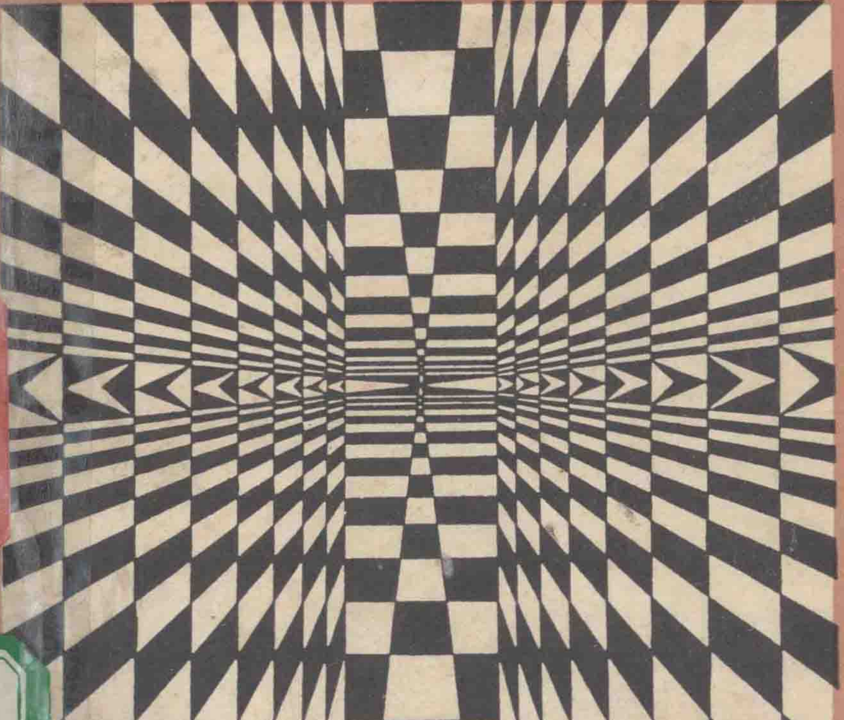
成人中专试用教材

数学 第一册

安徽省职工电视中等专业学校编 李祥伦主编

高等教育出版社



CHENGREN ZHONGZHUAN SHIYONG JIAOCAI

成人中专试用教材

数　学

第一册

安徽省职工电视中等专业学校编
李祥伦　主编

成人中专试用教材

数　　学

第　一　册

安徽省职工电视中等专业学校编

李祥伦　主编

*

高等教育出版社出版

新华书店上海发行所发行

商务印书馆上海印刷厂印装

*

开本 787×1092 1/32　印张 8.375　插页 1　字数 172,000

1987 年 5 月第 1 版　1987 年 5 月第 1 次印刷

印数 0,001—82,000

书号 13010·01393　　定价 1.10 元

出 版 说 明

近几年来，成人中等教育事业发展很快，广播电视中专、职工中专、函授中专等象雨后春笋般地建立起来，并继续发展壮大．为了保证成人中专的办学质量，满足各类成人中专对教材的要求，国家教育委员会成人教育司和高等教育出版社首先组织编写了成人中专财经类系列教材，由我社出版发行．

成人中专普通课教材两门：语文、数学（文、工科通用）．财经类系列教材二十二门：中国经济法制学（暂定）、国民经济计划学概论、计算机基础及其应用、财经计算技术、数理统计、会计原理、统计学原理、工业企业管理基础知识、商业企业管理基础知识、工业统计、商业统计、工业会计、商业会计、工业企业财务管理、商业企业财务管理、工业企业管理、商业企业经营管理、工业企业经济活动分析、商业企业经济活动分析、财政与信贷、市场学、商业物价等．供会计（工业、商业）、统计（工业、商业）和企业管理（工业、商业）等三个专业选用．

本系列教材在编写时，力求突出成人教育的特点，教材内容以实例引路，深入浅出，应用为主，并注意必要的内容更新，在深浅度上，相当于全日制中等专业学校同类教材的水平，适合初中毕业程度的成人学习．在编排格式上考虑到便于自学的要求，在序言中有学习方法指导或学时安排的内容，每章的前面有本章学习指导或内容提要，每章末有本章小结，并附有思考题和练习题．

