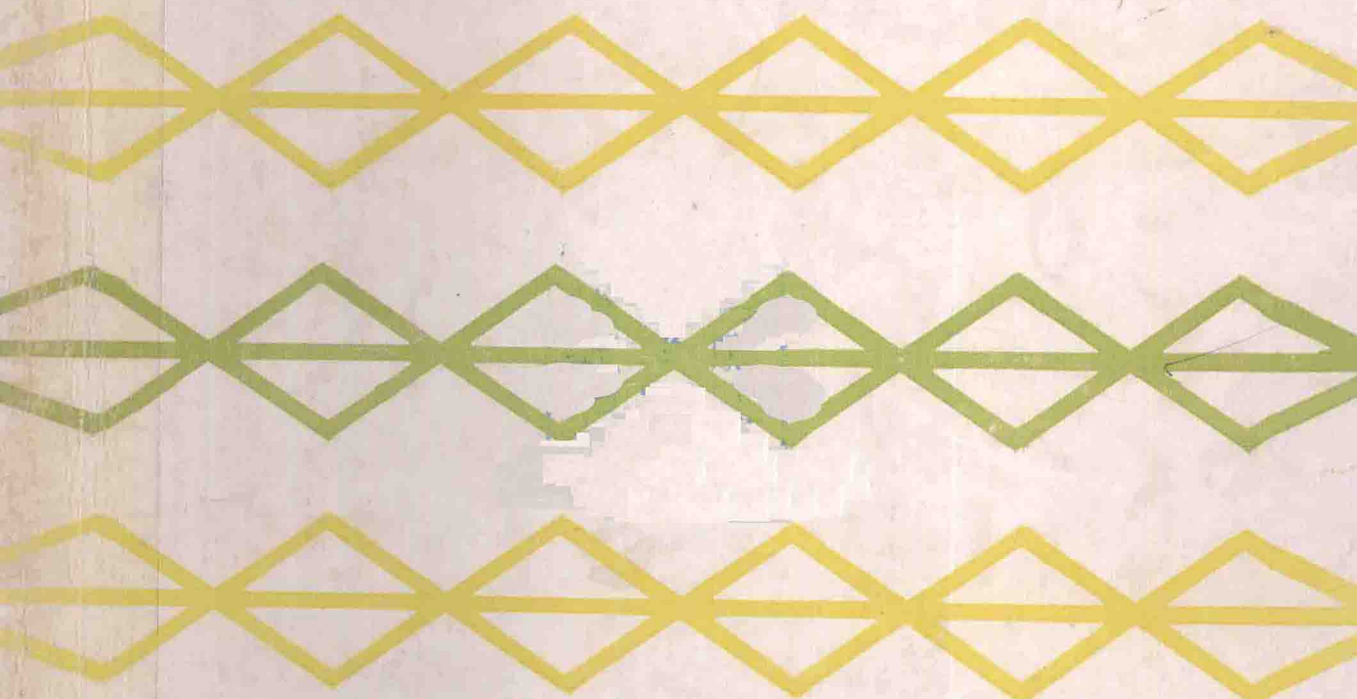


计算机控制技术

陈金醮 编



中南工业大学出版社

计算机控制技术

陈金醮 编

中南工业大学出版社

计 算 机 控 制 技 术

陈 金 醴 编

责任编辑: 段五媛

插图责任编辑: 刘楷英

*

中南工业大学出版社出版发行

湘潭大学印刷厂印装

湖南省新华书店经销

*

开本: 787×1092 1/16 印张: 10.5 字数: 262千字

1990年9月第1版 1990年9月第1次印刷

印数: 0001—1500

*

ISBN 7-81020-305-3/TP·013

定价: 2.10元

内 容 简 介

本书共八章。第一章简要介绍自动控制的基础知识。第二、三、四章重点围绕DDC系统,介绍A/D、D/A、数据采集、数字滤波、非线性处理、标度变换、数字显示等各种常用计算机控制技术。第五、六章介绍数字控制器的模拟化设计和直接数字设计方法。第七、八章举例说明微型机控制系统的设计、调试方法以及各种提高可靠性的措施。

本书内容力求概念清楚、实用,不涉及过深的自动控制理论,可作为计算机、仪表类等专业的教材。也适用于具有一定计算机知识的工程技术人员自学和参考。

前 言

编写本书是期望为计算机、仪表专业以及设有“计算机原理”课程的有关专业，作《计算机控制技术》课程的教材，达到在不设置“自动控制理论”课程的情况下，能掌握计算机用于过程控制的基本原理、方法和技术的目的。本书也适合于这些专业的工程技术人员和经过各类计算机训练班、进修班学习以及具备一定计算机知识的工程技术人员自学和参考。

