电力类专业适用

初等数学

山东省电力工业局《数学》编写组

水利电力出版社

电力类专业适用

初 等 数 学

山东省电力工业局《数学》编写组

水利电力出版社

电力类专业适用
初 等 数 学
山东省电力工业局《数学》编写组
*
水利电力出版社出版
（北京德胜门外六铺炕）
水利电力出版社印刷厂印刷
*
1978年10月北京第一版
1978年10月北京第一次印刷
印数 00001—65500 册　每册 1.25 元
书号 15143·3391

内 容 提 要

本书系数学基础知识书籍，内容包括代数、平面几何、三角、矢量与复数．书中较系统地介绍了有关的基本概念、公式与定理．此外，还结合电力类各专业对数学的要求，编写了有关内容、例题与习题．

本书可作为电力类七•二一大学复习初等数学的参考书，也可作为电力系统职工业余教育的教学参考书，同时可供具有初中文化程度的自学者阅读．

前　言

为贯彻执行毛主席的无产阶级教育路线，落实英明领袖华主席关于“极大地提高整个中华民族的科学文化水平”的指示，适应电力系统办好七·二一大学和开展职工教育的需要，我们编写了这本《初等数学》，并继续编写《高等数学》。

《初等数学》共分六章。第一章系代数式与方程的基本知识，此外，还结合电力类专业对数学的要求，介绍了行列式与多元一次方程组的有关内容。第二章系平面几何，重点叙述三角形、相似形与圆的有关公式及定理。从第三章开始，介绍指数与对数、简单函数及其图象、三角函数、矢量与复数等内容，其中矢量与复数是配合《电工学》的需要编写的。此外还编写了附录。附录一是配合本书各章节的习题，附录二是习题答案。

本书是根据水利电力部提出的任务，由山东省电力工业局委托山东省电力学校负责组织编写的。参加编写工作的有山东省电力学校陈奇南同志、北京电力学校张齐金同志，并邀请山东工学院费定晖同志参加了本书的编写工作。哈尔滨电业局七·二一大学的同志也参加了部分初稿的编写工作。在编写与审定过程中，曾得到有关单位的大力帮助和热情支持，对此表示感谢。

由于我们的水平不高，实践经验较少，书中定有许多缺点和问题，欢迎读者提出宝贵的意见。

编　者

一九七八年四月

目　　录

第一章　代数式与方程

初等代数是以现实世界的数量关系为研究对象的．许多物理现象的规律，要从数量关系方面来说明，许多工程技术上的计算问题，要用到代数的知识．因此，代数是一种解决实际问题的数学工具．

代数式的恒等变形与方程的同解变形，是初等代数中的两个基本问题．本章将以这两个问题为线索，复习代数式与方程的有关知识，同时介绍行列式与多元一次方程组．

第一节　代　数　式

1-1-1　实数及其运算

首先，我们将实数加以概括，并归纳成表，帮助记忆。

有理数指的是整数（包括正整数、负整数、零）和分数．

任何一个有理数都可以写成有限小数或无限循环小数的形式．因此，有限小数和无限循环小数都是有理数．整数、分数与有限小数和无限循环小数之间可以互化。例如：

$$5=5.0;\quad -\frac{1}{4}=-0.25;\quad \frac{2}{5}=0.4;$$

$$\frac{1}{3}=0.33\cdots=0.\dot{3};\quad \frac{1}{6}=0.166\cdots=0.1\dot{6};$$

$$0.\dot{7}=\frac{7}{9}\text{*};\quad 0.2\dot{4}=\frac{24-2}{90}=\frac{11}{45}\text{**}.$$

但是，仅靠有理数是不能满足实际要求的．例如，已知正方形的面积等于 2，试求其边长．设 x 为所求的边长，那末，$x^2=2$．在有理数的范围内，找不到所需的 x 值．事实上，$x=\sqrt{2}$ 是一个无限不循环的小数，即

$$\sqrt{2}=1.4142\cdots.$$

它在小数点以后的位数是不可穷尽的，并且数字排列上也不是循环的．又如，$\sqrt{3}$，$\sqrt{5}$，$\sqrt{7}$，…，都是无限不循环小数．象这种新的数，在开方中大量出现．在圆周长与其直径相比时，得到的圆周率 π 也是一个无限不循环小数，即

$$\pi=3.14159265\cdots.$$

再如，在工程技术和自然科学中常用到的数 e 也是一个无限不循环小数，即

$$e=2.71828\cdots.$$

已经证明，任何一个无限不循环小数都不能化成分数，更不能化成整数，也就是说超出了有理数的范围，数学上把无限不循环小数叫做无理数．

---

* 纯循环小数可以化成一个分数．这个分数的分子就是一个循环节的数字所组成的数；分母的各位数字都是 9，9 的个数与一个循环节的位数相同．例如，$0.\dot{1}\dot{6}=\frac{16}{99}$，$0.\dot{1}2\dot{3}=\frac{123}{999}=\frac{41}{333}$．

