

概率图模型

原理与技术

[美] Daphne Koller
[以色列] Nir Friedman

著

王飞跃 韩素青 译

清华大学出版社



国家自然科学基金项目支持 编号：61273294

概率图模型

原理与技术

[美] Daphne Koller
[以色列] Nir Friedman

著

王飞跃 韩素青 译

清华大学出版社
北京

内 容 简 介

概率图模型将概率论与图论相结合,是当前非常热门的一个机器学习研究方向。本书详细论述了有向图模型(又称贝叶斯网)和无向图模型(又称马尔可夫网)的表示、推理和学习问题,全面总结了人工智能这一前沿研究领域的最新进展。为了便于读者理解,书中包含了大量的定义、定理、证明、算法及其伪代码,穿插了大量的辅助材料,如示例(examples)、技巧专栏(skill boxes)、实例专栏(case study boxes)、概念专栏(concept boxes)等。另外,在第2章介绍了概率论和图论的核心知识,在附录中介绍了信息论、算法复杂性、组合优化等补充材料,为学习和运用概率图模型提供了完备的基础。

本书可作为高等学校和科研单位从事人工智能、机器学习、模式识别、信号处理等方向的学生、教师和研究人员的教材和参考书。

Daphne Koller and Nir Friedman

Probabilistic Graphical Models: Principles and Techniques

ISBN: 978-0-262-01319-2

©2009 by Massachusetts Institute of Technology

All Rights Reserved. This translation published under license.

北京市版权局著作权合同登记号 图字: 01-2011-0433

本书中文简体字版由 MIT Press 授权清华大学出版社出版。未经出版者书面许可,不得以任何方式复制或抄袭本书内容。

本书封面贴有清华大学出版社防伪标签,无标签者不得销售。

版权所有,侵权必究。侵权举报电话: 010-62782989 13701121933

图书在版编目(CIP)数据

概率图模型:原理与技术 / (美)科勒(Koller, D.), (以)弗里德曼(Friedman, N.)著;王飞跃,韩素青译.
--北京:清华大学出版社,2015

ISBN 978-7-302-37134-2

I.①概… II.①科… ②弗… ③王… ④韩… III.①概率-数学模型 IV.①O211

中国版本图书馆CIP数据核字(2014)第151206号

责任编辑:薛慧

封面设计:何凤霞

责任校对:赵丽敏

责任印制:李红英

出版发行:清华大学出版社

网 址: <http://www.tup.com.cn>, <http://www.wqbook.com>

地 址:北京清华大学学研大厦A座 邮 编:100084

社总机:010-62770175

邮 购:010-62786544

投稿与读者服务:010-62776969, c-service@tup.tsinghua.edu.cn

质量反馈:010-62772015, zhiliang@tup.tsinghua.edu.cn

印 装 者:三河市中晟雅豪印务有限公司

经 销:全国新华书店

开 本:210mm×235mm 印张:78.5 字数:1621千字

版 次:2015年3月第1版 印次:2015年3月第1次印刷

印 数:1~2000

定 价:198.00元

Preface to the Chinese Translation

I am pleased to see the publication of our book “Probabilistic Graphical Models” into Chinese. We have seen tremendous interest in China in the topics covered by this book. Many Chinese learners have written to us explaining the value of the book to their studies, and asking for a more accessible version. Chinese researchers have also played a significant role in the field, with many articles authored or co-authored by Chinese researchers emerging both from Chinese institutions and from institutions outside of China. These papers have made major contributions to the development of the field. We believe that the availability of this Chinese version will help many Chinese readers learn and master the foundations of this important topic, and that this will help further increase the ability of Chinese researchers to apply the ideas on this field and to further contribute to it.

The translation effort was led by Professor Wang Fei-Yue, supported by Professor Wang Jue and many helpers and collaborators. This effort was a 5-year project of monumental proportions, and I want to deeply thank everyone on the team who contributed to it. I would specifically like to take this opportunity to acknowledge Professor Wang Jue, a pioneer in machine learning in China. Wang Jue was a big promoter of the translation effort, and without his support, and the help of the many outstanding machine learning students who trained as his students, the project might not have reached a conclusion. Professor Wang Jue sadly died of cancer at age 66 in December 2014, and was unable to see the outcome of his work. However, his memory lives on in the work of his students, and in the publication of this work.

