

初中畢業

高中入學

數學指導問題詳解

上冊 算術

趙餘勳編著

上海春江書局印行

整小數四則式題 2

整小數四則應用問題 4

差額平分 平均 歸一 還原

和差 水程 雞兔 盈不足

連續數 日出沒 列車進行

植樹 倍數 行路 方陣 雜題

約數及倍數 41

質因數 大公約

小公倍 雜題

分數四則式題 50

分數的大公約小公倍 52

循環小數及複名數化分數 53

分數四則應用題 54

已知母數 求母數 工程

鐘面 寒暑表 雜題

百分算 78

利息算 84

單利 複利

比及比例 92

單比例 複比例 按分比例

連鎖比例 混合比例

開方 109

開平方 開立方

求積 112

平面形 立體形

度量衡表 121

問題 計算下式： (蘇州女師)

$$64 - 54 \div 6 - 5 \times 7 + 63 \times 7 \div 9 - 3 \times 8 - 24$$

解 原式 = $64 - 9 - 35 + 49 - 24 - 24$
 $= 21$

要點 先算乘除，後算加減。

用乘除號聯在一處的數目，叫做一項。第一次演算，應把各項分別算出，所以第一個等號後面，不該再有乘除號；但加減號則一個不可漏掉。

類題 計算下列各式：

1. $48 - 36 \div 9 + 7 + 5 \times 3 = ?$

2. $4.5 \times 6.5 - 4.8 \div 7.5 \times 4 = ?$

3. $64 - 54 \div 6 - 5 \times 7 + 63 \times 7 \div 9 = ?$

(徐州女中)

4. $83.17 + 52 \times 4.5 - 54 \div 1.5 = ?$

問題 試計算下式之結果： (河南會考)

$$87 \div \{8 + 7 \times [18 \div (5 + 1)]\} + 6$$

解 原式 = $87 \div \{8 + 7 \times [18 \div 6]\} + 6$
 $= 87 \div \{8 + 7 \times 3\} + 6$
 $= 87 \div \{8 + 21\} + 6$
 $= 87 \div 29 + 6$
 $= 3 + 6$
 $= 9$

要點 先去小括號，次去中括號，最後去大括號，同時仍須注意先乘除後加減。

類題 計算下列二式：

1. $3 - \{6 - [(9 - 8) + 4]\} = ?$

(綏遠會考)

2. $72 - 4 \times [21 - (6 \div 2 + 6) \div 3] = ?$

(南京女中)

問題 計算下式之值： (上海會考)

$$(98+42) \times 5 \div (30-29) \\ \times (99-\overline{99-7})=?$$

解 原式 $= (98+42) \times 5 \div (30-29)$
 $\times (99-92)$
 $= 140 \times 5 \div 1 \times 7$
 $= 4900$

要點 式中有括線者，當先去括線，再去括號。

類題 計算下列二式：

- $\{[(1+2 \times 3+4) \times 5+6] \times 7+8\}$
 $\times 9=?$
- $\{7-[35 \div (42 \div \overline{12 \div 2})-3] \times 3+1\}$
 $\times 5=?$

問題 $\{7^2-(13+3^3)\} \times 2^4 \div 3-37=?$

(上海中學)

解 原式 $= \{49-(13+27)\} \times 16 \div 3-37$
 $= \{49-40\} \times 16 \div 3-37$
 $= 9 \times 16 \div 3-37$
 $= 48-37$
 $= 11$

要點 式中有指數當儘先算出。

類題 計算下列各式：

- $(3^2+2^3) \times 4-16 \div 4=?$
- $[8^2-(24-2^3)] \times 3^2 \div 2^3=?$
- $(9^2-4 \times 3^2) \times 6^2 \div 3^4=?$