** 混循环小数可以化成一个分数．这个分数的分子，就是小数第二个循环节前面的数字组成的数，与不循环部分的数字所组成的数的差；分母头几位数字是 9，末几位数字是 0，9 的个数与一个循环节的位数相同，0 的个数与不循环部分的位数相同．

例如，$0.12\dot{3}=\frac{123-12}{900}=\frac{37}{300}$，$0.0\dot{2}\dot{3}=\frac{23-0}{990}=\frac{23}{990}$．

实数是有理数和无理数的总称．由于任何有理数都可用有限小数和无限循环小数来表示，而任何无理数都可用无限不循环小数来表示，因此，有限小数和无限小数都是实数．可归纳成下表：

$$
\text{实数}\begin{cases}\left.\text{有理数}\begin{cases}\text{整数}\begin{cases}\text{正整数}\\ \text{零}\\ \text{负整数}\end{cases}\\ \text{分数}\begin{cases}\text{正分数}\\ \text{负分数}\end{cases}\end{cases}\right\}\begin{array}{l}\text{有限小数和}\\ \text{无限循环小数}\end{array}\\ \left.\text{无理数}\begin{cases}\text{正无理数}\\ \text{负无理数}\end{cases}\right\}\text{无限不循环小数}\end{cases}
$$

在实用中，无限小数只取它的近似值．那末，取近似值的标准是怎样规定的？通常我们说“精确到某一位”，就是表示准确值和近似值相差不超过这一位的半个单位．例如，56厘米是精确到1厘米的近似值，表示准确值在55.5厘米与56.5厘米之间．如果一个近似值是由四舍五入到某一数位而得到的，那末，这个近似值就精确到这一数位，也就是说，它和准确值之差不超过这一位的半个单位．例如，由四舍五入得到的π的近似值3、3.1、3.14、3.142、3.1416、…，分别是精确到1、0.1、0.01、0.001、0.0001、…，的近似值．又如，无理数e，它精确到0.001的近似值是2.718．对于一个实数的平方（立方）或平方根（立方根），如果要求它的近似值，可直接查《四位数学用表》．例如，查表可得

$$2.468^2=6.091；\ 0.1507^2=0.02272；$$
$$2.177^3=10.32；\ 21.27^3=9623；$$
$$\sqrt{43.21}=6.574；\ \sqrt{0.527}=0.7259；$$
$$\sqrt[3]{7.34}=1.943；\ \sqrt[3]{734000}=90.21.$$

实数有下列基本运算法则.

1.基本运算规律

交换律　$a+b=b+a$；$ab=ba$.

结合律　$a+(b+c)=(a+b)+c$；$a(bc)=(ab)c$.

分配律　$a(b+c)=ab+ac$.

2.符号法则

两正数之和仍是正数；

两负数之和仍是负数；

在加减中，减负变加，加负变减；

在乘除中，同号得正，异号得负.

3.比例关系

如果$\frac{a}{b}=\frac{c}{d}$，那末$ad=bc$；反之，如果$ad=bc$，那末$\frac{a}{b}=\frac{c}{d}$.

$\frac{a}{b}=\frac{c}{d}$也可记为$a:b=c:d$，式中，b、c叫做内项，a、d叫做外项．于是$ad=bc$,即内项积等于外项积.

4.幂的运算

n个相同因子a的积叫做a的n次幂，记为a^n，a叫做幂的底数，n叫做幂的指数．即

$$\underbrace{a\cdot a\cdot\cdots\cdot a}_{n\text{个}}=a^n.$$

规定$a^1=a$，但指数通常略去不写.

在上述定义中，指数n必须是正整数，所以，这样的幂也叫做正整数指数幂．根据定义可得

$$4^2=16;\qquad 4^3=64;$$

$$(-4)^2=16;\qquad (-4)^3=-64;$$

$$(-1)^{2n}=1; \qquad (-1)^{2n-1}=-1.$$

幂的运算法则：

$$a^m \cdot a^n = a^{m+n};$$
$$(a^m)^n = a^{mn};$$
$$(ab)^m = a^m b^m.$$

式中　m和n都是正整数.

第一个法则需有"同底数"这个条件，否则不成立.

几个相同因子相乘的运算叫做乘方.

【例 1】计算：

（1）　$(-1)-\left(-5\frac{1}{2}\right)\div\frac{11}{4}+(-8)\times\left[(-3)+\frac{7}{2}\right]$;

（2）　$\frac{1}{4}-\left\{\frac{1}{4}-\left[\frac{1}{2}-\left(\frac{1}{2}-1\right)\right]\right\}$.

解

（1）　$(-1)-\left(-5\frac{1}{2}\right)\div\frac{11}{4}+(-8)\times\left[(-3)+\frac{7}{2}\right]$

$$=(-1)-\left(-\frac{11}{2}\right)\times\frac{4}{11}+(-8)\times\frac{1}{2}$$
$$=(-1)-(-2)+(-4)$$
$$=-3;$$

（2）$\frac{1}{4}-\left\{\frac{1}{4}-\left[\frac{1}{2}-\left(\frac{1}{2}-1\right)\right]\right\}$

$$=\frac{1}{4}-\left\{\frac{1}{4}-\left[\frac{1}{2}-\left(-\frac{1}{2}\right)\right]\right\}$$
$$=\frac{1}{4}-\left\{\frac{1}{4}-1\right\}$$
$$=\frac{1}{4}-\left(-\frac{3}{4}\right)$$
$$=1.$$

【例 2】 试证明

（1） 如图 1-1 所示的电阻串联电路，总电阻R与串联电阻R_1、R_2的关系是

$$R=R_1+R_2;$$

（2） 如图1-2 所示的电阻并联电路，总电阻R与并联电阻R_1、R_2的关系是

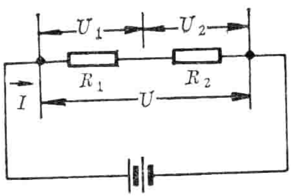

图 1-1

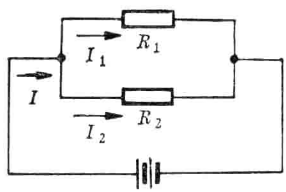

图 1-2

$$\frac{1}{R}=\frac{1}{R_1}+\frac{1}{R_2}.$$

证 设I为电路中的总电流，I_1、I_2分别为通过R_1、R_2的分电流，U为总电阻R上的压降，U_1、U_2分别为R_1、R_2上的压降.

（1）串联时，$I=I_1=I_2$，$U=U_1+U_2$. 于是，根据欧姆定律有

$$R=\frac{U}{I}=\frac{U_1+U_2}{I}$$

$$=\frac{U_1}{I_1}+\frac{U_2}{I_2}（分配律）$$

$$=R_1+R_2.$$

（2）并联时，$I=I_1+I_2$，$U_1=U_2=U$.于是，根据欧姆定律有

$$\frac{1}{R}=\frac{I}{U}=\frac{I_1+I_2}{U}$$

$$=\frac{I_1}{U_1}+\frac{I_2}{U_2}\text{（分配律）}$$
$$=\frac{1}{R_1}+\frac{1}{R_2}.$$

由于$\frac{1}{R}>\frac{1}{R_1}$或$\frac{1}{R}>\frac{1}{R_2}$，所以$R<R_1$或$R<R_2$。上式说明，并联后的总电阻（等效电阻）$R$比并联的电阻$R_1$、$R_2$中的任一个都要小。

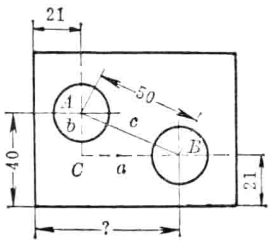

图 1-3

【例 3】 根据图 1-3 中的已知尺寸，求未知尺寸。尺寸的单位是毫米。

解 在直角三角形ABC中，已知斜边及一直角边分别为

$$c=50,\quad b=40-21=19.$$

由勾股定理，得

$$a^2=c^2-b^2=50^2-19^2=2139,$$

两端开平方，得

$$a=\sqrt{2139}\overset{\text{查表}}{=}46.25\approx 46\text{（毫米）}.$$

于是，未知尺寸为$a+21\approx 67$毫米。

1-1-2 代数式的概念

用运算符号把数和表示数的字母连接起来的式子，叫做代数式。例如：

$$-\frac{1}{3}x;\quad 5x^2+1;\quad \frac{1}{x};\quad \sqrt[3]{x^2}+2;$$
$$a;\quad x;\quad -6^*.$$

* 单独一个字母或数字，也叫做代数式。

用数字代替代数式里的字母，计算所得的结果，叫做该代数式的值．例如，代数式$6x^2-x+3$，当$x=1$时的值为$6-1+3=8$．

【例 4】 接在电路中的某一电阻R上的电压为10伏，通过的电流为 2 毫安，问此电阻为几千欧？若将该电阻通以15毫安的电流，则其上的电压应为几伏？

解 欧姆定律为$R=\frac{U}{I}$．现在已知

$$U=10(\text{伏}),\quad I=2(\text{毫安})=0.002(\text{安}).$$

将这些数值代入上式，即得电阻R的值

$$R=\frac{U}{I}=\frac{10}{0.002}=5000(\text{欧})=5(\text{千欧}).$$

当电阻通过15毫安的电流时，电阻上的电压变成

$$U=RI=5000\times0.015=75(\text{伏}).$$

于是，所求的电阻为 5 千欧；电压为75伏．

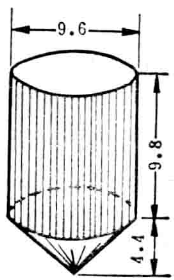

图 1-4

【例 5】 某厂有一沉淀池，如图1-4所示，上部是圆柱形，下部是圆锥形．圆柱的直径与高分别是9.6米与9.8米，圆锥的高是 4.4 米，求这个沉淀池的容积．

解 圆柱与圆锥的体积公式分别为

$$V_1=\pi r_1^2H_1\text{和}\ V_2=\frac{1}{3}\pi r_2^2H_2,$$

式中V_1和V_2表示圆柱和圆锥的体积（立方米）；r_1和r_2表示圆柱和圆锥的底半径（米）；H_1和H_2表示圆柱和圆锥的