为了保证教材质量，我们在全国各地遴选有丰富教学经验的教师担任编写工作，每本教材在定稿前都召开了编写提纲讨论会和审稿会，请全国各地的专家和有丰富教学经验的教师参加审定．在此我们向为这套教材做出贡献的同志表示衷心的感谢．

本系列教材自一九八六年秋季起陆续出版，三年内出齐，并陆续配套出版各门课程的学习辅导书，欢迎广大读者选用并提出宝贵意见．

前　言

本套《数学》教材是国家教育委员会成人教育司和高等教育出版社共同组织编写的成人中专通用教材之一，全书分为六册：基础数学(基础部分共三册)，微积分初步，线性代数与线性规划，概率与统计初步．安徽省经委、省职教委和省教委直接领导了本套教材的编审工作．

为了保证教材内容达到成人中专的基本要求，并使教学方法融汇于教材内容之中，便于成人自学，我们在编写过程中，作了以下几个方面的努力：

1．注意从实例引入概念，并以典型例题来巩固和验证所学理论；普遍采取解题前作指导性的思路分析，解题后作归纳性的方法注释，重要内容都作辅导性总结；每章之前给出了简要说明，使读者对这一章的内容和基本要求有一个初步了解；每章之后加以小结，使读者温故而知新；每段后附有练习题，每章后附有复习题，书末附有答案或提示．这样，读者在学习时，就象有一个无声的教师在进行辅导，帮助读者理解和巩固所学知识．

2．着力于教材内容的削枝强干，贯彻少而精原则，不贪多求全，不攀高求深，文字叙述力求通俗，普遍地注意到以成人易于接受和记忆的方式叙述一些重要结论．由于数学本身内容十分丰富，这样处理教材还是一种尝试，有待进一步提高．

3. 各部分基本内容，力求讲明它们的应用，并为读者应用所学知识解决实际问题提供思路、模型和方法. 因此，我们尽可能在不增大篇幅的前提下，兼顾了一般工科和财经类的一些最基本的应用问题.

4. 书中带有*号的内容和习题供工科各专业使用，财经类各专业学有余力的读者也可选用.

本套教材由安徽省职工电视中专李祥伦担任主编，聘请合肥工业大学潘麟生、周传瑞和安徽财贸学院陈永庆编写.

数学：第一、二章由潘麟生、李祥伦执笔；第三章由李祥伦、陈永庆执笔；第四章由周传瑞执笔；第五章由陈永庆、李祥伦执笔；第六、七章由李祥伦、陈永庆执笔.

微积分初步：由周传瑞、潘麟生、李祥伦执笔.

线性代数与线性规划：由陈永庆、李祥伦执笔.

概率与统计初步：由潘麟生、周传瑞执笔.

本套教材由安徽省数学会副理事长、合肥工业大学教授张智珊主审，朱功勤教授、卢树铭副教授审稿，并邀请励金华、梁克庸和任必等同志参加了基础数学一、二册的审稿会. 对于他们所提宝贵意见，我们表示衷心感谢. 并感谢薛凌同志为本教材绘制了全部插图.

由于编者水平有限，时间紧迫，错误和不妥之处在所难免，恳请广大教师和读者批评指正.

编　　者

1986年6月于合肥

目　　录

第一章　集　　合

本章介绍集合的基本概念，集合的运算法则和一些简单应用．这些内容是现代数学的基础，在本课程以及后继课程，如概率论、线性代数和线性规划等课程中，经常要应用集合的概念和术语．

通过学习，要求读者了解集合的意义及其表示法；掌握空集、子集、真子集、交集、并集、差集和补集等概念；会正确使用元素与集合、集合与集合之间的关系记号；能熟练地进行交、并、补、差这几种最基本的集合运算，并能作简单应用．

本章重点是：集合及其运算．

§1.1　集合的概念

一　集合

集合是现代数学中最基本的数学概念之一，它是从日常生活和生产活动中抽象出来的一个数学概念．为了理解这个概念，先看如下的例子：

(1) 某班级有 30 名学生，这个集体是由这 30 名学生的全体构成；

(2) 某工厂一天生产的产品，是由这一天该厂生产的全部产品组成；

(3) 连续两次掷一枚钱币，将要出现的所有可能结果，由下列四种情况组成：

(正面，正面）（正面，反面）（反面，正面）（反面，反面）；

(4) 小于100的自然数，由下列99个数组成：

$$1,\ 2,\ 3,\ \cdots,\ 99;$$

(5) 方程 $x^2-5x-6=0$ 的根是由 $x_1=-1$ 和 $x_2=6$ 所组成.