問題 東西兩村間有一所學校，離東村 480 丈，離西村 390 丈，現在要遷移到兩村的正中，應該向西移多少路？

解 現在這所學校與東西兩村距離的差是
 $480 \text{ 丈} - 390 \text{ 丈} = 90 \text{ 丈}$

只要把這個差數由雙方均分，就平均了，
 所以應向西移 $90 \text{ 丈} \div 2 = 45 \text{ 丈}$

要點 本題叫做差額平分問題，只要把差額平分為二，便是大數應該移給小數的數目。

本題用下面的方法解也可以，只是略覺繁雜些。

兩村相距 $480 \text{ 丈} + 390 \text{ 丈} = 870 \text{ 丈}$

中點距兩村 $870 \text{ 丈} \div 2 = 435 \text{ 丈}$

所以應向西移 $480 \text{ 丈} - 435 \text{ 丈} = 45 \text{ 丈}$

或 $435 \text{ 丈} - 390 \text{ 丈} = 45 \text{ 丈}$

類題 1. 甲廠有工人 1543 名，乙廠有工人 2519 名。現在要使兩廠的工人相等，那末乙廠應該移多少人到甲廠去？

2. 某鐵路上有甲乙丙三站。甲站與乙站相距 87 里，乙站與丙站相距 53 里。現在要把乙站遷至與甲丙兩站距離相等的地方，應該怎樣遷移？

3. 甲船上有乘客 476 人，乙船上有乘客 254 人。如果這些乘客要兩船平均運載，那末甲船上的乘客應該有多少人移到乙船上去？

問題 某人將田分給二子，長子得田50畝，次子得田42畝。不均之數命長子補給幼子360元。問每畝之價若干？（天津一中）

解 二子所得田相差

$$50\text{畝} - 42\text{畝} = 8\text{畝}$$

$$\text{長子應給次子} \quad 8\text{畝} \div 2 = 4\text{畝}$$

$$\text{故每畝價} \quad 360\text{元} \div 4 = 90\text{元}$$

類題 1. 甲乙二人合資買兩桶水果，各取一桶。甲的一桶218斤，乙的一桶194斤，因此甲找還乙5.4元，求水果每斤的價值。

2. 甲棧有米694石，乙棧有米310石，現在把米從甲棧搬到乙棧，每點鐘搬48石，那末幾點鐘後兩棧的石數一樣？

問題 甲乙二人各出資300元，合買羊75頭，因為不能平均分配，所以甲比乙少取1頭。那末乙應該給甲幾元？

$$\text{解 兩人共出} \quad 300\text{元} \times 2 = 600\text{元}$$

$$\text{羊每隻價} \quad 600\text{元} \div 75 = 8\text{元}$$

$$\text{甲比應取的頭數少取} \quad 1\text{頭} \div 2 = .5\text{頭}$$

$$\text{所以乙應給甲} \quad 8\text{元} \times .5 = 4\text{元}$$

類題 1. 甲乙二人各出國幣15元，買綢一疋，甲取24尺，乙取16尺，甲應該找還乙多少錢？

2. 甲乙二商人各出720元合買一船米，甲取112袋，乙取88袋，那末甲應該找還乙多少元？

問題 將每斤1元4角之茶8斤與每斤2元5角之茶3斤混合之，得每斤幾元之茶？

(上海會考)

解 兩種茶共計 $8\text{斤}+3\text{斤}=11\text{斤}$
 共值 $1.4\text{元}\times 8+2.5\text{元}\times 3=18.7\text{元}$
 每斤值 $18.7\text{元}\div 11=1.7\text{元}$

要點 本題是平均問題，解這種問題，可以分三個步驟：

第一步：求有幾個單位；

第二步：求總值；

第三步：求平均值。

公式：總值 $\div$ 單位數=平均值。

類題 將每斤3角6分之酒12斤與每斤4角2分之酒8斤混合之，求每斤平均價。

問題 每斤3角的酒12斤，同每斤2角5分的酒30斤混合，要賺1元5角，每斤的賣價應該定多少？

解 共有酒 $12\text{斤}+30\text{斤}=42\text{斤}$
 原價 $.3\text{元}\times 12+.25\text{元}\times 30=11.1\text{元}$
 賣價 $11.1\text{元}+1.5\text{元}=12.6\text{元}$
 每斤賣 $12.6\text{元}\div 42=0.3\text{元}$

類題 1. 甲種酒每斤5角，乙種酒每斤4角，將甲種酒13斤與乙種酒8斤混合後，自己喝掉1斤，其餘賣出去，要不虧本，每斤該賣多少？

2. 國文9冊，每冊4角5分；英語6冊，每冊5角4分；算術5冊，每冊6角3分。平均每冊價多少？

問題 工匠48人,作工39日,共得工資561.6元;工匠60人,24日的工資多少?