因此，本书内容的选取力求突出重点，重在概念、方法和实用，避免涉及过深的自动控制理论，力求深入浅出。内容结构，首先使读者具备必须的自动控制的基础知识，重点围绕DDC直接数字控制系统，介绍系统组成原理、调试、程序编制，以及各组成部分的功能、设计、调试和选择参数等内容。达到使读者掌握把计算机技术用于过程控制的基本原理和各种常见的控制方法、控制技术。

本书在编写过程中得到了中南工业大学自动控制工程系张明达教授、王鸿歌教授、计算机科学系副主任王云宜教授的指导和支持，在此表示衷心的感谢。

由于编者水平所限，再加时间仓促、篇幅限制，未必能达到预期的目的，且书中难免有缺点和错误，恳请读者批评指正。

编 者 1989年6月

目 录

第一章 自动控制基础	(1)
第一节 自动控制系统基本知识.....	(1)
第二节 自动控制系统的分析方法.....	(6)
第三节 自动控制系统的稳定条件.....	(18)
第四节 自动控制系统的校正.....	(20)
第二章 计算机控制系统概述	(29)
第一节 计算机控制的一般概念.....	(29)
第二节 计算机控制系统的分类.....	(30)
第三节 直接数字控制系统的典型结构.....	(32)
第三章 A/D、D/A转换与数据采集技术	(34)
第一节 D/A转换器及与微处理器接口.....	(34)
第二节 A/D转换器及与微处理器接口.....	(40)
第三节 数据的采集.....	(47)
第四章 常用数据处理技术	(52)
第一节 非线性处理.....	(52)
第二节 标度变换.....	(56)
第三节 数字滤波.....	(59)
第四节 上下限报警处理程序.....	(62)
第五节 显示.....	(63)
第六节 输入.....	(69)
第五章 数字PID控制的实现	(73)
第一节 PID控制算法及编程.....	(73)
第二节 几种改进的PID算法.....	(79)
第三节 PID控制器参数选择.....	(84)
第六章 数字控制器的直接设计方法	(90)
第一节 Z变换.....	(90)
第二节 Z传递函数.....	(94)

第三节	典型数字控制系统 Z 传递函数	(97)
第四节	用 Z 传递函数分析线性离散系统特性	(99)
第五节	最少拍无纹波数字控制系统的直接设计	(104)
第六节	大林 (Dahlin) 算法	(108)
第七节	数字控制器输出的程序设计	(115)
第七章	微型机控制系统设计及举例	(118)
第一节	微型机控制系统设计、调试的一般方法和步骤	(118)
第二节	炉温控制系统设计举例	(124)
第三节	还原炉微机群控系统	(131)
第四节	垂熔机控制系统	(138)
第八章	提高计算机控制系统可靠性措施	(145)
第一节	概述	(145)
第二节	过程通道的抗干扰技术	(146)
第三节	克服空间感应干扰措施	(150)
第四节	电源系统的抗干扰措施	(151)
第五节	合理的配置地线与接地	(152)
第六节	软件的抗干扰措施	(153)
第七节	自动重起动	(154)
习 题		(155)

第一章 自动控制基础

第一节 自动控制系统基本知识

一、自动控制系统组成及工作原理

自动控制在科学技术和工业的发展中起着重要作用。它广泛地用于国防、冶金、化工、机械、运输等各个工业部门。这不仅是因为自动控制能实现生产过程自动化，大幅度提高劳动生产率、提高产品质量，而且还在于通过它来完成人工无法完成的工作，例如，火箭、导弹的制导遥控装置，高温、高压、水下、原子反应堆、有害环境中工业过程的操纵都只能依靠自动控制才能实现。大量的工业过程，例如冶金、化学反应、机械加工等都必须依靠自动控制才能达到要求的精度或质量。

自动控制的含义是，能够做到在无需人的直接干预的情况下，利用控制器使控制对象的某一个或多个物理量能按一定的规律变化。例如使炼钢炉保持一定的温度，使退火炉的温度按照预定的规律变化，使马达的转速保持恒定，使火炮自动跟踪对准移动的目标等等。

下面以电阻炉为例说明自动控制的基本原理，图1-1表示一个实现炉温自动控制的电阻炉。它的工作过程如下：

1. 测量被控量：由热电偶把炉内温度转换为 mV 级的电势信号 U_2 。
2. 所测被控量当前值与给定值比较得到偏差：热电偶的 mV 级电压 U_2 （对应实际温度）与电压 U_1 （对应于给定温度）相减， $\Delta U = U_1 - U_2$ ， ΔU 对应于温度差。
3. 根据偏差大小和方向进行控制操作： ΔU 经电压和功率放大去驱动可逆电动机，经过减速器带动调压器的滑动头移动，使炉温往靠近给定值的方向变化（ $\Delta U > 0$ ，滑动头向上移动，电压上升、使炉温上升。 $\Delta U < 0$ 时，则相反）。

