方向运动,运动方程 $s=\pi t^2+\pi t$,求:

- (1) 质点绕行一周所经历的路程、位移、平均速度和平均速率;
- (2) 质点在 1 s 末的速度和加速度的大小。



检图 1.15



检图 1.16

检 1.16 如检图 1.16,飞机绕半径 $r=1\text{ km}$ 的圆弧在竖直平面内飞行,飞行路程服从 $s(t)=50+t^3$ 的规律,飞机飞过最低点 A 时的速率 $v_A=192\text{ m}\cdot\text{s}^{-1}$,求飞机飞过最低点 A 时的切向加速度 a_t 、法向加速度 a_n 和总加速度 a 。

检 1.17 有架飞机从 A 处向东飞到 B 处,然后又向西飞回到 A 处。已知气流相对于地面的速率为 u , AB 之间的距离为 l ,飞机相对于空气的速率 v 保持不变。(1) 如果 $u=0$ (空气静止),试证明:来回飞行的时间为 $t_0=2l/v$;(2) 如果气流的速度向东,证明:来回飞行的时间

为 $t_1=t_0\left(1-\frac{u^2}{v^2}\right)$;(3) 如果气流的速度向北,证明:来回飞行的时间为 $t_2=t_0/\sqrt{1-\frac{u^2}{v^2}}$ 。

检 1.18 质量为 10 kg 的质点在水平面上做半径为 1 m 的圆周运动,其角位置与时间的关系为 $\theta=t^3-6t$,求:(1) $t=1\text{ s}$ 时刻质点的切向加速度与总加速度之夹角;(2) 此时刻质点的加速度大小是多少?

检 1.19 某质点的初位移 $r_0=2i$,初速度 $v=2j$,加速度 $a=4ti+2t^3j$,求:(1) 该质点任意时刻的速度;(2) 该质点任意时刻的运动方程。

第2章 质点动力学

2.1 内容提要

1. 基本要求

- (1) 掌握牛顿运动定律及其应用,熟练掌握应用牛顿第二定律计算质点运动的力学问题。
- (2) 理解力的概念,掌握变力作用下质点动力学的两类基本问题。
- (3) 了解非惯性系和惯性系。

2. 知识点小结

(1) 牛顿运动三大定律。

1) 牛顿第一定律

任何物体都保持静止或匀速直线运动的状态,直至其他物体对它作用的力迫使它改变这种状态。

2) 牛顿第二定律

某时刻物体的动量对时间的变化率等于该时刻的物体所受的合外力,数学形式如下

$$\mathbf{F} = \frac{d\mathbf{p}}{dt}$$

当物体低速运动时,其质量近似不变,则有

$$\mathbf{F} = \frac{d(m\mathbf{v})}{dt} = m \frac{d\mathbf{v}}{dt} = m\mathbf{a}$$

物体所获得的加速度的大小与作用在物体上的合外力的大小成正比,与物体的质量成反比,加速度的方向与合外力的方向相同。牛顿第二定律定量描述了惯性质量是物体惯性的度量,揭示了力是引起运动改变的原因。