解 48人1日工資

$$561.6 \text{元} \div 39 = 14.4 \text{元}$$

1人1日工資

$$14.4 \text{元} \div 48 = 0.3 \text{元}$$

1人24日工資

$$0.3 \text{元} \times 24 = 7.2 \text{元}$$

60人24日工資

$$7.2 \text{元} \times 60 = 432 \text{元}$$

要點 本題亦可用比例法解。上面的解法是先求一單位的,叫做歸一法。

類題 炭6袋,每袋350斤,共價42元;炭5袋,每袋160斤,共價多少?

問題 一件工程,9人每日作8小時,12日可成,現在叫6人於15日內完工,應每日作幾小時?

解 起先每人作 $8 \text{時} \times 12 = 96 \text{時}$

全部工程共需 $96 \text{時} \times 9 = 864 \text{時}$

現在每人要做 $864 \text{時} \div 6 = 144 \text{時}$

• 每日應做 $144 \text{時} \div 15 = 9.6 \text{時}$

要點 本題亦可用比例法解。前題是正比例,本題是反比例,所以解法略有不同。

類題 1. 田11畝,用牛8頭,5天耕完;今有田19.8畝,要在9天內耕完,應用牛幾頭?

2. 梨36隻,價1.35元;梨18隻和蘋果15隻同價,求蘋果12隻之價。

問題 某數以2除之,自其商減5,再3倍其差,更加以8,則得20。求某數。

(務本女中)

解 未加8時,是 $20 - 8 = 12$
 未3倍時,是 $12 \div 3 = 4$
 未減5時,是 $4 + 5 = 9$
 未除以2時,是 $9 \times 2 = 18$

要點 本題是還原問題。解這種問題,要從最後一步一步逆推上去:

本來加的還原用減 本來減的還原用加

本來乘的還原用除 本來除的還原用乘

類題 從某數與25的和,減52,乘以105,再除以7,得123。求某數。

問題 某童用293除229152,因除數誤寫一數字,得商871,餘數79,問某童誤寫除數中何字?
 (南京女中)

解 以誤寫之數與871相乘,再加79,當得229152,故誤寫之數為

$$(229152 - 79) \div 871 = 229073 \div 871$$

$$= 263$$

故知某兒將293中之9誤寫為6。

類題 1. 某童用584除273312,因除數中有兩個數字的位置顛倒了,得商498,餘408。問某童把那兩個數字顛倒了?

2. 某童用兩位數除6624,應得商數96。現在因為除數寫錯了,商數恰巧顛倒。問某童的除數是怎樣寫錯的?

問題 某甲買酒一樽，第一日飲去全量之半又2兩，次日飲去餘量之半又2兩，計樽中尚餘酒5兩。問樽中原有酒若干？

(濟南初中)

解 第二日若只飲去一半，應餘

$$2\text{兩} + 5\text{兩} = 7\text{兩}$$

可知第一日飲去後，還有

$$7\text{兩} \times 2 = 14\text{兩}$$

第一日若只飲去一半，應餘

$$2\text{兩} + 14\text{兩} = 16\text{兩} = 1\text{斤}$$

故原有酒 $1\text{斤} \times 2 = 2\text{斤}$

類題 雪梨一筐，甲取其一半又一個，乙取其餘之一半又一個，丙又取其餘之一半又一個，結果祇剩一個；若此筐雪梨共1元7角6分。問每個值多少？(廣東一女中)