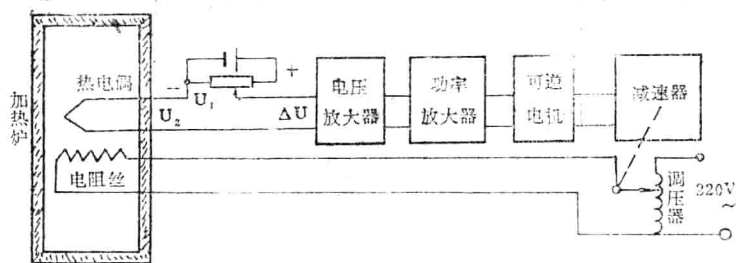


图 1-1 炉温自动控制系统

可见，它的控制原理是“检测偏差，纠正偏差”，通常所指的自动控制系统就是指“按偏差进行控制的”自动控制系统。

二、自动控制系统的方块图及常用术语

把自动控制系统的各个组成元件按照它们在系统中的作用、位置以及相互间的关系，用一个方块图直观地表示出来，这个方块图叫做系统方块图。图1-2表示了图1-1的炉温自动控

制系统的方块图。

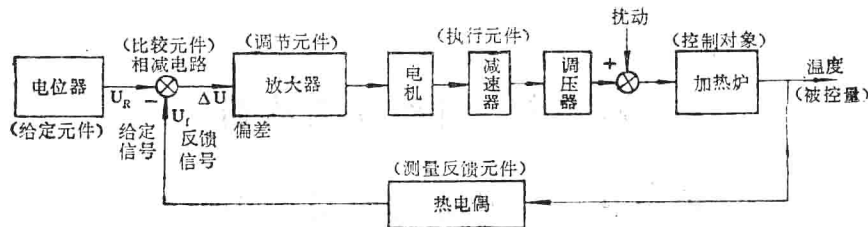


图 1-2 炉温自动控制系统方块图

方块图中把系统的每一个组成部分或者元件用一个方块表示，在方块内注明该元件的名称或者功能，而不必画出该元件的具体结构，然后用一条带箭头的线段把各方块连接起来，表示各元件之间信号传递的路线和方向。方块图中 $\rightarrow \otimes \rightarrow$ 代表比较器，其中“-”（“+”）表示两个信号相减（相加）。

系统方块图直观地表明了各元件间的信号传递路线和方向。这了解系统的控制过程是一种简单明了的方法，广泛地用来分析自动控制系统。在方块图中从给定元件到被控制量（系统输出量）之间这一条自左向右的通道称前向回（通）路，把从被控制量到反馈信号这一条自右向左的通道称为反馈回（通）路。

一个典型的自动控制系统从功能上来分可以归纳为由五个功能部分组成，即测量及反馈元件、给定比较元件、控制或调节元件、执行元件、控制对象。按照这五个功能元件可以画出图1-3那样的原理性的系统方块图。方块图中一个方块表示了一种功能，对于不同的控制系统对应着不同的物理元件，一个方块可能对应着一个物理元件，也可能对应着多个物理元件，因为这多个物理元件尽管结构可能不同，但都是完成一个类似的功能。图1-2每块中，括弧内和括弧之外的两种标明清楚地说明了这两种关系。

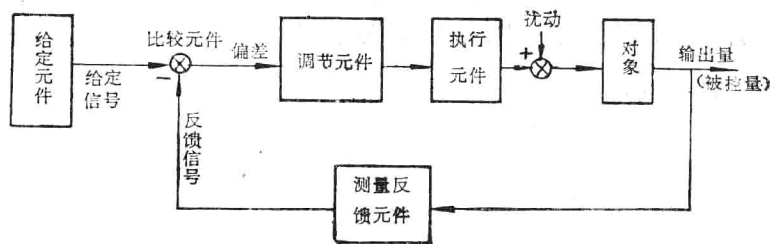


图 1-3 控制系统原理性方块图

下面结合系统方块图介绍几个自动控制中常用的术语：

控制对象（亦称被控对象，简称对象）：是一台设备或者一个生产过程，用于完成一个特定的功能，如上述电阻炉完成加热的功能，电动机完成带动机械运动的功能。在自动控制系统中，对象的一个或几个物理量被控制。

被控制量（被调节量）：控制系统要调节的物理量，一般就是自动控制系统的输出量，故也称输出量。

给定值：根据对象要求期望系统输出量达到的数值，它作为系统的输入量由一个给定线路产生，它的量纲往往与输出量不相同，但是它的大小却与输出量存在着——对应的关系。如上面的例子中输出量是温度，而给定值是与温度相对应的mV值。

反馈：将输出量的全部或一部分信号反送到输入端称为反馈，如果反馈的结果是有利于输入信号的加强，则称为正反馈，反之，如果是削弱了输入信号的，则称为负反馈，在自动控制系统中主要应用的是负反馈。

偏差：在负反馈系统中给定信号与反馈信号之差，它亦称为控制偏差，是控制系统控制的依据。如果偏差为0，系统的调节过程也就结束。

闭环与开环：系统的输出量与输入量之间存在着反馈回路的系统称为闭环系统，反之，输出量与输入量之间不存在反馈回路的系统称为开环系统。图1-2表示的是一个闭环控制系统，而图1-4表示的是一个开环控制系统。

