

名牌大学学科营与 自主招生考试绿卡

物理真题篇

王文涛 黄 晶 编著 程稼夫 审校



中国科学技术大学出版社

名牌大学学科营与 自主招生考试绿卡

物理真题篇

王文涛 黄晶 编著 程稼夫 审校



中国科学技术大学出版社

内 容 简 介

本书为准备参加名牌大学学科营与自主招生笔试的优秀高中生量身定制,囊括了2003—2014年北京大学、清华大学、中国科学技术大学、浙江大学、南京大学、复旦大学、上海交通大学、同济大学、南开大学等全国著名高校学科营与自主招生考试物理真题,并配有详细的解答与分析.通过研读本书,读者可以深入细致地了解各高校在选拔人才时物理学科的命题方向 and 特点,同时兼顾高考复习,一举两得.

图书在版编目(CIP)数据

名牌大学学科营与自主招生考试绿卡·物理真题篇/王文涛,黄晶编著. —合肥:中国科学技术大学出版社,2014. 11

ISBN 978-7-312-03604-0

I. 名… II. ①王…②黄… III. 中学物理课—高中—习题集—升学参考资料 IV. G634

中国版本图书馆 CIP 数据核字(2014)第 226781 号

出版 中国科学技术大学出版社
安徽省合肥市金寨路 96 号,230026
<http://press.ustc.edu.cn>
<http://shop109383220.taobao.com>
印刷 安徽省瑞隆印务有限公司
发行 中国科学技术大学出版社
经销 全国新华书店
开本 787 mm×1092 mm 1/16
印张 20.25
字数 493 千
版次 2014 年 11 月第 1 版
印次 2014 年 11 月第 1 次印刷
印数 1—3000 册
定价 45.00 元

序 言

这些年在与广大中学生打交道的过程中,我深刻地感受到,他们多么渴望能读到适合他们研读的图书.因此,我曾在我编著的《中学奥林匹克竞赛物理教程·力学篇》(第2版)和《中学奥林匹克竞赛物理教程·电磁学篇》(第2版)的序言中呼吁更多大学教授和中学一线教师能分出一点点时间,为中学生写精品图书.

这个暑假我读到由王文涛、黄晶两位青年教师撰写的这本《名牌大学学科营与自主招生考试绿卡·物理真题篇》,眼前一亮,甚感欣慰.在自主招生刚实施的前几年,大家对自主招生考试命题的特点、难度和规律把握得还不够,所以出版的大多数辅导书并未切中肯綮,达不到读者的预期.本书作者对各重点高校历年的自主招生试题和保送生考试题进行了全面的搜集整理和深入、细致的分析,使得本书具有突出的系统性、指导性和针对性.其解析思路清晰,语言凝练,值得推荐.

初读本书,见其排版规范,插图清晰,公式醒目;再细读之,觉其概念准确,理论扎实,分析到位,一字一句都凝聚着两位作者的智慧和心血.我从中看到了青年教师的专业素质和钻研精神.希望本书的出版能激发中学生对物理学习的热爱,同时祝愿广大学子考上理想的大学!

是为序.

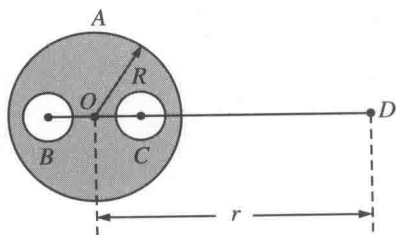
程稼夫

2014年8月29日
于中国科学技术大学

前言

自主招生是中国高等教育招生改革扩大高校自主权的重要措施,高校通过自主考试选拔具有超常的创新和实践能力的应届高中毕业生.一年一度的高校自主招生选拔又将拉开序幕,全国八十余所重点高校已经加入招生改革试点的阵营.展望未来,大学招生采用高考加自主招生的模式是大势所趋.正因为如此,自主招生考试对高中物理教师,特别是高三物理教师带来了冲击,自然成了一线物理教师争相研究的热点、成了高三物理教师的一种责任和追求.

自主招生试题的定位介于高考和竞赛之间,将大学普通物理、高中物理竞赛和高中课本有机融合,其分析推理过程、数学工具运用都与高考试题有较大区别,部分试题的难度达到了全国物理竞赛复赛的程度.举个例子.在半径为 R 的金属球 A 内,有两个球形空腔,金属球整体不带电,在两空腔中心各放置一点电荷 B 和 C ,所带电荷量分别为 q_B 和 q_C .在金属球 A 之外离球心 O 为 r 处放置另一点电荷 D ,电荷量为 q_D ,已知 r 远大于金属球 A 的半径.请解答下列问题:



- (1) 写出库仑定律的数学表达式;
- (2) 写出点电荷 D 所受静电力大小的表达式;
- (3) 求出点电荷 B 和 C 所受的静电力.

