

中学教学研究

3+X

# 中学成功教学法体系

3公共科(语、数、外)卷②

中学数学教学心理基础与问题解决教学

数学卷④

内蒙古大学出版社

**3+2** 中学成功教学法体系·3+2系列卷之二

中学数学

**教学心理基础与问题解决教学**

本书编委会



内蒙古大学出版社

## 图书在版编目(CIP)数据

中学教学研究:3+X 中学成功教学法体系/冯晓林主编. —呼和浩特:内蒙古大学出版社,2000.9

ISBN 7-81074-150-0

I. 中… II. 冯… III. 中学-教学法-研究  
IV. G632.4

中国版本图书馆 CIP 数据核字(2000)第 71531 号

书 名	中学教学研究:3+X 中学成功教学法体系
主 编	冯克诚
责任编辑	莫久愚
封面设计	伍禾工作室
出 版	内蒙古大学出版社 呼和浩特市大学西路 235 号(010021)
发 行	内蒙古新华书店
印 刷	北京市社科印刷厂
开 本	850×1168/32
印 张	736
字 数	18464 千字
版 期	2000 年 9 月第 1 版 2000 年 9 月第 1 次印刷
标准书号	ISBN 7-81074-150-0/G·14
定 价	全 100 册 1580.00 元 (3 公共科语数外卷 47 册分价:750.00 元)

本书如印装质量问题,请直接与出版社联系

# 目 录

## 中学数学教学

### 心理基础与问题解决教学

数学教学心理学的必要性和重要性 .....	(1)
数学教学心理学的研究对象 .....	(4)
数学教学心理学的研究内容 .....	(5)
课堂教学中的学习心理的培养 .....	(6)
数学课堂教学最佳心态的构成与培养 .....	(9)
数学课堂上的心理调控 .....	(15)
学生数学学习的心理障碍及对策(一) .....	(18)
学生数学学习的心理障碍及对策(二) .....	(20)
学生学习数学畏惧心理的克服 .....	(21)
初中数学教学中心理素质教育 .....	(23)
数学认知构的概念 .....	(26)
数学认知结构的特点 .....	(27)
数学认知结构的成份分析 .....	(28)
数学认知结构与课堂教学(一) .....	(31)
数学认知结构与课堂教学 .....	(34)
数学认知结构及其整合 .....	(38)

优化和发展学生的数学认知结构(一) .....	(42)
优化和发展学生的数学认知结构(二) .....	(46)
优化和发展学生的数学认知结构(三) .....	(50)
学生数学元认知及其训练(一) .....	(56)
学生数学元认知及其训练(二) .....	(61)
学生的数学认知差异与因材施教 .....	(63)
排除中下学生的数学认知障碍 .....	(70)
初中学生数学学习中的认知障碍与矫治 .....	(72)
课堂教学中心理交往的管理 .....	(75)
运用“注意原理”组织课堂教学 .....	(76)
无意注意在初中数学课堂上的运用 .....	(80)
尝误原理在数学教学中的应用 .....	(83)
“求果心理”在数学教学中的应用 .....	(90)
数学学习上的归因理论 .....	(94)
数学学习成绩的归因及其类型 .....	(95)
归因理论对数学教学的指导意义 .....	(96)
学习归因的认识 .....	(98)
学习归因的分析 .....	(99)
关于学习归因的引导 .....	(100)
学习归因的效应 .....	(101)
学习中的迁移及其分类 .....	(103)
影响迁移数学学习的因素 .....	(104)
运用迁移规律“以旧引新”与“防旧扰新” .....	(107)
数学教学中的负迁移 .....	(109)
数学学习中负的迁移及其防止(一) .....	(114)
数学学习中的负迁移及其防止(二) .....	(118)
正负迁移的教学运用 .....	(122)
分层施教的意义 .....	(127)