With best regards,
Daphne Koller

序 言

很高兴能够看到我们所著的《概率图模型》一书被翻译为中文出版。我们了解到这本书涵盖的课题已在中国引起了巨大的兴趣。已有众多中国读者写信向我们解释这本书对于他们的学习的重要性，并希望获得更易理解的版本。随着众多来自中国研究机构或国外研究机构的中国学者署名或共同署名的文章的发表，中国研究者已在概率图领域中扮演了非常重要的角色。这些文章对于概率图模型领域的发展起到了非常重要的作用。我们相信《概率图模型》中文版的出版将帮助许多中国读者学习并掌握这一重要课题的基础。同时，这也将进一步提高中国学者应用概率图模型思想的能力，并为这一领域的发展做出贡献。

本书的翻译工作由王飞跃研究员主导，并得到了王珏研究员及其众多助手和合作者的支持。这是一份历时 5 年、具有里程碑意义的努力，我深深地感谢该团队所有为本书翻译做出贡献的人员。我尤其希望借此机会感谢王珏研究员——一位中国机器学习领域的开拓者。王珏研究员是此项翻译工作的十分重要的推动者。没有他的支持，没有他的众多杰出的机器学习领域的学生的帮助，可能这项工作到现在还没有结果。很遗憾王珏研究员于 2014 年 12 月死于癌症，终年 66 岁，已不能看到他努力的结果。然而，他的思想活在他的学生们的工作中，与本书的出版同在。

Daphne Koller

(复杂系统管理与控制国家重点实验室王晓翻译)

译者序

美国斯坦福大学教授 Daphne Koller 和以色列希伯来大学教授 Nir Friedman 的专著《概率图模型：原理与技术 (Probabilistic Graphical Models: Principles and Techniques)》是机器学习和人工智能领域一部里程碑式的著作。本书内容十分丰富，作者以前所未有的广度和深度，对概率图模型这一领域的基础知识和最新进展进行了全面描述和总结。显然，这本书是对 Judea Pearl 教授关于不确定情况下贝叶斯网络推理与决策方面开创性工作之权威和重要的拓广，是本领域专家学者和研究生的最佳参考书和教科书之一。近几年来，人工智能和机器学习的研究与应用已成为全球性的科技热点，此书的出版恰当其时、正当其用，并且已产生了十分积极的影响。

将一本近 1200 页的英文原著翻译成中文，的确是一次刻骨铭心的难忘经历，有时甚至感觉自己比原著的第二作者 Friedman 更有资格被称为“烤焦的人”（英文就是 Friedman）！此书内容广博，而且作者特别善于见微知著，长篇细论，即便是单纯地读完此书亦需要坚韧的毅力，何况将其译成中文！用 Koller 自己在邮件中的话说：“这是一次英雄般的努力！”对于英文原著国内外已有许多评论，我已无需锦上添花。在此，只希望简要回顾一下自己为何如此钟情于此书以及本书五年的翻译历程，权当为序。

自提出社会计算这一新的研究领域之后，我一直试图寻求能够支撑社会计算的理论框架与解析方法。2004 年正式提出基于人工社会、计算实验和平行执行的复杂系统计算方法 ACP 框架，同时也将其作为社会计算的一般框架，因为社会计算所涉及的社会问题，显然是典型的复杂系统问题。但社会计算用于量化分析的一般解析方法是什么？在哪里？这在当时是一个首要的研究问题。自 2007 年起，作为副主编，我不断地推动《IEEE 智能系统 (IEEE Intelligent Systems)》杂志将社会计算列为主题，并先后组织了社会计算、社会学习、社交媒体、社会安全等相关专题专刊的征稿与出版，试图通过这些工作寻找完整的社会计算框架、方法及应用的学术“生态”体系。这些工作，得到了时任主编 James Hendler 教授的热情支持，他自己与 Tim Berners-Lee 还相应地提出了社会机器 (Social Machines) 的研究方向。我于 2008 年底接任主编，次年的年度编委会之后，Jim 打电话问我对 Koller 和 Friedman 的《概率图模型》的看法如何，可否在 IEEE Intelligent Systems 上组织一篇书评。但当时我并没有看过此书，因此建议由他来找人写。