3) 牛顿第三定律

两个物体之间的作用力和反作用力沿同一直线,大小相等,方向相反,分别作用在两个物体上。

$$\mathbf{F} = -\mathbf{F}'$$

作用力和反作用力不能相互抵消,作用力和反作用力属同性质力的力,系统内力之和为零。

(2) 力的概念。

1) 力的含义。力是物体间的相互作用力,施力的物体同时也是受力的物体,受力的物体同时也是施力的物体。

2) 力的物理效果。物体受到力的作用时,将改变其运动状态,即产生加速度或使物体发生形变。

3) 常见的三种力:万有引力、弹性力、摩擦力。

2.2 学习指导

1. 重难点剖析

本章的重点是掌握牛顿运动定律及力的概念。其中尤为重要是牛顿第二定律的掌握。难点是如何灵活运用牛顿第二定律来处理变力作用下的质点运动问题。

2. 计算方法的归纳

本章计算主要要掌握质点动力学中的两类基本问题。

(1) 第一类基本问题: 已知质点的质量和位置矢量, 求质点所受的力。这时可以用求导的方法, 对位置矢量求二阶导数求出加速度矢量, 再乘以质量 m 即可得力。

(2) 第二类基本问题: 已知质点受到的力及初始条件, 求质点的运动规律(速度或运动学方程)。这时需要根据力的表达式进行定积分, 其中要注意的是初始条件的处理。

例 2.1 已知质点的位矢随时间变化关系为 $\boldsymbol{r} = 4t^3\boldsymbol{i} + (3 + 2t^2)\boldsymbol{j}$, 式中 r 的单位为 m , t 的单位为 s , 其质量为 2 kg , 求该质点在 1 s 时受到的合外力?

解 已知质点的运动学方程, 求质点受到的合外力, 这属于质点动力学部分的第一类基本问题, 由 $\boldsymbol{r} = 4t^3\boldsymbol{i} + (3 + 2t^2)\boldsymbol{j}$, 求导可得质点的速度为

$$\boldsymbol{v} = \frac{d\boldsymbol{r}}{dt} = 12t^2\boldsymbol{i} + 4t\boldsymbol{j}$$

对速度求导可得加速度为

$$\boldsymbol{a} = \frac{d\boldsymbol{v}}{dt} = 24t\boldsymbol{i} + 4\boldsymbol{j}$$

1 s 时质点受到的合外力为

$$\boldsymbol{F} = m\boldsymbol{a} = 48t\boldsymbol{i} + 8\boldsymbol{j} = 48\boldsymbol{i} + 8\boldsymbol{j}$$

则力的大小为

$$F = \sqrt{48^2 + 8^2} = 48.66\text{ N}$$

合外力与 x 轴正向的夹角为

$$\theta = \arctan \frac{1}{6} = 9.46^\circ$$

例 2.2 质量为 m 的子弹以速度 v_0 水平射入沙土中, 设子弹所受阻力与速度反向, 大小与速度成正比, 比例系数为 k , 忽略子弹的重力, 求: (1) 子弹射入沙土后, 速度随时间变化的函数式; (2) 子弹进入沙土的最大深度。

解 已知质点受到的合外力, 求质点的运动学规律, 这属于质点动力学部分的第二类基本问题, 由题意和牛顿第二定律可得

$$f = -kv = ma = m \frac{dv}{dt}$$

分离变量, 可得

$$-\frac{k}{m} dt = \frac{1}{v} dv$$

两边同时积分, 可得

$$\int_0^t -\frac{k}{m} dt = \int_{v_0}^v \frac{1}{v} dv$$

因此

$$v = v_0 e^{-\frac{k}{m}t}$$

子弹的加速度又可以表示为

$$a = \frac{dv}{dt} = \frac{dv}{dx} \frac{dx}{dt} = v \frac{dv}{dx} = \frac{-kv}{m}$$

则

$$dv = \frac{-k}{m} dx$$

结合初始条件积分可得

$$\int_{v_0}^v dv = \int_0^x \frac{-k}{m} dx$$

因此有

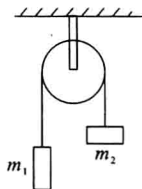
$$v - v_0 = \frac{-k}{m} x$$

当 $v=0$ 时

$$x_{\text{止}} = \frac{mv_0}{k}$$

2.3 习题选解

例 2.3 如例图 2.3 所示,一轻绳跨过一个轻质定滑轮(忽略其质量),两端各系一质量分别为 m_1 和 m_2 的重物,且 $m_1 > m_2$,滑轮质量及轴上摩擦均不计,此时重物的加速度的大小为 a 。今用一竖直向下的恒力 $F = m_1 g$ 代替质量为 m_1 的物体,质量为 m_2 的重物的加速度的大小为 a' ,则有()。