这是 2011 年中国科学技术大学保送生考试题,考查镜像电荷等知识

点,没有经过自主招生系统训练的考生会觉得无从下手.

那么自主招生考试到底考什么?考多难?该如何备考?这些年在与中学生打交道的过程中,我深刻地认识到,他们多么渴望能有一本针对性强的备考用书啊.笔者从2004年起就一直关注大学自主招生考试,十年下来,积攒了各高校自主招生、保送生考试、物理学科营试题共48套,利用两年的时间整理并做出详细的解答.在本书编写过程中,中国科学技术大学的程稼夫教授对全书做了细致的校阅.在此,本人对程老师致以深深的谢意!由于作者的水平有限,本书中对试题的解答也一定存在着诸多不足,诚请各位读者批评指正,如有建议,请发至 wangwt168@sina.com.cn,本人将不胜感激.

最后,希望本书能帮您找准自主招生备考方向,赢得心仪大学绿卡.

编者

2014年9月于北国春城

目 次

序言	(i)
前言	(iii)

第一部分 学科营系列

2014 年北京大学学科营试题解析	(2)
2013 年北京大学夏令营试题解析	(11)
2013 年清华大学夏令营试题解析	(16)
2014 年南京大学强化班招生试题解析	(22)
2013 年南京大学强化班招生试题解析	(30)
2010 年南京大学强化班招生试题解析	(36)
2009 年上海交大冬令营试题解析	(42)
2008 年上海交大冬令营试题解析	(53)
2007 年上海交大冬令营试题解析	(62)
2006 年上海交大冬令营试题解析	(70)
2003 年上海交大冬令营试题解析	(78)

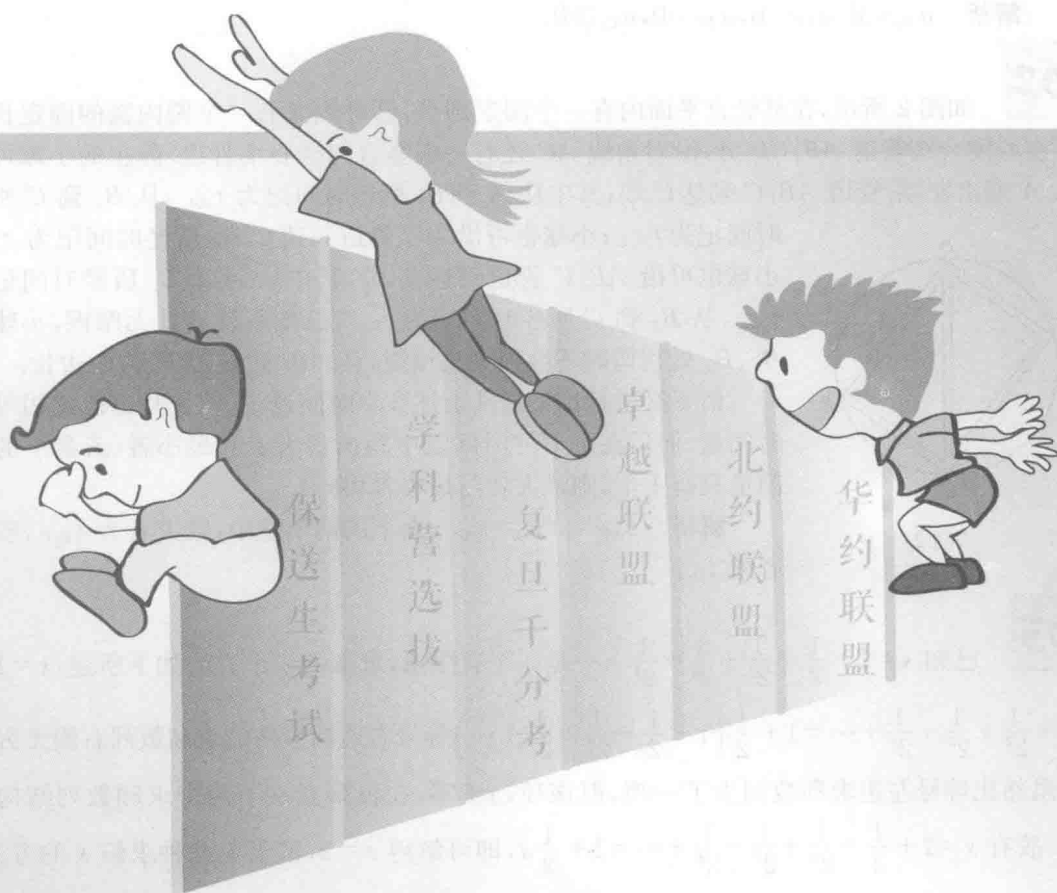
第二部分 自主招生系列

2014 年“华约”自主招生试题解析	(86)
2013 年“华约”自主招生试题解析	(91)
2013 年清华大学保送生考试试题解析	(96)
2012 年“华约”自主招生试题解析	(102)
2012 年清华大学保送生考试试题解析	(109)
2011 年“华约”自主招生样题解析	(116)
2011 年“华约”自主招生试题解析	(120)
2010 年“华约”自主招生样题解析	(126)