2010 年春，我们实验室的王珏研究员再次让我注意此书，认为这本书会将机器学习的研究产生重要影响，建议我组织大家学习讨论，并组织人员翻译。在此情况下，我

才买了英文原版书，一看此书一千多页，比一块厚砖头还厚，当即就对能否找到时间翻译产生怀疑，表示不可能有时间从事这项工作。

然而，粗读此书后，特别是从网络搜索了相关基于概率图模型的研究论文之后，我下定决心组织人员翻译此书，并立即让正在从事相关研究的博士生周建英着手写相关综述（见周建英、王飞跃、曾大军，“分层 Dirichlet 过程及其应用综述”，自动化学报，第 37 卷 4 期，389-407, 2011）。促使我态度转变的原因主要有三点：首先，本书是按照“知识表示—学习推理—自适应决策”这一大框架组织的，与我自己的 ACP（即：人工社会/组织/系统+计算实验+平行执行）方法之主旨完全一致。显然，基于概率图的表示是人工组织建模方法的特殊形式，机器学习和相关推理是计算实验的智能化方式，而自适应决策则更是平行执行的闭环反馈化的具体实现。实际上，我一直希望把计算实验与机器学习打通，从而使统计实验方法升华并与最新的机器学习方法，特别是与集成学习(ensemble learning)结合起来。其次，概率图模型方法已在文本分类、观点分析、行为分析、舆情计算、车辆分类、交通路况分析以及智能控制上有了初步应用，这些都是我所带领的团队当时正在从事的研究及开发工作，而我正苦寻有何方法能将这些工作的基础统一起来，从而实现从基础、研究到应用的一体化整合，概率图模型为我开启了一个十分具有前景和希望的途径。唯一的缺憾，是我对此书的内容组织和写作方式有所保留，觉得虽然总体合理流畅，而且还用了“技巧框盒 (skill boxes)”、“案例框盒 (case study boxes)”、“概念框盒 (concept boxes)”等让人一目了然印象深刻的表述形式，但对一般研究人员，特别是伴随微博、微信成长起来的 QQ 新一代，此书相对难读，对某些人甚至基本无法读下去。因此，我希望通过细品此书，能够写出一本自己的书，就叫《可能图模型：原理与方法》，作为社会计算、平行方法和知识自动化的基础教材，统一我们团队学生之基本功的培育和修炼。

有了这些想法，立即付诸行动。为了尽快完成翻译，我准备尝试利用自己一直全力推动的“人肉搜索”众包形式，希望通过社会媒体号召专业和社会人士参与此次工作，也为将来此书中文版之发行打下一个良好基础，就算是一种“计算广告”和“精准投放”实习吧！首先，我在实验室组织了十多名学生参与此次工作，作为众包的“种子”；再请王珏老师给大家系统化地上课，讲解此书；希望在此基础上，再挑选一批人，进行翻译，其余的参加翻译的讨论，并将翻译讨论后的结果分布于网上，发动专业和社会人士，进行评论、修正和改进，以“众包”方式完成此书的中文翻译。王珏老师对此给予我极大地支持，并安排了他的学生韩素青和张军平等参与此次工作。

与此同时，我也开始联系此书的版权事宜。王珏老师推荐了清华大学出版社薛慧老师作为联系人，我也找到了正邀请我写作《社会计算》的 MIT 出版社的 Jane 女士，询问翻译版权事宜。Jane 立即回信，表示感兴趣，同时将回信抄送 Koller 和 Friedman，并表

示她将参加 2010 年 5 月在 Alaska 召开的 IEEE 机器人与自动化国际大会 (ICRA) 大会, 因我是 IEEE ICRA 2010 的国际程序委员会委员, 希望见面细谈。其实自己原本不想去 Alaska, 但为了尽快顺利促成此事, 我决定还是去一趟。对于此次会面, 我印象极深, 一是刚下飞机就接到国内电话, 社会计算工程团队发生重大事件, 让我十分担心; 二是刚进大会酒店 Hilton 大厅, 一眼就看到左边酒吧里同事 JM 正与一位女士坐在一起品酒交谈, JM 起身与我打招呼, 并介绍他的女伴, 原来正是 Jane! 版权事宜很顺利, Jane 说她刚开始时担心翻译质量, 因为此书很有难度, 现在放心了。而且, 对清华大学出版社也很了解, 可又担心此文的中文版权是否有繁体与简体的冲突, 因为繁体中文版权已授权一家台湾公司。对此, 我只能介绍了她与清华大学出版社薛慧直接联系, 似乎后来的版权事宜还算顺利。