例图 2.3

A. $a' = a$

B. $a' > a$

C. $a' < a$

D. 不能确定

解 初始状态时,由于 $m_1 > m_2$,则 m_1 下降、 m_2 上升,用隔离法分别对两物体进行受力分析后,利用牛顿第二定律可得

对于 m_1 : $m_1 g - T = m_1 a$

对于 m_2 : $T' - m_2 g = m_2 a$

由于是轻绳,且忽略滑轮质量,则有 $T' = T$,三式联立可得

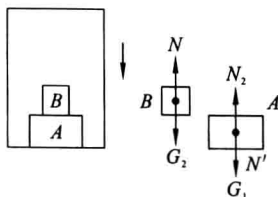
$$a = \frac{(m_1 - m_2)g}{m_1 + m_2}$$

用恒力 F 替代重物后,对质量为 m_2 的重物来说,其加速度为

$$a' = \frac{F - m_2 g}{m_2} = \frac{(m_1 - m_2)g}{m_2}$$

比较可得 $a' > a$,故选 B。

例 2.4 如例图 2.4 所示,升降机内地板上放有物体 A,其上再放另一物体 B,二者的质量分别为 m_A, m_B ,当升降机以加速度 a 向下加速运动时($a < g$),物体 A 对升降机地板的压力在数值上等于()。



例图 2.4

A. $m_A g$

B. $(m_A + m_B)g$

C. $(m_A + m_B)(g + a)$

D. $(m_A + m_B)(g - a)$

解 用隔离法分别对两物体进行受力分析后,利用牛顿第二定律可得

对于物体 B:

$$m_B g - N = m_B a$$

$$\text{对于物体 A:} \quad m_A g + N' - N_2 = m_A a \quad (2)$$

$$\text{由牛顿第三定律可知} \quad N' = N \quad (3)$$

联立式①、②、③可得

$$N_2 = (m_A + m_B)(g - a)$$

故选 D。

例 2.5 某质点的运动方程为 $x = 3t - 5t^3 + 6$, 则该质点所受合外力()。

- A. 大小恒定, 加速度沿 x 轴正向 B. 大小不恒定, 加速度沿 x 轴正向
C. 大小恒定, 加速度沿 x 轴负向 D. 大小不恒定, 加速度沿 x 轴负向

解 已知质点的运动学方程, 求质点受到的合外力, 这属于质点动力学部分的第一类问题, 由题意可知质点做一维直线运动, 其加速度为

$$a = \frac{d^2 x}{dt^2} = -30t$$

则质点所受合外力为

$$F = ma = -30t \cdot m$$

力的大小与时间 t 有关, 因此不恒定, 力的方向沿 x 轴负向, 故选 D。

例 2.6 质量 $m = 1 \text{ kg}$ 的物体, 在坐标原点处从静止出发在水平面内沿 x 轴运动, 其所受合力方向与运动方向相同, 合力大小为 $F = 3 + 2x$, 那么当质点的位置 $x = 3 \text{ m}$ 时, 其速率 v 为()。

- A. $2 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$ B. $4 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$ C. $6 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$ D. $8 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$

解 已知质点受到的合外力, 求质点的运动学规律, 这属于质点动力学部分的第二类问题, 方法是用加速度作为力和运动的纽带, 由题意可知质点做一维直线运动, 其加速度为

$$a = F/m = (3 + 2x)/m = 3 + 2x$$

因为要寻找质点的位置与速度之间的关系, 所以将加速度变形为

$$a = \frac{dv}{dt} = v \frac{dv}{dx} = 3 + 2x$$

分离变量可得

$$v dv = (3 + 2x) dx$$

由初始条件可知, 当 $x = 0$ 时, $v = 0$, 故有

$$\int_0^v v dv = \int_0^x (3 + 2x) dx$$

于是有

$$\frac{1}{2} v^2 = 3x + x^2$$

由此解得, 当 $x = 3 \text{ m}$ 时其速率 v 为 $6 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$, 故选 C。

例 2.7 一根匀质链条质量为 m , 总长度为 L , 一部分放在光滑桌面上, 另一部分从桌面边缘下垂, 长度为 a , 刚开始用外力使链条保持静止, 撤去外力后链条开始下滑, 当链条下滑全部离开桌面时的速率为_____。

解 选取向下为正方向, 将整个链条视为一个整体, 当链条下垂部分的长度为 x 时, 可知链条受到的重力为

$$F = m'g = \frac{m}{L} xg$$

则链条的加速度为