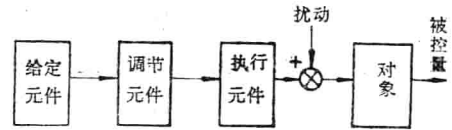


图 1-4 开环控制系统方块图

扰动：指引起对象中被控制量变化的各种外界因素。如上面例子中的加料、出料、电源电压波动等，它和给定信号是引起系统出现偏差的原因。自动控制系统的功能也就是使系统输出量跟随给定值变化，以及克服扰动引起的偏差。扰动可能出现在系统中的任何部位，并往往是随机的，为了分析的方便起见，把扰动都看为作用在对象上。

三、自动控制系统的分类

自动控制系统的种类很多，应用范围也很广，因此分类的方法也有多种，常见的分类方法有下面三种：

1. 按给定值的变化规律分类

(1) **恒值控制系统：**其特点是该系统的给定值为恒定或基本恒定，并且要求其输出量也相应地保持恒定或基本恒定。恒值控制系统是最常见的一类控制系统，例如恒温控制系统，恒压控制系统，恒速、恒频、恒流控制系统等等。

(2) **随动系统（又称伺服系统）：**其特点是，给定值是变化着的，而且通常是随机的，要求系统输出量能跟随输入量的变化而作出相应的变化。

利用随动系统可以用功率很小的输入信号操纵功率很大的工作机械，而且还可以实现远距离控制。随动系统在国防和工业上应用很广泛，例如火炮控制、船闸牵曳、雷达导引等。

(3) **程序控制系统：**其特点是给定值按预先确定的规律变化，要求输出跟随这个规律变化。它也可看成是给定值按程序指令而变化的恒值系统。

归纳起来，恒值系统的给定值是常数，程序控制系统给定值是预先确定的已知函数（它通常是比较简单的），而随动系统的给定值则是随机函数，它们可以用图1-5表示之。

2. 按被控制量的稳态值是否受外来扰动的影响分类

(1) **无静差系统（简称无差系统）：**其特点是系统稳态时，被控制量总是与给定值相等，偏差等于0，当系统受

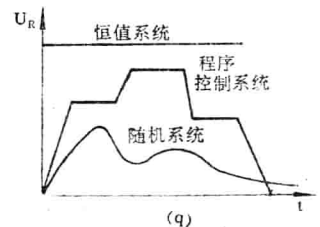


图 1-5 三种给定值曲线

外来扰动时，系统将进行不断的调节，一直到偏差为 0 才稳定下来。

(2) 有静差系统（简称有差系统）：其特点是系统在稳态时，被控制量总是不能准确地达到给定值，总是存在一定的偏差，而且这个偏差受外来扰动的影响，外来扰动越大，偏差也愈大。

3. 按系统的反应特性分类

(1) 连续控制系统：其特点是，系统一切组成部分的输出都是输入的连续函数。连续控制系统通常又分为线性与非线性控制系统，线性控制系统是指可以用线性微分方程描述的系统。非线性系统则是指系统内包含有不能线性化的非线性元件的系统，不能用线性微分方程来描述它。

(2) 离散控制系统：系统内部信号的传递或者控制是断续的、离散化了的系统。后章节讨论的计算机控制系统是属于这类系统。

以上介绍了自动控制系统三种常见的分类方法。前已述及，还可以从不同角度来分类，例如按其用途，按其控制方式，按其主要组成元件的物理性质分类等。

四、自动控制系统的性能指标

自动控制系统的性能通常是指系统的稳定性、静态（稳态）特性和动态特性。基于系统的用途不同，对这三个方面要求的侧重点也不相同。

1. 控制系统的稳定性：当一个系统的扰动或者给定值发生变化时，输出量将偏离原来的稳定值，这时由于反馈环节的作用，通过系统内部的自动调节后，系统应当回到（或者接近）原来的稳定值，或者重新稳定在一个新的稳定值，那么这个系统是稳定的，否则可能由于系统内部的相互作用，使系统出现发散或振荡不衰的现象而处于不稳定的状态，那么这个系统是不稳定的。显然不稳定的系统是无法进行工作的，因此，稳定性是系统性能最基本的指标。图1-6表示了稳定系统和不稳定系统在扰动作用下输出与时间的关系。