2010 年“华约”自主招生试题解析	(132)
2014 年“北约”自主招生试题解析	(140)
2013 年“北约”自主招生试题解析	(147)
2013 年北京大学保送生考试试题解析	(155)
2012 年“北约”自主招生试题解析	(165)
2012 年北京大学保送生考试试题解析	(172)
2011 年“北约”自主招生试题解析	(178)
2011 年北京大学保送生考试试题解析	(184)
2010 年“北约”自主招生试题解析	(190)
2009 年北京大学自主招生试题解析	(195)
2008 年北京大学自主招生试题解析	(200)
2007 年北京大学自主招生试题解析	(205)
2006 年北京大学自主招生试题解析	(209)
2014 年“卓越”自主招生试题解析	(214)
2013 年“卓越”自主招生试题解析	(222)
2012 年“卓越”自主招生试题解析	(231)
2011 年“卓越”自主招生试题解析	(239)
2014 年复旦大学千分考试试题解析	(249)
2013 年复旦大学千分考试试题解析	(255)
2012 年复旦大学千分考试试题解析	(262)
2011 年复旦大学千分考试试题解析	(268)
2010 年复旦大学千分考试试题解析	(274)
2009 年复旦大学千分考试试题解析	(279)
2008 年复旦大学千分考试试题解析	(284)
2007 年复旦大学千分考试试题解析	(290)
2006 年复旦大学千分考试试题解析	(296)
2011 年中科大保送生考试试题解析	(300)
2009 年浙江大学自主招生试题解析	(304)
2008 年浙江大学自主招生试题解析	(309)

2010年普通高等学校招生全国统一考试

第一部分 学科营系列



2014 年北京大学学科营试题解析

简答题.

01

如图 1 所示,三个带电质点分别位于 Oxy 平面的 x 轴和 y 轴上, A 带正电, B 带负电, C 带正电,它们的电荷量均属未知,设 A 、 B 、 C 只受到它们之间库仑力的作用.将 A 、 B 、 C 同时从静止自由释放后瞬间,它们各自加速度的 x 、 y 方向分量分别记为 a_{Ax} 、 a_{Bx} 、 a_{Cx} 和 a_{Ay} 、 a_{By} 、 a_{Cy} .这些分量都带有正负号,例如倘若 a_{Ax} 取正(即 $a_{Ax} > 0$),则表示 A 的加速度沿 x 方向分量与 x 轴正方向一致.请不必进行论证地直接写出这 6 个分量中,哪些分量的正负号可以判定.

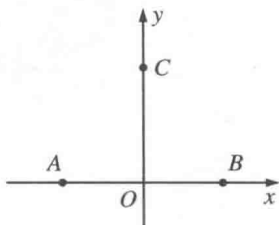


图 1

解析 $a_{Ay} < 0$, $a_{Bx} < 0$, $a_{By} > 0$, $a_{Cx} > 0$.

02

如图 2 所示,在某竖直平面内有一个固定圆环,圆环内又有一个圆内接的固定长方形.静止的小球可以从 A 端出发,沿管道 AB_1C 到达 C 端,其中从 A 到 B_1 所经时间记为 t_{AB_1} ,从 B_1 到 C 所经时间记为 t_{B_1C} ;小球也可沿 AC 管道到达 C 端,所经时间记为 t_{AC} ;小球也可沿 AB_2C 管道到达 C 端,其中从 A 到 B_2 所经时间记为 t_{AB_2} ,从 B_2 到 C 所经时间记为 t_{B_2C} .已知系统处处无摩擦,小球在 B_1 、 B_2 处拐弯时不会损失机械能,且 AB_1 边长短于 B_1C 边长.

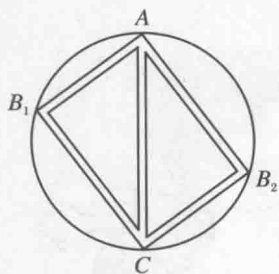


图 2

请不必进行论证地从上述 5 个时间量中,首先写出彼此相等的时间量,而后在余下的时间量中写出最大者和最小者(若余下的时间量只有 1 个,则最大者与最小者相同).

解析 $t_{AB_1} = t_{AC} = t_{AB_2}$.余下的两个量中,较大者为 t_{B_1C} ,较小者为 t_{B_2C} .