問題 甲乙二地共駐防兵士2300人，如果甲地移駐150人至乙地，則兩地之兵士數恰相等，問甲乙兩地原來各駐防兵士若干人？

(江蘇會考)

解 移駐後兩地各有

$$2300\text{人} \div 2 = 1150\text{人}$$

$$\text{甲地原駐} \quad 1150\text{人} + 150\text{人} = 1300\text{人}$$

$$\text{乙地原駐} \quad 1150\text{人} - 150\text{人} = 1000\text{人}$$

要點 本題亦可用和差法解。但既知總數，又有相等關係，照上法，先求相等時之各地人數，再行還原，較為簡便。

類題 甲乙二人共有國幣120元，若甲分18元與乙，則兩人所有適相等，求二人原來各有多少元？

問題 大小二數之和爲 20, 差爲 10, 求二數。

(山東會考)

解 大數是 $(20+10) \div 2$

$$= 30 \div 2 = 15$$

小數是 $(20-10) \div 2$

$$= 10 \div 2 = 5$$

要點 和 + 差 = 大數 + 小數 + 差

$$= \text{大數} + (\text{小數} + \text{差})$$

$$= \text{大數} + \text{大數}$$

和 - 差 = 小數 + 大數 - 差

$$= \text{小數} + (\text{大數} - \text{差})$$

$$= \text{小數} + \text{小數}$$

公式: $(\text{和} + \text{差}) \div 2 = \text{大數}$

$$(\text{和} - \text{差}) \div 2 = \text{小數}$$

問題 甲乙二商人共有國幣 5000 元, 年終結帳, 兩人都虧本, 共計還餘資本 3648 元。已知甲比乙多虧本 254 元, 求各虧本多少?

解 兩人共虧本

$$5000 \text{元} - 3648 \text{元} = 1352 \text{元}$$

甲虧本 $(1352 \text{元} + 254 \text{元}) \div 2$

$$= 1606 \text{元} \div 2 = 803 \text{元}$$

乙虧本 $(1352 \text{元} - 254 \text{元}) \div 2$

$$= 1098 \text{元} \div 2 = 549 \text{元}$$

或 $803 \text{元} - 254 \text{元} = 549 \text{元}$

類題 兄弟二人一同到外埠去投考, 共帶國幣 60 元, 回去結算, 用剩 6 元, 中間兄比弟多用 4 元。求各用多少?

暗示: 先求用去國幣的和。

問題 甲乙二人，自同地同時出發，若相背而行，則5分鐘後相隔85步，若同向而行，則3分鐘後相隔15步，求甲乙每分鐘速度。

(山西一中)

解 兩人每分鐘共行 $85 \div 5 = 17$ 步
 兩人每分鐘相差 $15 \div 3 = 5$ 步
 故一人每分速 $(17+5) \div 2 = 11$ (步)
 又一人每分速 $(17-5) \div 2 = 6$ (步)

類題 某人買羊兩隻，豬一口，共出銀16元4角，但兩羊之價比一豬多8角，問一羊一豬之價各若干元？ (山西會考)

暗示：兩羊為大數；一豬為小數。

問題 兄3年前之歲數與弟7年後之歲數相等，又知4年後兄弟歲數之和恰為40歲，問二人現年各幾何？ (濟南中學)

解 兄3年前之歲數與弟7年後相等，
 可知二人相差 $3+7=10$ (歲)；
 4年後二人之和為40歲，
 可知現在二人之和為
 $40-4 \times 2 = 32$ (歲)。

故兄年 $(32+10) \div 2 = 21$ (歲)

弟年 $(32-10) \div 2 = 11$ (歲)

類題 有甲乙兩錶，共值42元，又有銀鏈一條，繫在甲錶上，共值27元，繫在乙錶上，共值21元。求兩錶之價。

暗示：先求兩錶價值之差。

問題 大小兩數之差是 8, 大數的 7 倍, 加上小數, 是 128, 求大小兩數各多少?