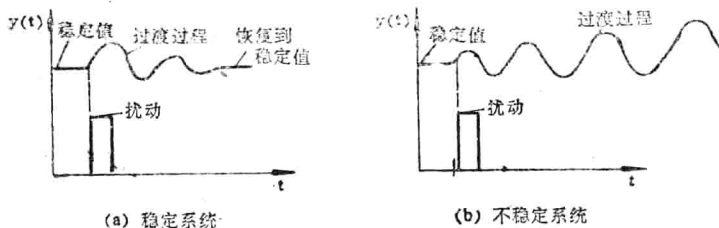


图 1-6 稳定系统和不稳定系统

2. 控制系统的动态特性：

一个系统能稳定工作是最基本的，然而很多生产过程对系统的要求远不止于此，它不仅关心一个系统受扰动后能否回到稳定状态，而且关心它如何回到稳定状态，它回到稳定状态的过程是快、还是慢，是否有振荡现象、摆动幅度多大、次数多少，也就是调节过程的情况，这就是系统的动态特性，也叫做过渡过程，它反映了这个系统检测和纠正偏差的能力。如果把调节过程输出量随时间变化的情况在坐标纸上画出来，那么它就是系统的过渡过程曲线，过渡过程曲线直观地表示了系统的动态和静态特性。

通常用阶跃形式的输入信号所得到的系统过渡过程曲线来表示一个系统的过渡过程的特

性。因为当系统的输入信号为阶跃形式时,对于控制系统来说是一种最厉害的扰动,也是对其最严厉的考验。如果一个控制系统在阶跃扰动(或阶跃给定)下能有满意的调节过程,即过渡过程的话,那么在其他缓慢变化的扰动(或给定信号)的作用下将更加能够胜任工作。因此特别地把阶跃信号作用下的输出过渡过程曲线指明为阶跃扰动下的过渡过程曲线,并且叫做飞升曲线。飞升曲线广泛地说,既可以描述一个系统的动、静态特性,也可以描述一个对象、一个环节、一个元件等的动、静态特性。

根据系统过渡过程曲线的形状,系统的动态特性可以分成下列几类:

(1) 单调过渡过程(如图1-7): 其特点是输出随时间的推移单调上升到达新的稳定值,或者回到原来的稳定值。

(2) 衰减振荡过程(图1-8): 输出经过几次衰减振荡后到达新的稳定值或者回到原来的稳定值。

图1-9表示的是不稳定过程的情况

为了设计和评价方便,一般采用几个简单的参数来定量地表示系统的动态特性。图1-10表示的是一条具有典型意义的过渡过程曲线。以它为例说明几个衡量系统动态特性的参数:

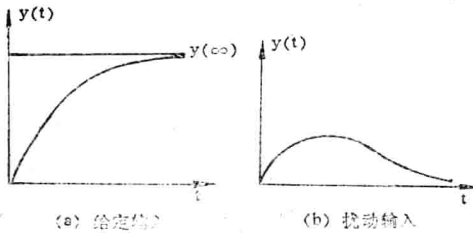


图 1-7 单调过程

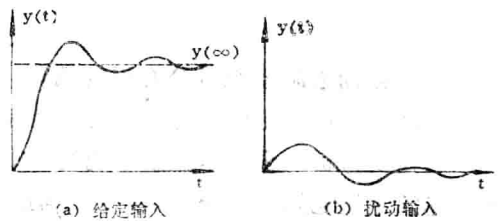


图 1-8 衰减振荡过程

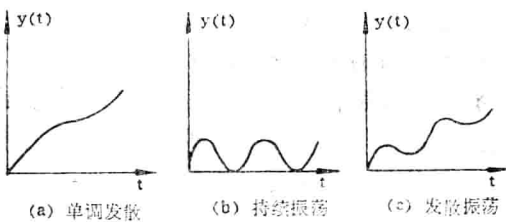


图 1-9 不稳定过程

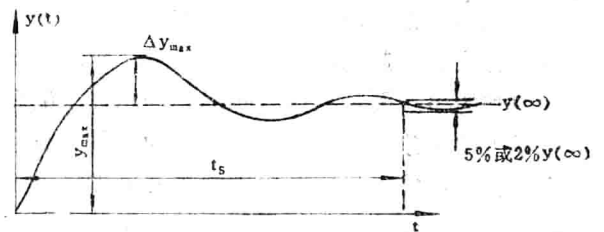


图1-10 典型过渡过程曲线

(1) 最大超调量 (σ_p): 最大超调量是输出量 $y(t)$ 与稳态值 $y(\infty)$ 之间的最大偏差 Δy_{max} 再与稳态值 $y(\infty)$ 之比, 即

$$\sigma = \frac{\Delta y_{max}}{y(\infty)} \times 100\%$$

最大超调量反映了系统的动态精度, σ_p 越小说明系统过渡过程进行得越平稳。不同的控制系统对超调量的限制也不相同, 例如对于一般调速系统 σ 可允许 10—35%, 轧钢机的初轧机要求 σ_p 小于 10%, 连轧机要求 σ_p 小于 2—5%, 而张力控制的卷取机则不允许有超调量。

(2) 调整时间 (t_s): 调整时间是从给定值作用于系统开始到输出量进入离稳态值

$\pm 5\%$ (或者 $\pm 2\%$) 区域的一段时间。它反映了系统的快速性。 t_s 越小, 系统的快速性越好。例如连轧机要求 t_s 为 $0.2-0.5s$, 造纸机为 $0.3s$ 。