没有想到的是, 接下来的翻译工作极不顺畅。参与学习班的许多同学提交的初稿可以用一个词来描述: “惨不忍睹”。错误理解、望文生义, 甚至将意思满拧, 比比皆是, 有时让人哭笑不得, 完全可以用“天马行空, 独往独来”形容。让我难以相信, 这是出自完成大学甚至硕士学业的学生之手。我一度想把这些翻译放到网上, 让大家开心一下, 或许会吸引更多的人士参与此书翻译的众包工作。但王珏和几位同事的意见完全打消了我的想法, 也使我放弃了以“众包”方式进行翻译的打算。主要原因是当时希望能趁大家还在热切期盼此书的时候出版中文版, 而众包翻译这种形式从未尝试过, 结果如何不能妄断, 万一比学生翻译的还差怎么办? 何时才能完成? 就是完成之后, 署名和其他出版问题如何解决? 最后, 决定由我主笔并组织翻译工作, 分翻译、统稿、审校、修正、清样校对五个阶段进行, 邀请实验室毕业的韩素青、张军平、周建英和杨剑以及王立威和孙仕亮等机器学习领域的一线年轻研究人员辅助。在 2012 年以前, 我只能用零星时间从事翻译工作。2011 年底的一场大病, 让我在之后有了充裕的时间和精力一边修养一边翻译修改。特别是在北京西郊与山林相伴的日日夜夜, 效率极高, 终于在 2012 年夏初初步完成了此书的翻译和统稿。

必须说明的是, 本项工作是集体努力的结果。参与人员五十余人, 多为我和王珏老师的历届学生。首先, 非常感谢韩素青博士在翻译和统稿过程付出的巨大努力和心血, 她的坚持使我打消了一度放弃此项目的想法。此外, 我团队的学生王友忠、王坤峰、王凯、叶佩军、田滨、成才、吕宜生、任延飞、孙涛、苏鹏、李叶、李林静、李泊、李晓晨、沈栋、宋东平、张柱、陈松航、陈诚、周建英、赵学亮、郝春辉、段伟、顾原、徐文聪、彭景、葛安生等参与了本书的翻译, 北京大学的王立威教授、复旦大学的张军平教授、华东师范大学的孙仕亮教授、北京工业大学的杨剑教授、公安部第三研究所的周建英博士、中国科学院自动化研究所的王坤峰博士参与了审校, 我的学生王坤峰、田滨、李叶、李泊、苟超、姚彦洁等参与了修正, 最后, 王坤峰带领我团队的学生王晓、亢文文、朱

燕燕、刘玉强、刘裕良、杨坚、陈亚冉、陈圆圆、苟超、赵一飞、段艳杰、姚彦洁等完成了清样的校对和通读，在此我向他们深表谢意。还有许多其他同学和同事在不同阶段参与了本项工作，十分感谢他们的贡献，抱歉无法在此一一具名。

在此书的翻译过程中，还得到 Koller 教授的帮助。2011 年 8 月上旬，我在旧金山的 AAI 年会上与她相见，讨论了翻译事宜。Koller 表示可以让她的两位中国学生参与翻译，我还同他们联系过，但除了几个名词和一些修正问题，并没有太劳驾其学生。Koller 提供的详细勘读表和网站信息，对我们翻译的校正很有帮助。今年四月，我赴美参加主编会议，本计划去旧金山与 Koller 见面确定翻译的最后一些细节，不想因病作罢，只能通过邮件进行。

此书的翻译还让我与斯坦福大学人工智能实验室的三位主任有了较深的来往，而且三位分别是当今世界上最成功 MOOC 网络大学 Coursera 和 Udacity 的创始人。当 Koller 因和吴恩达创办 Coursera 而辞去 AI 主任之后，Sebastian Thrun 接任，那时我恰好与他合作组织 IJCAI 2013 北京大会。2011 年他来京得知我们正在翻译《概率图模型》后，希望能翻译他的《概率机器人 (Probabilistic Robotics)》。自己虽然教授了 20 年的机器人课程，但再无精力和时间做此类工作，只能安排实验室其他研究人员承担。但是他的中文翻译版权已被转让，只好作罢。后来 Thrun 辞去斯坦福和谷歌的工作，创办 Udacity，接任实验室主任的，正是后来加入百度的吴恩达博士，十分感谢他表示愿为《概率图模型》中文版的推广而尽力。

从初春北京的西山到五月阿拉斯加的海滨，从夏雨中长沙的跨线桥到烈日下图森的仙人掌，从秋枫叶飘的旧金山到海浪冲沙的海牙，从深秋风凉的青岛石老人再回到初冬消失在雾霾里的北京高楼，本书的翻译伴我度过了五年的风风雨雨，差点成了完不成的任务 (Mission Impossible!)。今日落稿，顿觉释然，除了感谢自己的学生与同事之外，我必须特别感谢清华大学出版社的薛慧女士，感谢她在整个翻译过程中的热心和耐心。

最后，希望把本书的中文版献给王珏老师，没有他就没有本项目的开始。更重要的是，希望本书中文版的完成，能使他早日从疾病中康复！

中国科学院自动化研究所复杂系统管理与控制国家重点实验室
国防科技大学军事计算实验与平行系统技术研究中心
王飞跃

2012 年秋初记于长沙跨线桥居，2013 年初补记于北京国奥新村，2014 年初春再记于美国图森 Catalina 山居，同年深秋重记于青岛石老人海滨。

又记:

十分不幸的是，2014年12月3日传来噩耗：王珏老师因病逝世！相识相知相助21年，内心悲痛，无以言喻。特别是王珏老师生前没能看到本书中文版的正式出版，遗憾之余，深感自责。鉴于他和他学生的巨大帮助，我曾多次同他商谈，希望将他列为译者之一，但每次他都坚决拒绝；最后无奈，曾托薛慧拿着出版合同请他签字，但依然被拒绝。唯感欣慰的是，12月2日下午，在他神志清醒的最后时刻，我们见了最后一面。他去世后，当日我即电邮 Daphne Koller，告诉她先前不曾知晓的王珏老师，还有他对中国机器学习的重要贡献以及在翻译其专著过程中所起的关键作用，希望她在中文版的序言里有所表述。英文如下：

Prof. Jue Wang, a pioneer in ML in China and a research scientist in my lab, died of cancer today at age 66. He was a big promoter of your book and without his strong push behind, I might not have determined to do the translation in the first place. Many of outstanding young ML researchers in China are his former students and they have given me a huge support during the translation and proof reading of your book. So I would like you to say a few words about his effort in your preface.

可以告慰王珏老师的是，Koller 教授在其序言里恰如其分地表示了对他的贡献之衷心感谢。本书中文版的最终出版，就是对王珏老师的纪念！

2014年12月9日于北京科技会堂

致 谢

我们要感谢那些为创作本书做出贡献，以及多年以来影响了我们的工作和思想的许多人。

首先，我们想感谢我们的学生，他们通过提出恰当的问题，促使我们形成清晰准确的答案，直接导致了本书的启动和表述上的清晰。

我们曾经幸运地获益于导师 Joe Halpern 和 Stuart Russell，他们对我们成为研究者和教师起到重大影响。我们对概率模型的许多核心观点受到 Judea Pearl 的影响。Judea 通过有说服力的作品和鲜明生动的陈述，启发了我们和同时代的许多研究者投入对该领域的研究。

许多人通过与我们的交谈，帮助我们透彻思考了本书中一些更困难的概念。这些人包括 Nando de Freitas、Gal Elidan、Dan Geiger、Amir Globerson、Uri Lerner、Chris Meek、David Sontag、Yair Weiss 和 Ramin Zabih。另一些人通过这些年的交流与合作，影响了我们的思想和书中材料的呈现。他们是 Pieter Abbeel、Jeff Bilmes、Craig Boutilier、Moises Goldszmidt、Carlos Guestrin、David Heckerman、Eric Horvitz、Tommi Jaakkola、Michael Jordan、Kevin Murphy、Andrew Ng、Ben Taskar 和 Sebastian Thrun。

我们尤其感谢 Gal Elidan，在写作本书的漫长岁月中，他在许多关键时刻提供了持续鼓励、宝贵反馈和后勤保障。

在写作本书的过程中，许多人提供了深刻见解，参与了有启发性的讨论，给予了宝贵的反馈意见。我们不可能逐一感谢做出这些贡献的所有人，但是，我们要向那些阅读本书部分章节并给予详细反馈的人明确表达我们的谢意，他们是 Rahul Biswas、James Cussens、James Diebel、Yoni Donner、Tal ElHay、Gal Elidan、Stanislav Funiak、Amir Globerson、Russ Greiner、Carlos Guestrin、Tim Heilman、Jeremy Heitz、Maureen Hillenmeyer、Ariel Jaimovich、Tommy Kaplan、Jonathan Laserson、Ken Levine、Brian Milch、Kevin Murphy、Ben Packer、Ronald Parr、Dana Pe'er 和 Christian Shelton。

我们要深深感谢以下这些人，他们提供了具体的文本和图表，主要是案例研究和概念专栏，如果缺少这些材料，本书将变得索然无味。他们是 Gal Elidan（第 11、18、19 章）、Stephen Gould（第 4、13 章）、Vladimir Jojic（第 12 章）、Jonathan Laserson（第 19 章）、Uri Lerner（第 14 章）、Andrew McCallum 和 Charles Sutton（第 4 章）、Brian Milch（第 6 章）、Kevin Murphy（第 15 章）、Benjamin Packer（书中的许多习题）。另外，非常感谢 Amir Globerson、David Sontag 和 Yair Weiss，他们的深刻见解为第 13 章的材料形成发挥了关键的作用。

特别要感谢麻省理工学院出版社的 Bob Prior，他说服我们继续这项工作；面对反复出现的延迟，他表现出持续的支持、热情和耐心。感谢封面编辑 Greg McNamee 和美工 Mary Reilly，他们的工作使本书大为增色。感谢 Chris Manning，他允许我们使用他的 Latex 软件排版本书，并提供了使用方法的有用建议。感谢 Miles Davis 提供了十分宝贵的技术支持。

我们要感谢许多同事，他们使用本书的草稿进行教学，热情地提供反馈，鼓励我们继续这项看似遥遥无期的工作。我们要特别感谢 Sebastian Thrun，他的执着激励着我们为本书设置一个期限并最终完成了写作。

我们还要感谢斯坦福大学 DAGS 组和希伯来大学计算生物组的所有成员，他们中的许多人贡献了深刻的见解和有用的评论。我们特别感谢他们宽容我们为这本书花费了太多的时间。

最后，没有谁比我们的家人——Natalie Anna Koller Avida、Maya Rika Koller Avida 和 Dan Avida；Lior、Roy 和 Yael Friedman——更值得感谢，感谢他们持久的爱、支持和耐心，特别是当他们看到我们为完成本书而在晚上和周末工作的时候。没有你们，我们永远完成不了这项工作。

目 录

致谢	29
插图目录	31
算法目录	39
专栏目录	41
第 1 章 引言	1
1.1 动机	1
1.2 结构化概率模型	2
1.2.1 概率图模型	3
1.2.2 表示、推理、学习	5
1.3 概述和路线图	6
1.3.1 各章的概述	6
1.3.2 读者指南	9
1.3.3 与其他学科的联系	10
1.4 历史注记	12
第 2 章 基础知识	15
2.1 概率论	15
2.1.1 概率分布	15
2.1.2 概率中的基本概念	17
2.1.3 随机变量与联合分布	19
2.1.4 独立性与条件独立性	22
2.1.5 查询一个分布	25
2.1.6 连续空间	27
2.1.7 期望与方差	30
2.2 图	33
2.2.1 节点与边	33

2.2.2	子图.....	34
2.2.3	路径与迹.....	35
2.2.4	圈与环.....	36
2.3	相关文献.....	37
2.4	习题.....	38

第 I 部分 表 示

第 3 章	贝叶斯网表示.....	45
3.1	独立性性质的利用.....	45
3.1.1	随机变量的独立性.....	45
3.1.2	条件参数化方法.....	46
3.1.3	朴素贝叶斯模型.....	48
3.2	贝叶斯网.....	51
3.2.1	学生示例回顾.....	51
3.2.2	贝叶斯网的基本独立性.....	55
3.2.3	图与分布.....	59
3.3	图中的独立性.....	68
3.3.1	d-分离.....	68
3.3.2	可靠性与完备性.....	71
3.3.3	d-分离算法.....	73
3.3.4	I-等价.....	75
3.4	从分布到图.....	77
3.4.1	最小 I-map.....	78
3.4.2	P-map.....	80
3.4.3	发现 P-map*.....	82
3.5	小结.....	91
3.6	相关文献.....	92
3.7	习题.....	95
第 4 章	无向图模型.....	103
4.1	误解示例.....	103
4.2	参数化.....	106
4.2.1	因子.....	106
4.2.2	吉布斯分布与马尔可夫网.....	107

4.2.3	简化的马尔可夫网	110
4.3	马尔可夫网的独立性	113
4.3.1	基本独立性	113
4.3.2	独立性回顾	116
4.3.3	从分布到图	119
4.4	参数化回顾	121
4.4.1	细粒度参数化方法	121
4.4.2	过参数化	127
4.5	贝叶斯网与马尔可夫网	132
4.5.1	从贝叶斯网到马尔可夫网	132
4.5.2	从马尔可夫网到贝叶斯网	136
4.5.3	弦图	138
4.6	部分有向模型	140
4.6.1	条件随机场	141
4.6.2	链图模型*	146
4.7	总结与讨论	149
4.8	相关文献	150
4.9	习题	151
第 5 章	局部概率模型	155
5.1	CPD 表	155
5.2	确定性 CPD	156
5.2.1	表示	156
5.2.2	独立性	157
5.3	特定上下文 CPD	160
5.3.1	表示	160
5.3.2	独立性	168
5.4	因果影响的独立性	172
5.4.1	Noisy-or 模型	172
5.4.2	广义线性模型	175
5.4.3	一般公式化表示	179
5.4.4	独立性	180
5.5	连续变量	181
5.5.1	混合模型	185

5.6	条件贝叶斯网	187
5.7	总结	189
5.8	相关文献	189
5.9	习题	191
第 6 章	基于模板的表示	195
6.1	引言	195
6.2	时序模型	196
6.2.1	基本假设	196
6.2.2	动态贝叶斯网	198
6.2.3	状态-观测模型	203
6.3	模板变量与模板因子	208
6.4	对象-关系领域的有向概率模型	211
6.4.1	Plate 模型	211
6.4.2	概率关系模型	217
6.5	无向表示	223
6.6	结构不确定性*	227
6.6.1	关系不确定性	227
6.6.2	对象不确定性	230
6.7	小结	235
6.8	相关文献	236
6.9	习题	237
第 7 章	高斯网络模型	241
7.1	多元高斯分布	241
7.1.1	基本参数化方法	241
7.1.2	高斯分布的运算	243
7.1.3	高斯分布的独立性	244
7.2	高斯贝叶斯网	245
7.3	高斯马尔可夫随机场	248
7.4	小结	251
7.5	相关文献	251
7.6	习题	252

第 8 章 指数族	255
8.1 引言	255
8.2 指数族	255
8.2.1 线性指数族	257
8.3 因式化的指数族 (factored exponential families)	260
8.3.1 乘积分布 (product distributions)	260
8.3.2 贝叶斯网	261
8.4 熵和相对熵	263
8.4.1 熵	263
8.4.2 相对熵	266
8.5 投影	267
8.5.1 比较	268
8.5.2 M-投影	270
8.5.3 I-投影	275
8.6 小结	275
8.7 相关文献	276
8.8 习题	276

第 II 部分 推 理

第 9 章 精确推理：变量消除	281
9.1 复杂性分析	281
9.1.1 精确推理分析	282
9.1.2 近似推理分析	284
9.2 变量消除：基本思路	286
9.3 变量消除	290
9.3.1 基本消除	290
9.3.2 证据处理	295
9.4 复杂度与图结构：变量消除	298
9.4.1 简单分析	298
9.4.2 图论分析	299
9.4.3 寻找消除顺序*	302
9.5 条件作用*	308
9.5.1 条件作用算法	308
9.5.2 条件作用与变量消除	309