03

已知 $s = 1 + \frac{1}{2} + \frac{1}{2^2} + \frac{1}{2^3} + \frac{1}{2^4} + \dots$ 是一个有限量,求解的一个方法如下所述: $s = 1 + \frac{1}{2} + \frac{1}{2^2} + \frac{1}{2^3} + \frac{1}{2^4} + \dots = 1 + \frac{1}{2} \left(1 + \frac{1}{2} + \frac{1}{2^2} + \frac{1}{2^3} + \dots \right)$ 等号右边括号内的求和数列右侧无穷远处虽然比等号左边求和数列少了一项,但该项趋于零,在极限意义下两个求和数列结构相同,故有 $s = 1 + \frac{1}{2} + \frac{1}{2^2} + \frac{1}{2^3} + \frac{1}{2^4} + \dots = 1 + \frac{1}{2}s$,即可解得 $s = 2$.请借鉴此种求解 s 的方法,

解答下述两小问.

(1) 无限梯形电阻网络如图 3 所示, 试求 A 、 B 间等效电阻, 并参考上文, 写出求解过程.

(2) 无限梯形电阻网络如图 4 所示, 试求 A 、 B 间等效电阻, 并参考上文, 写出求解过程.

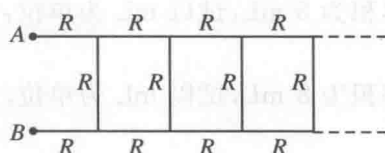


图 3

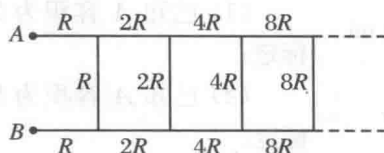


图 4

解析 (1) 图 3 所示的电路图可等效为图 5 所示的电路图, 其中 $R_{A'B'} = R_{AB}$. 则有

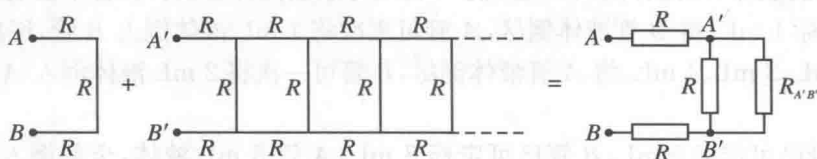


图 5

$$R_{AB} = 2R + \frac{R \cdot R_{A'B'}}{R + R_{A'B'}}$$

解得

$$R_{AB} = (1 + \sqrt{3})R.$$

(2) 图 5 所示的电路图可等效为图 6 所示的电路图, 其中 $R_{A'B'} = 2R_{AB}$. 则有

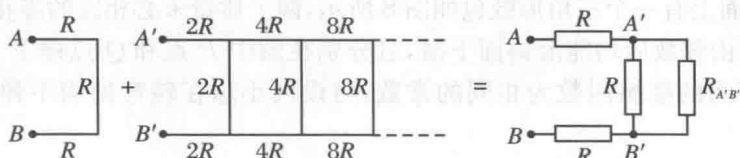


图 6

$$R_{AB} = 2R + \frac{R \cdot R_{A'B'}}{R + R_{A'B'}}$$

解得

$$R_{AB} = \frac{5 + \sqrt{41}}{4}R.$$

04

如图 7 所示的均匀直试管的侧壁上已经定标. 所谓试管已装满液体, 意即内盛的液体刚好达到标识线 PQ , 便称 5 mL (5 毫升) 为该试管的有效容积, 或简称为容积.

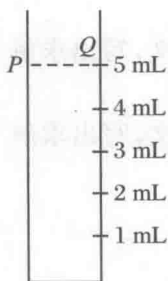


图 7

今有尚未定标的均匀直试管 A 和 B, 另有足量的备用液体以及可为 A、B 灌液体的简便装置(灌液器), 但装置上没有量化标识. 需要时可以将液体灌入 A 或 B 内, A(或 B)管内的液体也可部分或全部倒入 B(或 A)管内, 也可以倒回灌液器. 此外还为你提供一支可在试管壁上刻划标识线的手用尖笔.

(1) 已知 A 容积为 3 mL, B 容积为 5 mL, 试以 mL 为单位, 为 A、B 标定;

(2) 已知 A 容积为 5 mL, B 容积为 8 mL, 试以 mL 为单位, 为 A、B 标定.

解答时, 必须简单写出关键性操作.

解析 (1) A 管已可定标 3 mL, B 管已可定标 5 mL; A 管先装满液体, 再全部倒入 B 管; A 管又装满液体, 再部分倒入 B 管, 使 B 管刚好装满液体; 此时 A 管中留有液体 1 mL, 可为 A 管定标 1 mL; 将 B 管液体倒尽, A 管可累次将 1 mL 液体倒入 B 管, 逐次为 B 管定标 1 mL、2 mL、3 mL、4 mL; 将 A 管液体倒尽, B 管可一次将 2 mL 液体倒入 A 管, 为 A 管定标 2 mL.