3. 振荡次数 (N)

振荡次数是指在调整时间内, 输出量在稳态值上下摆动的次数。N 值小, 表示系统稳定性性能好。例如, 普通机床一般可允许振荡 2—3 次; 龙门刨床允许振荡一次, 造纸机传动则不允许有振荡。

3. 控制系统的静态特性:

系统的静态特性是指系统克服扰动, 经过过渡过程之后又稳定下来恢复到原来的稳定值的精确度, 或者是跟随给定值变化到达新的稳定值的精确程度。它的误差称为静态误差简称静差。因此系统的静特性也就归结于系统有无静差和静差多少的问题。

综上所述, 最大超调量和振荡次数是反映了系统的稳定性能, 调整时间则反映了系统的快速性。静态误差反映了系统的精确度。综合起来是反映了系统能否达到快、稳、准的调节性能。

第二节 自动控制系统的分析方法

一、自动控制系统微分方程的编写

上面我们已经定性地介绍了自动控制系统的组成和大致工作原理、静态特性和动态特性, 但是要分析一个自动控制系统还是很不够的, 要研究一个自控系统的动态特性和静态特性, 必须定量地知道系统的输入量与输出量, 各组成元件的输入量与输出量之间的数学关系式——微分方程式。一个系统往往由多个元件组成, 而且系统种类不同, 组成元件的种类也很多, 因而要直接得到系统输入量与输出量之间的关系的微分方程式是困难的。然而对于单个组成元件而言, 通过物理上和数学上的分析, 要得到该元件输入量与输出量之间的数学关系式——微分方程式却不是很难。这样逐个地得到各个组成元件的微分方程式之后, 再将这些微分方程式联立起来, 消去中间变量, 求取系统的输入量与输出量之间的微分方程式, 就不是太困难的事。而且组成系统的物理元件, 虽然种类多, 但是若从物理本质上加以分析, 经过数学上的抽象加工, 便可以归纳为几种具有典型性的元件, 所谓典型有两个含义, 一个是它是常见常用的, 另一个是别的或者更加复杂一些的元件可以由它来代替或近似表示它。下面以几个简单元件为例, 说明元件的微分方程式的编写方法。

1. 简单元件微分方程式的编写

(1) 电路元件

三种典型的电路元件是 R、L、C。图 1-11 (a) 表示了 R、C 串联的电路, 图 1-11 (b) 表示了 R、L、C 串联的电路。

图 1-11 (a) 中, 当 K 合上时, 电路的微分方程为:

$$i(t)R + u_C(t) = E$$

$$i(t)R + \frac{1}{C} \int i(t)dt = E$$

或写成

$$i(t)R + \frac{1}{Cp}i(t) = E \quad p = \frac{d}{dt} \text{ 运算符}$$

这是电流微分方程。

$$\text{因为 } i(t) = C \frac{du_C(t)}{dt}$$

代入得 $u_C(t)$ 的微分方程:

$$RC \frac{du_C(t)}{dt} + u_C(t) = E$$

或写成

$$RC p u_C(t) + u_C(t) = E$$

图1-11(b) 电路电流的微分方程:

$$Ri(t) + L \frac{di(t)}{dt} + \frac{1}{C} \int i(t) dt = E$$

或写成

$$Ri(t) + L p i(t) + \frac{1}{C p} i(t) = E$$

同样可以写出 $u_C(t)$ 的微分方程

$$LC p^2 u_C(t) + RC p u_C(t) + u_C(t) = E$$

(2) 机械元件

图1-12所示, 受推力而平移的机械, 假设摩擦力忽略不计。求推力 $F(t)$ (输入量) 与位移 $s(t)$ 之间的微分方程式。

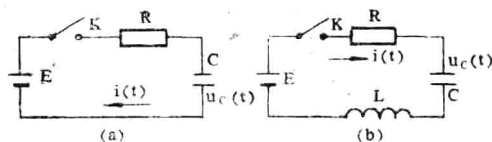


图1-11 电路

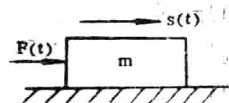


图1-12 机械元件运动

图中, $F(t)$ ——推力, $s(t)$ ——在推力作用下物体的位移, a ——加速度, m ——物体的质量, 根据牛顿第二定律:

$$F = ma \quad a = \frac{d^2 s}{dt^2} = p^2 s$$

所以

$$F = m p^2 s$$

可见, 电路元件与机械元件之间, 虽然其输入量与输出量参数的物理性质大不相同, 但是输出量与输入量之间的传递数学关系都可用微分方程式表示。这是因为它们都是进行能量的传递、贮存、以及转换这一相同的运动。机械元件是表现在动能、势能方面, 电路元件是表现在电能和磁场能量方面。这个关系对于机电集于一体的直流电动机表现得更为一致。