解 小數加差等於大數,

128 中有 7 個大數, 1 個小數, 再加上 8, 則成爲 8 個大數。

由是大數之 8 倍爲 $128 + 8 = 136$

故大數爲 $136 \div 8 = 17$

小數爲 $17 - 8 = 9$

要點 普通和差問題中之和, 係一大數一小數之和, 故和加差爲大數之二倍; 本題中之 128, 係七大數一小數之和, 故加差後爲八大數之和。

類題 大小兩數相差 6, 8 倍大數加 2 倍小數是 168。求兩數各是多少。

問題 一牛和一馬從相隔 135 里的兩地對面走來, 馬走 5 時牛走 7 時而相遇。馬每時比牛多走 3 里, 問牛馬每時各走多少里?

(徐州女師)

解 如果馬的速度和牛相同, 那末還

相距 $3 \text{ 里} \times 5 = 15 \text{ 里}$

即共行 $135 \text{ 里} - 15 \text{ 里} = 120 \text{ 里}$

120 里單叫牛走, 要 $5 \text{ 時} + 7 \text{ 時} = 12 \text{ 時}$

故牛每時走 $120 \text{ 里} \div 12 = 10 \text{ 里}$

馬每時走 $10 \text{ 里} + 3 \text{ 里} = 13 \text{ 里}$

類題 甲乙二人從相隔 210 丈的兩地相對而行, 相遇時, 計甲行 6 分鐘乙行 10 分鐘。已知甲每分鐘比乙多走 3 丈。求二人每分鐘的速度。

問題 水程 156 里，舟人順流划行，13 小時可到，逆流 26 小時可到，問水流速度與划行速度各若干？ (廣州會考)

解 順流每時行 $156 \text{里} \div 13 = 12 \text{里}$
逆流每時行 $156 \text{里} \div 26 = 6 \text{里}$
水流速 $(12 \text{里} - 6 \text{里}) \div 2 = 3 \text{里}$
划行速 $(12 \text{里} + 6 \text{里}) \div 2 = 9 \text{里}$

要點 順流速 = 划行速 + 水流速

逆流速 = 划行速 - 水流速

故 (順流速 + 逆流速) $\div 2$ = 划行速

(順流速 - 逆流速) $\div 2$ = 水流速

類題 水程 120 里，舟人順流划行，10 小時可到；若逆流則 20 小時可到。問水流速度與划行速度各若干？

(廣州會考)(浙江會考)

問題 沿河有上下二市，相距 48 里，一船往返於兩市間，已知舟子操舟速度為每時 8 里，水流速度為每時 4 里。求往返一次所需之時間。

解 逆流每時行 $8 \text{里} - 4 \text{里} = 4 \text{里}$
順流每時行 $8 \text{里} + 4 \text{里} = 12 \text{里}$
逆流須行 $48 \div 4 = 12 \text{(時)}$
順流須行 $48 \div 12 = 4 \text{(時)}$
共需 $12 \text{時} + 4 \text{時} = 16 \text{時}$

類題 沿河有上下二市，相距 84 里，一船往返於兩市間，往時順流，費 6 小時。已知水流之速每時 1 里。求此舟逆水回來時所需之時間。

問題 甲乙兩船舟子的速力，甲每分 45 丈，乙每分 51 丈，現在甲由下流，乙由上流，相向而行，經 9 分鐘相遇，但知相遇之處離中點 243 丈。求水流之速。

解 甲每分所行路爲 45 丈－水速

乙每分所行路爲 51 丈＋水速

兩舟相向而行，共行

$$45 \text{ 丈} + 51 \text{ 丈} = 96 \text{ 丈}$$

兩地相距 $96 \text{ 丈} \times 9 = 864 \text{ 丈}$

甲共行 $864 \text{ 丈} \div 2 - 243 \text{ 丈} = 189 \text{ 丈}$

甲每分行 $189 \text{ 丈} \div 9 = 21 \text{ 丈}$

故水速 $45 \text{ 丈} - 21 \text{ 丈} = 24 \text{ 丈}$

要點 兩舟相向而行，水力抵消，其速度之和即等於靜水中速度之和。

問題 甲乙二船在靜水中，甲每時行 48 里，乙每時行 32 里。今自相距 240 里之兩地同時相向開行，甲順流，乙逆流，途中相遇後，甲更歷 1 小時而抵乙出發之處。求水流之速度。

解 兩船每分鐘共行

$$48 \text{ 里} + 32 \text{ 里} = 80 \text{ 里}$$

自開行到相遇要 $240 \div 80 = 3 \text{ (時)}$

甲行全程計 $3 \text{ 時} + 1 \text{ 時} = 4 \text{ 時}$

每時行 $240 \text{ 里} \div 4 = 60 \text{ 里}$

水流速 $60 \text{ 里} - 48 \text{ 里} = 12 \text{ 里}$

類題 承上題，乙船遇甲船後再過幾小時始抵甲出發之處？

問題 雞兔共 15 頭，共 42 隻腳。求雞兔各幾頭？
(嘉興中學)

解 如果把雞也算做有四隻腳的，那末

共有腳 $4 \text{隻} \times 15 = 60 \text{隻}$

比題中多 $60 \text{隻} - 42 \text{隻} = 18 \text{隻}$

這是因為每隻雞多算 2 隻腳的緣故。

每隻雞多算 2 隻腳，結果多出 18 隻腳，

可知有雞 $18 \div 2 = 9 \text{(隻)}$

兔 $15 - 9 = 6 \text{(隻)}$

要點 這是雞兔問題的第一種形式，演算公式如下：

$$(4 \times \text{頭數} - \text{足數}) \div (4 - 2) = \text{雞}$$

$$(\text{足數} - 2 \times \text{頭數}) \div (4 - 2) = \text{兔}$$

式中的 4 是一隻兔子的足數，2 是一隻雞的足數。如果換了別種東西，並不是 4 隻腳和 2 隻腳的，當隨題變換。

類題 1. 龜鶴同籠，共頭 80 個，足 240 隻，問龜鶴各若干？
(廣州會考)

2. 5 元同 10 元鈔票共 24 張，值 160 元。問各有幾張？
(廣西會考)

3. 一旅客，晴天每日走 11.48 公里，雨天每日走 9.68 公里。計 15 日中共走 165 公里，求 15 日中有雨天幾日？

4. 大和尚小和尚共 100 人，合吃 100 個饅頭，大和尚每人吃 4 個饅頭，小和尚 4 人合吃一個饅頭。問大和尚小和尚各有幾人？

問題 雞兔共籠，頭共 30，其足之差為 48，求兔數及雞數。(無錫師範)

解 本題當分兩種情形討論：

1. 雞的足數多於兔，

2. 兔的足數多於雞。

1. 設雞的足數多於兔：

如果 30 隻都是雞，那末雞有足 $2 \times 30 = 60$ ，兔有足 0，雙方相差 60。以 1 兔換 1 雞，兔的方面增足 4，雞的方面減足 2，即足數的差可減少 $4 + 2 = 6$ 。

由 $60 - 48 = 12$ ，

知足數的差當減少 12，

故當調換 $12 \div 6 = 2$ (次)，

即有兔 2 隻，雞 28 隻。

2. 設兔的足數多於雞：

如果 30 隻都是兔，則兔有足 $4 \times 30 = 120$ ，雞有足 0，雙方相差 120。比題中的差數多 $120 - 48 = 72$ ，

以 1 雞換 1 兔，差數可減少 6，

由 $72 \div 6 = 12$ ，

知有雞 12 隻，兔 18 隻。

要點 這是雞兔問題的第二種形式，演算公式如下：

$(2 \times \text{頭數} - \text{足差}) \div (4 + 2) = \text{兔}$

$(4 \times \text{頭數} - \text{足差}) \div (4 + 2) = \text{雞}$

類題 5 分輔幣和 1 角輔幣共 30 個，價值相差 6 角，求兩種輔幣各有幾個。