(2) A 管已可定标 5 mL, B 管已可定标 8 mL; A 管 5 mL 液体, 全部倒入 B 管; A 管 5 mL 液体, 再部分倒入 B 管, 使 B 管刚好装满液体; 此时 A 管中有 2 mL 液体, 可为 A 管定标 2 mL; 用 A 管每次将 2 mL 液体注入全空 B 管, 共三次, 共注入 6 mL 液体, B 管再将 6 mL 液体逐渐注入全空 A 管, 使 A 管刚好被装满; 此时 B 管中留有 1 mL 液体, 可为 B 管定标 1 mL; 继而参考第(1)问中的解答, 完成 A、B 管全部需补充的定标.

计算题.

05

水平地面上有一个三角形鼓包如图 8 所示, 两个质量未必相同的静止小物块同时从鼓包顶端两侧自由释放后均能沿斜面下滑, 且分别在图中 P 点和 Q 点停下. 设两个小物块与斜面 and 水平面间的摩擦因数为相同的常数, 再设两小球在转弯处均不弹起且不损耗机械能.

(1) 试问图中的四个长度量 l_1 、 l'_1 、 l'_2 、 l_2 之间满足什么样的关系?

(2) 将左侧物块运动到 P 点和右侧物块运动到 Q 点所经历时间分别记为 t_1 和 t_2 , 将摩擦因数记为 μ , 试求比值 $\gamma = t_1/t_2$, 答案可用图中角参量 θ_1 、 θ_2 和参量 μ 表述, 不可含有参量 l_1 、 l'_1 、 l'_2 和 l_2 .

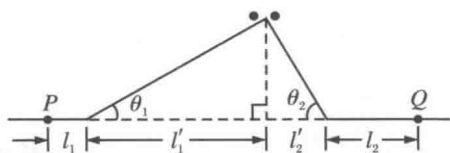


图 8

(3) 取 $\mu = 1/(2\sqrt{3})$, $\theta_1 = 30^\circ$, $\theta_2 = 60^\circ$, 计算 γ 值.

解析 (1) 设左、右两个小物块质量分别为 m_1 、 m_2 , 根据功能关系, 有

$$m_1 g l'_1 \tan \theta_1 = \mu m_1 g \cos \theta_1 \cdot \frac{l'_1}{\cos \theta_1} + \mu m_1 g l_1, \quad (1)$$

$$m_1 g l'_2 \tan \theta_2 = \mu m_2 g \cos \theta_2 \cdot \frac{l'_2}{\cos \theta_2} + \mu m_2 g l_2. \quad (2)$$

根据几何关系,有

$$l'_1 \tan \theta_1 = l'_2 \tan \theta_2. \quad (3)$$

联立式①~③,得

$$l_1 + l'_1 = l_2 + l'_2.$$

(2) 设鼓包顶端距地面高度为 h , 左侧物块到斜面底部时速度为 v_{10} , 根据动能定理, 有

$$m_1 g h - \mu m_1 g \cos \theta_1 \cdot \frac{h}{\sin \theta_1} = \frac{1}{2} m_1 v_{10}^2,$$

解得

$$v_{10} = \sqrt{2gh(1 - \mu \cot \theta_1)}.$$

从顶端到达 P 点所经历的时间为

$$t_1 = \frac{v_{10}}{g(\sin \theta_1 - \mu \cos \theta_1)} + \frac{v_{10}}{\mu g} = \sqrt{\frac{2h}{g}} \left[\frac{1}{\sin \theta_1 \sqrt{1 - \mu \cot \theta_1}} + \frac{\sqrt{1 - \mu \cot \theta_1}}{\mu} \right].$$

同理可得

$$t_2 = \sqrt{\frac{2h}{g}} \left[\frac{1}{\sin \theta_2 \sqrt{1 - \mu \cot \theta_2}} + \frac{\sqrt{1 - \mu \cot \theta_2}}{\mu} \right].$$

所以,有

$$\gamma = \frac{t_1}{t_2} = \frac{\frac{1}{\sin \theta_1 \sqrt{1 - \mu \cot \theta_1}} + \frac{\sqrt{1 - \mu \cot \theta_1}}{\mu}}{\frac{1}{\sin \theta_2 \sqrt{1 - \mu \cot \theta_2}} + \frac{\sqrt{1 - \mu \cot \theta_2}}{\mu}}. \quad (4)$$

(3) 将 $\mu = 1/(2\sqrt{3})$, $\theta_1 = 30^\circ$, $\theta_2 = 60^\circ$ 代入式④, 可得

$$\gamma = \frac{2\sqrt{2} + \sqrt{6}}{2\sqrt{2} + \sqrt{10}} = 1.19.$$

06

如图 9 所示, 半径为 R 、折射率为 $n > 1$ 的透明琥珀球内, 小虫 P 嵌在直径 AOB 中, 靠近 B 端, 与球心 O 相距 r . 琥珀球放在空气中, 空气折射率 $n_0 = 1.0$. 取 $r = R/\sqrt{n}$, 设 P 是一个点光源, 只考虑从 P 射出的光线直接从球面出射的光学效果, 试求从琥珀球的两侧可观看到的球面上被照亮的区域面积之和 S . 数学参考公式: 图 10 所示的球冠(不含底圆面)的面积为 $S = 2\pi Rh$.

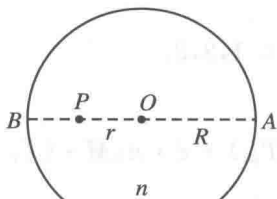


图 9

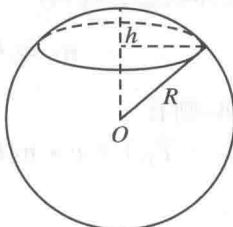


图 10

解析 如图 11 所示, P 点发出的一对正、反向光线在球面上发生全反射的临界角 α 与折射率 n 的关系为

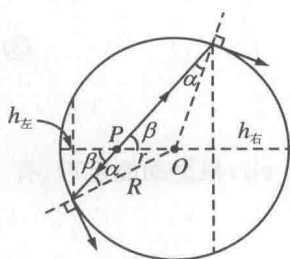


图 11

根据正弦定理, 有

$$\sin \alpha = \frac{1}{n}.$$

$$\frac{\sin \beta}{R} = \frac{\sin \alpha}{r}.$$

则

$$\sin \beta = \frac{R}{r} \sin \alpha = \frac{1}{\sqrt{n}}.$$

对右侧区域, 此时 $h_{\text{右}}$ 的计算式为

$$h_{\text{右}} = R - R \cos(\alpha + \beta) = R[1 - (\cos \alpha \cos \beta - \sin \alpha \sin \beta)].$$

对左侧区域, 此时 $h_{\text{左}}$ 的计算式为

$$h_{\text{左}} = R - R \cos(\beta - \alpha) = R[1 - (\cos \beta \cos \alpha + \sin \beta \sin \alpha)].$$

球面被照亮的面积为

$$\begin{aligned} S &= 2\pi R h_{\text{右}} + 2\pi R h_{\text{左}} = 4\pi R^2 (1 - \cos \alpha \cos \beta) \\ &= 4\pi R^2 (1 - \sqrt{1 - \sin^2 \alpha} \sqrt{1 - \sin^2 \beta}) \\ &= 4\pi R^2 (1 - \frac{n-1}{n\sqrt{n}} \sqrt{n+1}) \end{aligned}$$

07

如图 12 所示的平面圆环是一个与外界绝热且自身封闭的 O 形盒的俯视截面图, 图中未能显示盒的厚度. 盒中有三片质量可忽略的可动隔板, 将 O 形盒的内部空间等分为体积同为 V_0 的三个互不连通的区域 1、2、3, 其内各装有比热为常量的同种理想气体, 初始温度和压强分别为 T_{10} 、 T_{20} 、 T_{30} 和 p_{10} 、 p_{20} 、 p_{30} . 而后因压强不均等且隔板导热, 使隔板各自绕 O 形盒中央轴无摩擦地转动, 设隔板最后停下.

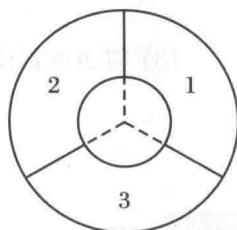


图 12

(1) 试求此时区域 1、2、3 各自的温度 T_1 、 T_2 、 T_3 和压强 p_1 、 p_2 、 p_3 ;

(2) 再设 $T_{10} : T_{20} : T_{30} = 1 : 2 : 3$, $p_{10} : p_{20} : p_{30} = 3 : 2 : 1$, 再求此时区域 1、2、3 各自的体积 V_1 、 V_2 、 V_3 , 答案中只能出现参量 V_0 .

解析 设气体的摩尔质量、比热分别为 M 、 c ; 区域 1、2、3 内的气体摩尔数分别为 n_1 、 n_2 、 n_3 ; 系统末态温度处处相同, 为 T_e ; 压强处处相等, 为 p_e .

(1) 根据理想气体状态方程, 有

$$n_i = \frac{p_{i0} V_0}{RT_{i0}}, \quad i = 1, 2, 3. \quad ①$$

由于系统与外界绝热, 则有

$$c \cdot n_1 M \cdot (T_e - T_{10}) + c \cdot n_2 M \cdot (T_e - T_{20}) + c \cdot n_3 M \cdot (T_e - T_{30}) = 0. \quad ②$$

联立式①和式②,得

$$T_1 = T_2 = T_3 = T_e = \frac{p_{10} + p_{20} + p_{30}}{p_{10}/T_{10} + p_{20}/T_{20} + p_{30}/T_{30}}. \quad (3)$$

又有

$$p_e \cdot 3V_0 = (n_1 + n_2 + n_3)RT_e = \left(\frac{p_{10}}{T_{10}} + \frac{p_{20}}{T_{20}} + \frac{p_{30}}{T_{30}} \right) \frac{V_0}{R} RT_e. \quad (4)$$

联立式③和式④,得

$$p_e = \frac{1}{3}(p_{10} + p_{20} + p_{30}).$$

(2) 根据理想气体状态方程,有

$$V_i = \frac{n_i RT_e}{p_e}, \quad i = 1, 2, 3.$$

则

$$V_1 : V_2 : V_3 = n_1 : n_2 : n_3 = \frac{p_{10}}{T_{10}} : \frac{p_{20}}{T_{20}} : \frac{p_{30}}{T_{30}}.$$

由 $T_{10} : T_{20} : T_{30} = 1 : 2 : 3$, $p_{10} : p_{20} : p_{30} = 3 : 2 : 1$, 得

$$V_1 : V_2 : V_3 = 9 : 3 : 1.$$

因 $V_1 + V_2 + V_3 = 3V_0$, 所以

$$V_1 = \frac{27}{13}V_0, \quad V_2 = \frac{9}{13}V_0, \quad V_3 = \frac{3}{13}V_0.$$

08

互相垂直的匀强电场 E 与匀强磁场 B 的方向如图 13 所示. 比荷为 γ 的带正电粒子, 在图中场区 a 处速度方向与 B 垂直, 与电场线成 30° 角. 经过一定时间到达图中 b 处时, 速度大小第一次增为 a 处速度大小的 $\sqrt{2}$ 倍, 速度方向第一次与电场线成 60° 角. 不考虑重力, 试求:

(1) 粒子在而后的运动过程中, 速度方向与电场线方向垂直时的速度大小;

(2) 粒子在而后的运动过程中, 速度方向与电场线方向平行时的速度大小;

(3) a 、 b 之间的距离.

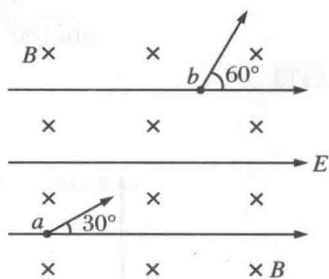


图 13

解析 粒子在电场力和洛伦兹力的作用下做的是摆线运动, 这里应用速度的非正交分解法将摆线运动分解为匀速直线运动和匀速圆周运动进行研究.

如图 14 所示, 将粒子的速度 v_a 分解为竖直向上的 v_1 和与电场线成 θ_1 角的 v_2 . v_1 产生的洛伦兹力和电场力平衡, 即 $qv_1B = qE$, 粒子参与一个速度为 $v_1 = E/B$ 的匀速直线运动; 另一部分速度 v_2 使得粒子参与一个逆时针方向上的匀速圆周运动. 同理, 如图 15 所示, 粒子的速度 v_b 也可分解为竖直向上的 v_1 和与电场线成 θ_2 角的 v_2 .

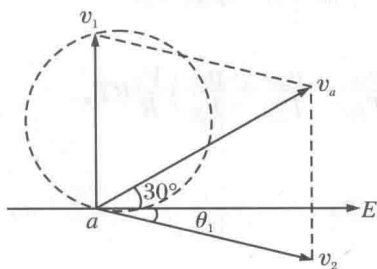


图 14

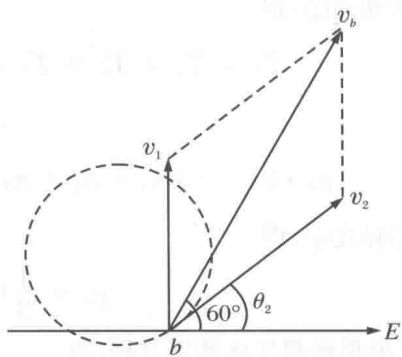


图 15

根据余弦定理,有

$$\cos 60^\circ = \frac{v_1^2 + v_a^2 - v_2^2}{2v_1 v_a}, \quad (1)$$

$$\cos 30^\circ = \frac{v_1^2 + v_b^2 - v_2^2}{2v_1 v_b}. \quad (2)$$

根据已知条件,有

$$v_b = \sqrt{2} v_a. \quad (3)$$

联立式①~③,得

$$v_a = (\sqrt{6} - 1)v_1, \quad v_b = (2\sqrt{3} - \sqrt{2})v_1, \quad v_2 = \sqrt{9 - 3\sqrt{6}}v_1.$$