以上5个例子，虽然是5个完全不同的问题，但它们有一个共同的特点，就是每个问题所讨论的事物都具有某种属性.

一般地，**集合**（有时也简称集）就是具有某种属性（或者说是满足某种条件）的事物的全体. 构成集合的事物叫做集合的**元素**.

下面我们再举一些集合的例子：

(6) 某工厂全体管理人员（包括厂长、车间主任、各科室人员、班组长等等）构成一个集合；

(7) 本书用到的所有不同单词构成一个集合；

(8) 一个圆周上所有点构成一个集合；

(9) 某种射击试验中，击中目标的合格射击构成一个集合；

(10) 在商业活动中，同一个时间对某些商品的市场需求量构成一个集合.

习惯上，用大写字母 A, B, C 等表示集合，而用小写字母 a, b, c 等表示集合的元素. 如果 a 是集合 A 的元素，则记作 $a\in A$，读作"a 属于 A"，如果 b 不是集合 A 的元素，则记作 $b\overline{\in} A$ 或 $b\notin A$，读作"b 不属于 A".

数的集合简称数集. 为了使用方便，一般规定如下表示

常见数集的记号：

N 表示全体自然数的集合(简称自然数集)；

Z (或 J)表示全体整数的集合(简称整数集)；

Q 表示全体有理数的集合(简称有理数集)；

R 表示全体实数的集合(简称实数集).

例 1 试表明 3, -5, $\frac{2}{3}$, $\sqrt{2}$ 各是什么数集的元素？

解 我们知道，3 是一个自然数，所以 3 是自然数集合 N 的元素，记作 $3\in N$. 类似有

$$-5\in Z,\ \frac{2}{3}\in Q,\ \sqrt{2}\in R.$$

注 本例所列四个数都是实数，也可都表示为"$\in R$"，但按本例解中的表示更明确.

例 2 设 A 是由大于 1 且小于 10 的偶数所组成的集合，试问 2, 3, 4, 12 是否为 A 的元素？

解 $2\in A$, $4\in A$;

$3\overline{\in} A$, $12\overline{\in} A$.

例 3 设 X 是由方程 $x^2-5x-6=0$ 的全部根所组成的集合，问 0 和 -1 是否是 X 的元素？

解 已知方程 $x^2-5x-6=0$ 的根是 $x_1=-1$ 和 $x_2=6$，所以集合 X 是由 -1 和 6 两个元素组成，因此

$$0\overline{\in} X,\ -1\in X.$$

由上可知，集合具有"自明性"，即对于任何一个事物(元素)都能确定它是不是某一个集合的元素. 例如高身材的人，好看的花布，紧俏的物资，不道德的行为等都不是集合.

练 习 题 1

1. 在__处填上记号 $\in$ 或 $\overline{\in}$:

0 __ N,　-3 __ N,　1.7 __ N,　π __ N;

0 __ Z,　-3 __ Z,　1.7 __ Z,　π __ Z;

0 __ Q,　-3 __ Q,　1.7 __ Q,　π __ Q;

0 __ R,　-3 __ R,　1.7 __ R,　π __ R.

2. 设 X 是由方程 $x^2-3x+2=0$ 的根组成的集合，试问: 1, 2, 3, 4, 5 中哪些是 X 的元素? 哪些不是 X 的元素? 并用记号 $\in$ 或 $\overline{\in}$ 表示出来.

二　集合的表示法

表示集合的方法,常用的有列举法和描述法两种.

列举法: 把集合的所有元素一一列举出来(规定相同的元素不重复,元素间的顺序可不必考虑),并写在大括号内,这种表示集合的方法叫做列举法.

例 1　(1) 小于 100 的自然数组成的集合 A 可表示为

$$\{1, 2, 3, \cdots, 99\}.$$

(2) 全体自然数的集合 N 可表示为

$$\{1, 2, 3, \cdots\}.$$

(3) 连续两次掷一枚钱币,出现正面记作"正",出现反面记作"反", 依次出现的所有可能结果组成的集合 S 可表示为

$$\{(\text{正},\text{正}),(\text{正},\text{反}),(\text{反},\text{正}),(\text{反},\text{反})\}.$$

描述法: 把集合的所有元素应具有的属性(或应满足的条件)用语言或其它方式描述出来, 并写在大括号内, 这种表示集合的方法叫做**描述法**.