(3) 直流电动机的微分方程式

直流电动机简化的微分方程式:

$$(T T_M p^2 + T_M p + 1) n = K u_a$$

式中:

u_a ——施加电动机电枢的直流电压, 输入量。

n ——电动机的转速，输出量。

T ——电枢回路的电磁时间常数， $T = \frac{L}{R}$ 具有时间因次。

T_M ——电动机的机电时间常数，

$T_M = \frac{GD^2}{375} \times \frac{R}{CeC_M}$ ——它与机械转动惯量 GD^2 和电磁感应因素 CeC_M 有关。

K ——放大系数，表示在稳态时（ $pn = 0$ ， $p^2n = 0$ ），输出量 n 与输入量 u_a 之比。

电动机是典型的把电、磁、机集于一体的元件，它也是实现电、磁、机三种能量互相传递、转换的元件。它的传递关系式仍然可以用微分方程式表示。

2. 系统微分方程的编写

系统微分方程的编写可以按照下面的步骤进行：

(1) 列出系统的元件方块图：首先根据系统的实际构成画出系统的元件方块图，然后标出各方块的输入量、输出量以及系统的给定、被控制量、扰动等。

(2) 列出方块图中各元件的微分方程。

(3) 根据方块图中各元件之间的连接关系，消去中间变量，得到系统输入、输出的微分方程。

从元件的微分方程到得到系统微分方程的过程是个解联立微分方程组的问题。这里不再详细介绍。

二、用拉普拉斯变换求解微分方程

拉普拉斯变换是一种函数的变换，经过变换，可以将一个对时间的导数的微分方程转换为一个新的变量（拉普拉斯变量 S ）的代数方程，把解微分方程转换为解代数方程的问题，并且在变换的同时即将初始条件引入，使解题的手续大为简化，它能同时求得微分方程的稳态解和暂态解，同时，由拉普拉斯变换引出的传递函数的概念，在分析和研究控制系统时更是十分有用的。

1. 拉普拉斯变换的定义与公式

有一函数 $f(t)$ ， t 是实变数，假定当 $t \geq 0$ 时，下列积分

$$\int_0^{\infty} f(t)e^{-st}dt = \lim_{A \rightarrow \infty} \int_0^A f(t)e^{-st}dt = F(s) \quad \text{的值存在，并满足}$$

$$-\infty < \int_0^{\infty} f(t)e^{-st}dt < \infty$$

则称此积分值 $F(s)$ 为 $f(t)$ 的象函数，又称 $f(t)$ 为 $F(s)$ 的原函数，其中 $S = \sigma + j\omega$ 为复变量， σ 是实变量， ω 为虚变量。这种求象函数的方法称为拉普拉斯变换。我们采用符号 $L[f(t)]$ 代表拉普拉斯变换， $L^{-1}[F(s)]$ 代表拉普拉斯的反变换，或称反演，满足

$$L[f(t)] = F(s) = \int_0^{\infty} f(t)e^{-st}dt$$

及 $L^{-1}[F(s)] = f(t)$

在工程上已经编好专用的拉普拉斯变换表，可以通过查表得到变换和反变换。表6-1列出了一些常用的变换式。

2. 拉普拉斯变换的几个重要性质

(1) 线性性质：设 $L[f_1(t)] = F_1(s)$ $L[f_2(t)] = F_2(s)$

那么 $L[a_1 f_1(t) + a_2 f_2(t)] = a_1 F_1(s) + a_2 F_2(s)$

(2) 位移性质: 设 $L[f(t)] = F(s)$

那么 $L[f(t-b)] = e^{-bs}F(s)$

$L[e^{at}f(t)] = F(s-a)$

(3) 相似性: 设 $L[f(t)] = F(s)$

那么 $L[f(t/a)] = aF(as)$

(4) 终值定理: 设 $L[f(t)] = F(s)$

那么 $\lim_{t \rightarrow \infty} f(t) = \lim_{s \rightarrow 0} sF(s)$

(5) 初值定理: 设 $L[f(t)] = F(s)$

那么 $\lim_{t \rightarrow 0} f(t) = \lim_{s \rightarrow \infty} sF(s)$

3. 用拉普拉斯变换解微分方程

在应用拉普拉斯变换法求解以时间为自变量的微分方程时可按照下面的步骤:

(1) 写出系统动态特性的微分方程;

(2) 利用变换表并结合拉氏变换的性质逐项地变换微分方程, 并将初始条件包括在变换式中;

(3) 对表示为 s 的函数的有关变量求解变换方程;