分层教学的基本途经·····	(129)
面向全体因材施教·····	(132)
数学分层次教学·····	(136)
数学课中的分层分类教学·····	(140)
分层次教学应处理好的六个关系·····	(144)
数学尖子的发现与教学培养·····	(147)
农村学校数学尖子的培养·····	(151)
数学教学中的中等生及其对待·····	(154)
女学生数学素质的教育与教学·····	(158)
数学上后进生形成的原因·····	(162)
数学上后进生的表现·····	(166)
数学差生的心理素质培养·····	(170)
数学差生的心理障碍及防治措施·····	(172)
激发差生学习动机的策略·····	(178)
转变数学差生的教育与教学·····	(181)
与差生的数学交流·····	(184)
数学差生的学习归因与转化·····	(189)
转化差生的困惑·····	(194)
初中数学差生的非智力障碍及转化策略·····	(196)
提高差生数学成绩的方法·····	(201)
数学差生逆反心理的预防·····	(205)
“问题解决”的提出·····	(207)
关于问题解决的研究·····	(208)
问题解决对数学教育的影响·····	(213)
对于问题解决的认识·····	(216)
问题解决的教学模式·····	(220)
问题解决教学的功能·····	(223)
“问题解决”的现实意义·····	(230)

以“问题解决”为主导的数学教育..... (232)

数学问题解决的心理分析及其培养..... (234)

数学问题解决中的思维模式..... (238)

非规范问题的教学功能..... (243)

# 中学数学教学 心理基础与问题解决教学

## 数学教学心理学的必要性和重要性

数学教学心理学成其为一门学科的必要性可以从以下三个方面来阐明：

### 1. 数学教育学的进一步分化,充分表明数学教学心理学应作为一个独立分支而存在

关于数学教育学体系的理论问题,目前还有较大的争论,其理论、观点各有千秋。1990年第2期《教育研究》杂志上发表的“数学教育学体系的整体构想”一文,较全面地列举、分析、评价了现有的数学教育学体系的理论,同时提出了他们自己的看法。但是不管是哪一种界说,它们的共同成分之一,就是有关数学教学心理方面的内容,如数学学习问题、数学思维问题。所以,从数学教育学的构成来看,数学教学心理学应作为其中的一个独立分支来认识。



## 2. 教学心理学的发展和完善,客观上要求创立数学教学心理学

我们知道,教学心理学主要集中解决两个方面的问题:一方面要把心理学的原理应用到教学实践之中,另一方面又要利用教学实践经验丰富和发展心理学理论,教学心理学所研究的这两个方面的问题都没有离开教学实践,而教学实践必然要落实到某一个具体的学科,如数学、语文、教学心理研究已充分说明了这一点。比如说要研究学生语言发展规律,就常常考虑语文、外语学科,而要研究学生的思维问题,就选择数学这门学科。因此我们可以这样认为,数学教学心理学是教学心理学的一个组成部分。

## 3. 数学教学心理研究现状,充分说明数学教学心理学成其一门独立学科的可能性

数学教学心理研究的现状是令人鼓舞的,国内、国外的研究已经比较成熟(但没有把它作为一门学科来研究)。

从国内来看,早在五、六十年代我国心理学家们就开始对数学教学进行心理方面的研究,如小学生解答算术应用题的思维过程的几何概念的掌握的研究;到了1978年以心理学家为主要力量成立了“儿童认识发展研究协作组”,该组围绕数学教学进行了大量的实验探索,他们研究了3—12岁儿童数概念和运算能力的发展;研究了儿童认识概率、交集、数列、长度、面积、体积等概念的规律等等,获得了许多成果。近几年来,数学教育工作者研究的侧重点已倾向于数学教学心理方面,其研究范围涉及到数学概念和数学命题的学习,数学思维与数学教学,数学能力问题,数学问题解决,数学教材的心理分析,等等。国内较有影响的代表作是扬州师院毛鸿翔等著的《数学教学与学习心理学》(辽宁教育出版社),该书对数学教学心理的一些问题作了深入、细致、系统的探讨。

国外的研究成果很多,苏联特别突出,专著就有好几本:敏钦斯卡娅著《算术教学心理学》(1955),孜科娃著《掌握初等几何的心理学概论》(1955),弗利德曼著《中小学数学教学心理学原理》(1983),斯涅普坎著《数学教学心理学》(1983),其中后三本均有中译本。美国和日本均有许多著作。这里有必要提一下国际数学教育心理研究小组(IGPME)的工作和成就。该组成立于1972年,其宗旨是:(1)促进数学教育心理研究信息的国际交流;(2)鼓励心理学家、数学家以及数学教师合作进行数学教育心理研究;(3)加深人们对教授和学习数学的心理方面的认识和理解。IGPME 决定每年召开一次国际数学教育心理会议。

通过深入学习心理学、教育心理学,对中学生掌握数学知识、形成数学技能、发展数学思维、培养数学能力进行了一些初步探索,笔者结合自己的科研,曾给两届本科生开设“数学教学心理学”选修课,得到学生们充分的肯定。

数学教学心理学的重要意义在于

①作为一门学科,有其自身的理论价值。数学学习究竟是一个什么样的心理过程?影响数学学习主要有哪些因素?教师怎样有效地指导学生学习数学?等等。这些问题的解决有着重大的理论意义。

②为研究儿童心理提供具体素材。

③为教学理论、课程理论提供理论基础。教学理论、课程理论,如果脱离学习心理学,其理论建设必然缺少理论基础,正如奥苏伯尔指出的:“正确的学习理论是建立教学理论的必要条件。”

④为数学教学实践提供科学依据。数学教学中,方法的选择、内容的组织乃至教学过程中的每一个环节都离不开学习心理。

## 数学教学心理学的研究对象

数学教学心理学的研究对象可以从三方面来分析:数学教学过程、数学教学目标(结果)和数学教学实践。

(1)教学是在教师的主导作用下教师与学生的共同活动。

其过程包括两个方面:

教—教师的活动:组织、指导学生的学习活动,评价学生的学习;

学—学生在教师指导下的认识即学习活动:掌握数学基础知识,形成数学技能,获得数学经验。

这两方面的关系是:教必须建立在学的基础之上。为了更有效地学与教,这门学科要研究:数学学习的一般理论,诸如数学学习的一般模式,影响数学学习的因素;数学学习的一些特殊问题,比如学习数学概念的心理过程,进行数学证明的心理分析;数学学习中的心理过程和个性心理特征;数学教学的心理学原则和策略;数学教师的心理素质 and 教学能力等等。

(2)数学教学不仅要使学生掌握数学知识,形成数学技能、获得数学经验,而且还要使学生树立数学意识,发展数学能力,形成正确的数学态度,养成良好的个性以及培养自学能力和创造性能力。因此,这门学科要研究数学教学对学生全面发展的影响。

(3)数学教学实践表明,学生在学习数学过程中常常产生大量的心理障碍,比如解算术应用题、识图、几何证明等问题中常遇到思维受阻情形。为了提高数学教学质量,广大数学教师迫切要求能从理论上解决学生学习中出现的这样一些问题。所以这门学科要对数学学习中出现的障碍进行心理分析。

综上所述,数学教学心理学要研究数学教学过程中,学生掌握

数学知识和数学技能,发展智力、形成个性的心理规律;研究数学教学与学生心理发展的相互关系;研究数学教师心理;以及教师如何有效地指导学生学学习数学。简言之,数学教学心理学就是研究学校数学学习和教授活动中的心理现象及其规律的一门学科。

## ◆数学教学心理学的研究内容

一门学科研究内容的确定,不仅要与它的研究对象、研究任务相吻合,而且要反映出科学技术的发展水平,要符合本国的实际。数学教学心理学的内容可能是:

### 1. 数学学习心理学问题

主要探讨数学教学系统中学生学习的特点和分类;过程和结果;原则和方法;理解和记忆;学习的条件和差异;影响数学学习的因素等问题。

### 2. 数学教学的心理学微观分析

(1)学生掌握数学知识的心理分析。主要是阐明学生掌握数学概念和数学命题的心理过程;数学概念和命题学习的发展;影响数学概念和命题学习的主要因素;以及如何根据这些规律进行数学概念和命题的教学。

(2)形成数学技能的心理学分析。除研究数学技能的念意、主要内容及一般形成规律外,着重探讨数学问题解决和数学证明。数学问题解决部分主要涉及到:什么是数学问题和数学问题解决?数学问题解决的心理过程如何?解决数学问题有哪些策略?影响数学问题解决的主要因素有哪些?以及如何进行数学问题解决的教学。数学证明部分主要讨论:数学证明的本质是什么?数学证明的过程怎样?数学证明有哪些策略?以及如何进

行数学证明的教学。

(3)数学思维。主要讨论数学思维的特点和结构,数学思维发展的年龄特征和个性差异,以及如何进行数学思维教学。

### 3. 数学教学的心理学宏观分析

(1)数学教学过、原则、方法、目标等方面的心理分析

(2)数学教学的测量和评定,它包括。

①数学学习的测定,阐明学习测量和评定的一般理论问题,如测量的编制技术、数据处理的方法、评定的类型、原则及要求,其中主要讨论数学学业成绩和数学态度的测量和评定。

②数学能力的测试。讨论数学能力测试的意义、类型、标准和方法,旨在构造出一个中小学生学习数学能力的模型及相应的量表。

③课堂教学评价。讨论课堂教学评价的意义、标准和具体措施。

(3)数学教师心理。探讨数学教师的职业生活,以及合格的数学教师应具备的知识结构、教学能力和心理品质。

## 课堂教学中的学习心理的培养

心理学指出:心理是感觉、知觉、思维、情感、意识、气质和个性等现象的总称,是实践的产物,所以良好的学习心理是可以通过一系列的实践活动来培养和发展的。河北石家庄一中翟建民老师介绍了在数学教学过程中培养和发展学生的学习心理的方法:

### 1. 渗透学习目的教学,培养学生自觉的学习心理

教育学指出:学习是一种有目的性的活动。心理学告诉我们:人的心理与动物的心理不同,它具有自觉性与能动性。学习目的越

清楚,自觉性与能动性就越强,心理状态越佳。这就是目的性对学习心理的指导作用。反过来,心理状态越佳,学习越自觉主动,效率就越高。这就是心理对学习的反作用。

在讲“韦达定理”一课时,不泛泛地叙述一元二次方程根与系数的关系。而是先举了两个不同类型的一元二次方程让学生求两根之和与两根之积。学生先解方程求根,然后再求两根和、两根积。在此基础上引导学生:如果用该方程一次项系数除以二次项系数看结果与该方程两根之和有什么关系?用常数项除以二次项系数看结果与该方程两根之积有什么关系?同学们发现了:一元二次方程的两个根之和等于一次项系数除以二次项系数所得商的相反数,两根之积等于常数项除以二次项系数所得的商。教师告诉同学这就是我们今天要讲的“一元二次方程根与系数的关系”即“韦达定理”。应用这个关系可以解决好多重要问题,这个定理在今后几节课乃至初三高中的学习中还经常用到。

这样安排教学使学生亲自感觉到用韦达定理求两根之和与两根之积要方便得多,特别是在教师点示了学习它的重要意义以后,学生就能感受到了学习这一课的必要性。求知的心理被激发出来,处在一种饥饿中寻找食物,黑暗中求光明的心理状态:为这节课特别是为整个韦达定理这部分内容的学习奠定了良好的基础。

## 2. 教师树立良好的教态,减少学生产生反腻心理

教态是教师在教学过程中外部与内心形象的反映,它对学生学习情绪有着直接的影响。好的教态,使学生倍感亲切。不良的教态,使学生产生紧张惧怕甚至反感的心理。教师的教态当是表情自然,谈吐大方,衣冠整洁。

美国的心理学家艾帕尔·梅拉别恩做了许多实验。最后得出这样一个公式:信息的总效率=7%的文字+38%的音调+55%的面部表情。面部表情是教态中最值得注意的,表情过于严肃,学生产生惧怕,敬而远之,这种现象初中较为普遍。教态不好或表情较差,刺激学生大脑皮层发生兴奋,中和了学生应接受的信息,产生负诱

导作用。人在选择客观事物的过程中,常常依照第一次对事物产生的情感去选择,心理学上把这种先入为主的选择情感叫做情感的依附。情感能成为鼓舞人行动的力量,教师应成为健康情感的传播者,努力提高学生的情感效能。

在我们课堂上常常会出现一些意想不到的怪现象,所以初中教师尤其要注意,不要感情冲动,以造成不良教态。有一次在数学课上一个学生出了一声怪调,引起部分同学的哄堂大笑。教师只是看了那个同学两眼,便继续讲课,课后我找到那个同学,他也承认了错误。如果教师大发肝火,必然导致教态与情感发生异常,完不成教学计划,收不到良好的教学效果。

### 3. 激励学生奋发向上,解除学生的自卑心理

中学生经历由少年到青年的转折期,他们富于理想,上进心很强,但也容易受挫折而一蹶不振。所以在教学中应采取以鼓励为主的教学方式。刺激学生上进心理的萌生,促进上进心理的发展,消除学生的自卑心理。因而,对待学生提出的简单幼稚的问题要热情回答,对错误的问题也要耐心纠正,并看到其中的正确部分,对有创见的问题要给予科学的诱导,帮助学生总结归纳,并肯定其创造精神。

有一个智力较差,平时最不爱问问题的女同学问我:“老师,经常说根据三角函数的定义,我就不知道三角函数的定义该怎么说。”教师没有责怪她,便坐下来耐心地给她讲解。最后她懂了,也乐了,如同是第一次获得了个大胜利。教师表扬她多了个勤学好问的优点,鼓励她以后有问题要及时问,后来她成了个勤学好问的好学生,学习成绩有了明显进步。如果我因为她“笨”而不耐烦帮助,也许今后她就再也不向老师发问了,一点刚萌发的学习积极性被打回去了。

### 4. 培养兴趣,强化学生的随意注意的心理

兴趣是人特有的一种心理特征,是人们从事某种工作一种良

好的情绪,著名的数学家陈景润在他还是少年时代就对他的数学老师所讲的“皇冠上的明珠”发生了极大的兴趣,并终身为之奋斗。青少年时期的伽俐略,父亲安排他学习医术,可他对数学发生了极大兴趣,常常偷偷地在医学书中夹上欧几里德几何和阿基米德数学书。

一个人对某种事物有了兴趣,就能自觉地控制自己,为之追求。

兴趣可以培养,即可以通过某种刺激来形成。例如在教学中联系实际讲讲所学知识在生产和生活中的应用,恰当的比喻,提高教学语言的趣味性,开展课外活动等都可以达到刺激学生的兴趣产生的目的。

如在平面几何教学中讲五等分圆周这一课时,为了提高学生对这节课的兴趣,在写完课题后,把事先画好的一张五角星彩图贴在教室里。不少同学对画五角星很感兴趣,可是如何才能画得又快又好呢?要想了解这个五角星是如何画出来的,学完今天这节课方法就有了。这样的导课一开始就吸引住了学生,他们迫不及待地探求问题的全部。自我控制,有意注意通过老师的几句开场白被激发出来,使四十五分钟的注意力围绕着“且听下回分解”这个露而未决的结论上来,这要比站在讲台上拍一百下“惊堂木”好的多。

总之,良好心理的形成来自符合认识规律的刺激。一个教师不仅要探索本学科的知识系统,更要努力探索完成知识系统传递中的控制论系统。去科学地培养和发展学生良好的学习心理。以达到教学的最终目标。

### 数学课堂教学最佳心态的构成与培养

学习心态是学生学习时的心理状态。数学活动不仅是“数学认知的活动”,而且也应在情感心态的参与下进行的情意活动。成



功的数学活动往往是伴随着最佳心态产生的。其原因是在最佳的心理状态下,学生的潜在智能才能充分发挥。当代中学生年龄小、思维活泼、个性强,可塑性大,自控能力差,要使他们的创造能力得以充分发挥,就必须重视最佳心态的培养,充分地尊重他们的人格与个性,平等相待,使他们在学习过程中,有一种轻松感、愉悦感、新奇感、严谨感和成就感。陕西高州中学丁志勇等老师对此分别作以论述:

### 1. 轻松感

众所周知,人在轻松的时候,大脑皮层的神经元才能形成兴奋中心,使神经细胞间传递信息的通道畅通无阻,思维也就变得迅速敏捷。这样就加速了知识的接收。贮存、加工、组合及提取的进程。知识迅速得到巩固并转化为能力。如在一次数学观摩教学中,让一位学习较好的学生板演求函数  $y = \frac{2x}{2x-1}$  值域。面对众多的陌生面孔和严肃的课堂气氛,学生产生了胆怯、怕错的心理,思想负担加重,导致思路狭窄,能力减弱,已将原式变为  $y = 1 + \frac{1}{2x-1}$ , 也无力点明函数的值域。而当天在另一班学生板演之前,鼓励学生登台板演,允许学生失误解错,立即有四位程度不同的学生同时登台板演,结果给出了如下四种各具特色的解法。

$$\text{解法 1 由 } y = \frac{2x}{2x-1} \text{ 知 } x = \frac{y}{2(y-1)},$$

$$\therefore y \neq 1. \text{ (反函数法)}$$

$$\text{解法 2 由 } y = \frac{2x}{2x-1} \text{ 变形得}$$

$$y = 1 + \frac{2x}{2x-1},$$

$$\therefore \frac{1}{2x-1} \neq 0 \quad \therefore y \neq 1. \text{ (分部法)}$$

$$\text{解法 3 由 } y = \frac{2x}{2x-1} \text{ 变形得}$$