在描述法中,一般把集合表示成如下的形式:

$$\{x \mid x\text{ 所应具有的属性或应满足的条件}\},$$

其中 x 代表集合的元素，或元素的一般形式，“|”是把元素与其属性分隔开的标记.

例 2 (1) 由方程 $x^2-5x-6=0$ 的根组成的集合 X 可表示为

$$\{x \mid x^2-5x-6=0\}.$$

(2) 自然数集合 N 可表示为

$$\{x \mid x\text{ 是自然数}\}$$

(3) 所有正偶数组成的集合 A 可表示为

$$\{x \mid x=2n\text{ 且 }n\in N\}.$$

注 R 表示全体实数的集合，不要把实数集合写成 $\{R\}$或{全体实数的集合}等等。

有些集合在用描述法表示时，可以省去竖线及其左边的部分.

例 3 (1) 例 1 中(1)的集合 A 可表示为

{小于 100 的自然数}

(2) 所有到定点 O 的距离等于 r 的点的集合 B 可以表示为

{到定点 O 的距离等于 r 的点}.

我们把含有有限个元素的集合，叫做**有限集合**. 例如，例 2(1)和例 3(1)中的集合都是有限集合.

含有无限多个元素的集合，叫做**无限集合**. 例如，例 3(2)中的集合是无限集合.

不含有任何元素的集合，叫做**空集**，记作 $\varnothing$ 或{ }. 例如，{小于零的正整数}是空集，$\{x \mid x^2+1=0\text{ 且 }x\in R\}$也是空集，

而集合$\{x|\ x=0\}$或$\{0\}$表示只含有一个元素 0 的集合，它不是空集.

练 习 题 2

1．用适当的方法表示出由下列对象构成的集合：

(1) 长江，黄河，珠江，黑龙江；

(2) 车床，铣床，刨床，磨床，钻床；

(3) 不等式 $x+1>0$ 的解；

(4) 面积不大于 15 平方厘米的正方形.

2．指出下列集合里的元素：

(1) {周长为 15 厘米的正三角形}；

(2) {平方等于 1 的数}；

(3) $\{x \mid x^2=x\}$；

(4) $\{x \mid 2<x<6$ 且 $x\in Z\}$.

3．用描述法表示下列集合：

(1) 所有负实数所组成的集合；

(2) 大于 10 的正整数集合.

4．按下列要求举例：

(1) 一个有限集合；

(2) 一个无限集合；

(3) 两个空集.

三　子集

对于两个集合 A 和 B，如果集合 A 中每一个元素都是集合 B 的元素，那么，集合 A 就叫做集合 B 的**子集**，记作

$$A\subseteq B \quad 或 \quad B\supseteq A,$$

这两个记号分别读作"A 包含于 B"或"B 包含 A".

例 1　(1) 设在某企业里有集合 A, B:

$$A\text{ 是}\{\text{车间主任}\}, B\text{ 是}\{\text{管理人员}\},$$

则有 $A\subseteq B$.

(2) 设在某工厂里有集合 A, B:

$$A\text{ 是}\{\text{工厂正在开动的设备}\},$$

$$B\text{ 是}\{\text{工厂拥有的全部设备}\},$$

则有 $A\subseteq B$.

(3) 在数集中，显然有以下的包含关系:

$$N\subseteq Z,\ Z\subseteq Q,\ Q\subseteq R.$$

由子集的概念，可得如下的结论:

(1) 任何一个集合 A，因为它的每一个元素都属于 A，所以

$$A\subseteq A.$$

这就是说，任何集合都是它本身的子集.

(2) 空集是任何一个集合 A 的子集，即

$$\varnothing\subseteq A.$$

其理由是：如果空集不是某集合的子集，则它至少有一个元素不属于 A，而这与空集不包含任何元素的规定矛盾.

例 2 写出集合$\{0, 1, 2\}$的所有子集.

解 $\{0, 1, 2\}$的所有子集是:

$\varnothing$, $\{0\}$, $\{1\}$, $\{2\}$, $\{0, 1\}$, $\{0, 2\}$, $\{1, 2\}$,

$\{0, 1, 2\}$.

如果 $A\subseteq B$，且 B 中至少有一个元素不属于 A，则集合 A 叫做集合 B 的**真子集**，记作 $A\subset B$ 或 $B\supset A$. 这就是说，A 是真正包含在 B 内的子集.