(4) 对第(3)步得出的方程进行逆变换, 求出时间函数的有关变量。

以上步骤可以引伸到求解两个以上的微分方程组。单独地变换每一个方程, 在得出代数方程之后联立求解有关的变量, 然后对这些变量进行逆变换, 求出预期值。

【例1-1】 用拉普拉斯变换法确定图1-13(a)所示电路中电流的方程, 假设时间 $t=0$ 时开关合上。

解: 据基尔霍夫定律, 电流方程为

$$Ri(t) + L \frac{di(t)}{dt} = E$$

根据拉普拉斯变换的线性法则, 实行变换得

$$RI(s) + L[sI(s) - i(0)] = E(s)$$

在式中, $I(s)$ 是 $i(t)$ 的象函数, $E(s)$

是 E 的象函数, 应用初始条件 $t=0$ 时,

$i(0)=0$, 得 $(R+Ls)I(s) = E(s)$, 求解有关变量

$$I(s) = E(s)/(R+Ls)$$

$$\text{因为 } E(s) = L[E] = \frac{E}{s}$$

$$\text{所以 } I(s) = \frac{E}{s(R+Ls)} = \frac{E}{R} \cdot \frac{R/L}{s(s+R/L)}$$

进行逆变换, 得到解为

$$i(t) = \frac{E}{R} (1 - e^{-Rt/L})$$

用过渡过程曲线表示为图2-13(b)

【例1-2】 对例1-1的电路应用终值和初值定理求电流的稳态值和初始值。

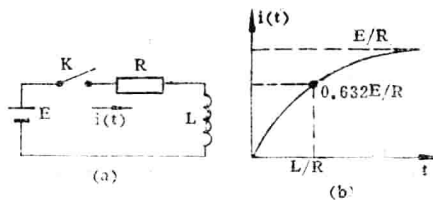


图1-13 RL电路过渡过程

解：由终值定理，则有

$$\begin{aligned}\lim_{t \rightarrow \infty} i(t) &= \lim_{s \rightarrow 0} sI(s) \\ &= \lim_{s \rightarrow 0} s \left[\frac{E}{s(R + Ls)} \right] = \frac{E}{R}\end{aligned}$$

这就是电流的稳态值。

应用初值定理，可得

$$\begin{aligned}\lim_{t \rightarrow 0} i(t) &= \lim_{s \rightarrow \infty} sI(s) \\ &= \lim_{s \rightarrow \infty} s \left[\frac{E}{s(R + Ls)} \right] = 0\end{aligned}$$

这与规定的初始条件相符合。

三、传递函数

用拉普拉斯变换求解微分方程，虽然在数学上带来了方便，但作为控制系统的研究，还是不尽人意的，譬如不易由微分方程直接看出环节对整个系统性能的影响，用改变环节参数或增删某个环节时对系统性能的改进也不直观。而本节将要讨论的由拉普拉斯变换引出的传递函数，才真正是分析自动控制系统的有力工具，它不必依据系统的微分方程，更不必去解微分方程，就可以找到改善系统特性的途径。用传递函数分析系统时，只要由传递函数的数据给出近似的曲线，然后根据曲线的特点，就可以来判定系统的稳定性，动态特性以及寻找改善特性的途径。因此，传递函数分析法成了自动控制经典理论的基础。

1. 传递函数的定义

定义系统（或环节）的传递函数 $W(s)$ 为在初始条件为零时，输出量的拉普拉斯变换 $Y(s)$ 与输入量的拉普拉斯变换 $X(s)$ 之比，即

$$W(s) = Y(s) / X(s) \quad (1-1)$$

写成

$$Y(s) = W(s) \cdot X(s)$$

一个系统（或环节）微分方程式的一般式为：

$$\begin{aligned}&(a_n p^n + a_{n-1} p^{n-1} + \cdots + a_1 p + a_0) y(t) \\ &= (b_m p^m + b_{m-1} p^{m-1} + \cdots + b_1 p + b_0) x(t)\end{aligned}$$

设其初始值皆为 0，则上式的拉普拉斯变换为：

$$\begin{aligned}&a_n s^n Y(s) + a_{n-1} s^{n-1} Y(s) + \cdots \\ &+ a_1 s Y(s) + a_0 Y(s) \\ &= b_m s^m X(s) + b_{m-1} s^{m-1} X(s) + \cdots + b_1 s X(s) + b_0 X(s)\end{aligned}$$

可得传递函数

$$W(s) = \frac{Y(s)}{X(s)} = \frac{b_m s^m + b_{m-1} s^{m-1} + \cdots + b_1 s + b_0}{a_n s^n + a_{n-1} s^{n-1} + \cdots + a_1 s + a_0} \quad (1-2)$$

这是系统（或环节）的一般传递函数表示式。由式（1-2）可见，只要将系统的微分方程中的微分算符 $p^{(i)}$ 用相应的 $s^{(i)}$ 代替，便可得到传递函数的表示式，其中 $i = 1, 2, 3, \cdots, n$ ， n 为微分方程的阶次。传递函数与微分方程具有同样的形式，都是表示系统输入，输出的传递关系。因此，直接从传递函数可以分析系统的特性，而不必再经过反变换求出微分方程的解。

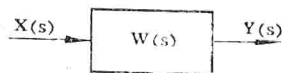


图 1-14 系统（或环节）传递函数