根据正弦定理,有

$$\frac{v_1}{\sin(30^\circ + \theta_1)} = \frac{v_2}{\sin 60^\circ}, \quad \frac{v_1}{\sin(60^\circ - \theta_2)} = \frac{v_2}{\sin 30^\circ},$$

解得

$$\theta_1 = 12.37^\circ, \quad \theta_2 = 37.10^\circ.$$

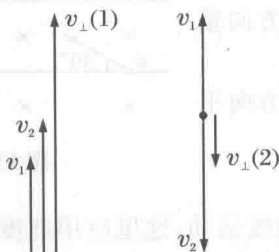


图 16

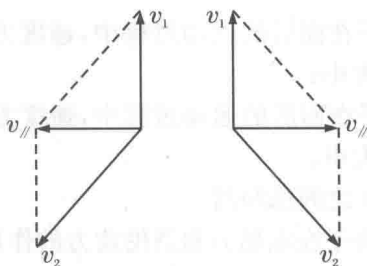


图 17

(1) 当粒子的速度方向与电场线方向垂直时,如图 16 所示,两个分速度 v_1 和 v_2 共线,则

$$v_{\perp}(1) = v_2 + v_1 = (\sqrt{9 - 3\sqrt{6}} + 1)v_1 = 2.29 \frac{E}{B},$$

$$v_{\perp}(2) = v_2 - v_1 = (\sqrt{9 - 3\sqrt{6}} - 1)v_1 = 0.29 \frac{E}{B}.$$

(2) 当粒子的速度与电场线方向平行时,如图 17 所示,则

$$v_{//} = \sqrt{v_2^2 - v_1^2} = \sqrt{8 - 3\sqrt{6}} v_1 = \sqrt{8 - 3\sqrt{6}} \frac{E}{B} = 0.81 \frac{E}{B}.$$

(3) 如图 18 所示,粒子做匀速圆周运动的周期和半径分别为

$$T = \frac{2\pi m}{qB} = \frac{2\pi}{\gamma B}, \quad R = \frac{mv_2}{qB} = \frac{\sqrt{9 - 3\sqrt{6}} m v_1}{qB} = \sqrt{9 - 3\sqrt{6}} \frac{E}{\gamma B^2}.$$

粒子由 a 运动到 b 时速度 v_2 的偏转角为

$$\theta = \theta_1 + \theta_2 = 49.47^\circ.$$

此过程的时间为

$$t = \frac{\theta}{360^\circ} T = \frac{0.863}{\gamma B}.$$

粒子沿 y 轴方向的位移由匀速直线运动的位移和匀速圆周运动的位移在 y 轴方向上的分量两部分构成. 匀速直线运动的位移为

$$y_1 = v_1 t = 0.863 \frac{E}{\gamma B^2},$$

匀速圆周运动的位移在 y 轴方向上的分量为

$$y_2 = R \cos \theta_1 - R \cos \theta_2 = 0.230 \frac{E}{\gamma B^2},$$

粒子沿 y 轴方向的位移为

$$y = y_1 + y_2 = 1.093 \frac{E}{\gamma B^2}.$$

粒子沿 x 轴方向的位移等于匀速圆周运动的位移在 x 轴方向上的分量,为

$$x = R \sin \theta_1 + R \sin \theta_2 = 1.05 \frac{E}{\gamma B^2}.$$

所以 a, b 间的距离为

$$ab = \sqrt{x^2 + y^2} = 1.52 \frac{E}{\gamma B^2}.$$

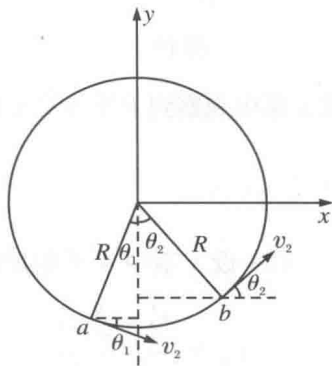


图 18

09

惯性系 s, s' 间的相对关系如图 19 所示, O, O' 重合时 $t = t' = 0$. s' 系中 $t' < 0$ 时, 静质量同为 m_0 的质点 A, B 分别静止在 x' 轴上 $x' = -l, x' = l$ 两处. $t' = 0$ 开始, A, B 在 s' 系中同时以恒定大小的加速度 a_0 朝着 O' 点做匀加速运动. s' 系中 A, B 在 O' 处相碰后成为一个大质点, 设碰撞过程中 A, B 构成的系统无任何形式的能量耗散. 已知 $v = 3c/5, a_0 = 9c^2/(50l)$.

(1) 试求大质点在 s 系中的质量 M .

(2) s 系中 A 开始加速时, B 与 A 相距多远? B 开始加速时, A 与 B 相距多远?

解析 (1) s' 系中 A, B 碰撞前瞬时速度均为

$$u'_c = \sqrt{2a_0 l} = \frac{3}{5} c.$$

此时 A, B 质量均为