一般，常用封闭曲线围起的图形表示集合，图形中的点表

示元素. 集合间的包含关系也可用类似的直观图形来表示. 例如, $A\subset B$, 即可表示为图 1-1.

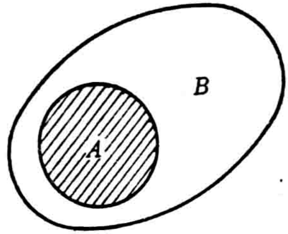


图 1-1

容易看出, 包含关系具有"传递性", 即如果 $A\subseteq B$, 且 $B\subseteq C$, 则有 $A\subseteq C$.

例如, $N\subset Z, Z\subset Q, Q\subset R$, 则有 N, Z 都是 R 的真子集.

对于两个集合 A, B, 如果 $A\subseteq B$, 且有 $B\subseteq A$, 则把 A 和 B 叫做**相等的集合**, 记作

$$A=B,$$

读作"集合 A 等于集合 B".

例 3 设 $A=\{1, 2, 3, 4, 5\}$, $B=\{5, 4, 3, 2, 1\}$, $C=\{1, 3, 5\}$, $D=\{2, 6\}$, 试说明这些集合之间的关系.

解 (1) 因为 A 中每一个元素都属于 B, 且 B 中每一个元素都属于 A, 即有

$$A\subseteq B \quad 且 \quad B\subseteq A,$$

所以 $A=B$.

(2) 因为 $C\subseteq A$, 且 A 中有元素 $4\overline{\in} C$, 所以 C 是 A 的真子集. 同样 C 是 B 的真子集.

(3) 因为 D 中的元素 $6\overline{\in} A$, $6\overline{\in} C$, 所以 A 不包含 D, C 不包含 D.

例 4 设 $A=\{x|\ x>0 且 x\in R\}$, $B=\{x|\ x^3>0 且 x\in R\}$, $C=\{x|x^2+1=0 的实数根\}$, $D=\{x|\ x^2=0\}$, 试说明这些集合之间的关系.

解 (1) 对于集合 A, B: 因凡是正实数 x(即 $x>0$ 且

$x\in R$)都使 $x^3>0$ 且 $x\in R$，所以

$$A\subseteq B;$$

同样，凡满足 $x^3>0$ 且 $x\in R$ 的 x 都是正实数(即 $x>0$ 且 $x\in R$)，所以

$$B\subseteq A.$$

综上可知 $A=B$.

(2) 对于集合 A, C: 因为方程 $x^2+1=0$ 无实数根，所以 $C=\varnothing$，即 C 是空集，它是 A 的子集，也是 B 和 D 的子集.

(3) 对于集合 A, D: 实际上集合 $D=\{0\}$，而 $0\notin A$，所以 D 不是 A 的子集.

练 习 题 3

1. 在下面各题中的___处填上适当的记号($\in$, $\notin$, $=$, $\subset$, $\supset$):

(1) a ___ $\{a, b, c\}$;

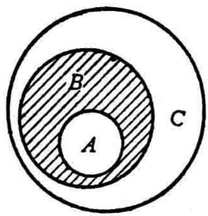
(2) $\{a\}$ ___ $\{a, b, c\}$;

(3) $\{a, b\}$ ___ $\{b, a\}$;

(4) $\{3, 0\}$ ___ $\{0, -1, 3\}$;

(5) $\{2, 4, 6, 8\}$ ___ $\{2, 8\}$;

(6) $\varnothing$ ___ $\{0, 1, 2\}$.



(第 2 题)

2. 图中圆 A, B, C 表示集合. 试说明集合 A, B, C 两两之间的关系，并用适当的记号表示出来.

3. 如果 $A=\{0, 1, 2\}$, $B=\{1, 2\}$，下列各种写法，哪些是对的？哪些不对？

$$1\in A;\quad 0\notin B;\quad \{1\}\in A;\quad 1\subseteq A;$$
$$\{1\}\subseteq A;\quad 0\subset A;\quad \{0\}\subseteq A;\quad \{0\}\subset B;$$
$$A=B;\quad A\supseteq B;\quad \varnothing\subseteq A;\quad A\subseteq A.$$

§1.2 集合的运算

先看一个例子. 某百货商店一天进了两批货: