



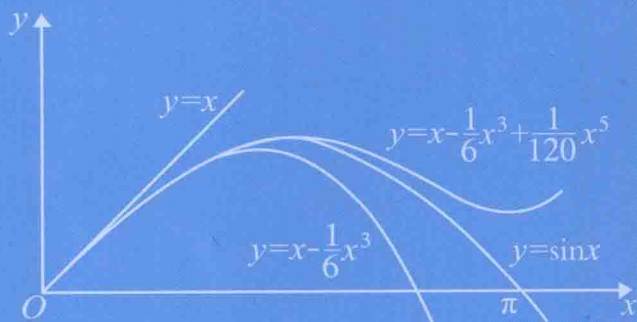
普通高等教育“十二五”规划教材
新世纪新理念高等院校数学教学改革与教材建设精品教材

丛书主编：朱长江 彭双阶
执行主编：何 穗

高等数学 (生化类)

GAODENG SHUXUE (SHENGHUALEI)

李书刚 王成营 代晋军◎主编



普通高等教育“十二五”规划教材
新世纪新理念高等院校数学教学改革与教材建设精品教材

高等数学(生化类)

主 编:李书刚 王成营 代晋军

华中师范大学出版社

内 容 提 要

本书是作者在总结多年一线教学经验的基础上编写的一本高等数学教材,内容主要包括函数、极限与连续、导数与微分、中值定理与导数的应用、不定积分、定积分及其应用、向量代数与空间解析几何、多元函数微积分、微分方程、数学实验。

本书可作为普通高等院校生化类专业的高等数学教材,也可作为高等数学学时较少的其他专业的高等数学教材,还可作为职业大学、成人夜大、自考考试、考研的复习用书。

新出图证(鄂)字 10 号

图书在版编目(CIP)数据

高等数学(生化类)/李书刚 王成营 代晋军 主编. —武汉:华中师范大学出版社,2014.6
(普通高等教育“十二五”规划教材/新世纪新理念高等院校数学教学改革与教材建设精品教材)

ISBN 978-7-5622-6085-1

I. ①高… II. ①李… ②王… ③代… III. ①高等数学—高等学校—教材 IV. ①O13

中国版本图书馆 CIP 数据核字(2013)第 099029 号

高等数学(生化类)

©李书刚 王成营 代晋军 主编

编辑室:第二编辑室

责任编辑:陈 梅 袁正科

出版发行:华中师范大学出版社

社址:湖北省武汉市珞喻路 152 号

销售电话:027-67863426/67863280(发行部)

网址:<http://www.ccnpublish.com>

印刷:湖北新华印务有限公司

开本:787 mm×1092 mm 1/16

版次:2014 年 6 月第 1 版

印数:1—3000

电话:027-67867362

责任校对:易 雯

邮编:430079

027-67861321(邮购) 027-67863291(传真)

电子信箱:hscbs@public.wh.hb.cn

督印:章光琼

印张:21

印次:2014 年 6 月第 1 次印刷

定价:39.80 元

封面设计:胡 灿

字数:473 千字

欢迎上网查询、购书

敬告读者:欢迎举报盗版,请拨打举报电话 027-67861321

普通高等教育“十二五”规划教材
新世纪新理念高等院校数学教学改革与教材建设精品教材

丛书编写委员会

丛书主编:朱长江 彭双阶

执行主编:何 穗

编 委:(以姓氏笔画为序)

王成勇(湖北文理学院)

左可正(湖北师范学院)

刘宏伟(华中师范大学)

朱玉明(荆楚理工学院)

肖建海(湖北工程学院)

陈生安(湖北科技学院)

沈忠环(三峡大学)

张 青(黄冈师范学院)

陈国华(湖南人文科技学院)

邹庭荣(华中农业大学)

赵临龙(安康学院)

梅汇海(湖北第二师范学院)

丛书总序

未来社会是信息化的社会,以多媒体技术和网络技术为核心的信息技术正在飞速发展,信息技术正以惊人的速度渗透到教育领域中,正推动着教育教学的深刻变革。在积极应对信息化社会的过程中,我们的教育思想、教育理念、教学内容、教学方法与手段以及学习方式等方面已不知不觉地发生了深刻的变革。

现代数学不仅是一种精密的思想方法、一种技术手段,更是一个有着丰富内容和不断向前发展的知识体系。《国家中长期教育改革和发展规划纲要(2010—2020年)》指明了未来十年高等教育的发展目标:“全面提高高等教育质量”、“提高人才培养质量”、“提升科学研究水平”、“增强社会服务能力”、“优化结构办出特色”。这些目标的实现,有赖于各高校进一步推进数学教学改革步伐,借鉴先进的经验,构建自己的特色。而数学作为一个基础性的专业,承担着培养高素质人才的重要作用。因此,新形势下高等院校数学教学改革的方向、具体实施方案以及与此相关的教材建设等问题,不仅是值得关注的,更是一个具有现实意义和实践价值的课题。

为推进教学改革的进一步深化,加强各高校教学经验的广泛交流,构建高校数学院系的合作平台,华中师范大学数学与统计学学院和华中师范大学出版社充分发挥各自的优势,由华中师范大学数学与统计学学院发起,诚邀华中和周边地区部分颇具影响力的高等院校,面向全国共同开发这套“新世纪新理念高等院校数学系列精品教材”,并委托华中师范大学出版社组织、协调和出版。我们希望,这套教材能够进一步推动全国教育事业和教学改革的蓬勃兴盛,切实体现出教学改革的需要和新理念的贯彻落实。

总体看来,这套教材充分体现了高等学校数学教学改革提出的新理念、新方法、新形式。如目前各高等学校数学教学中普遍推广的研究型教学,要求教师少

讲、精讲,重点讲思路、讲方法,鼓励学生的探究式自主学习,教师的角色也从原来完全主导课堂的讲授者转变为学生自主学习的推动者、辅导者,学生转变为教学活动的真正主体等。而传统的教材完全依赖教师课堂讲授、将主要任务交给任课教师完成、学生依靠大量的被动练习应对考试等特点已不能满足这种新教学改革的推进。如果再叠加脱离时空限制的网络在线教学等教学方式带来的巨大挑战,传统教材甚至已成为教学改革的严重制约因素。

基于此,我们这套教材在编写的过程中注重突出以下几个方面的特点:

一是以问题为导向、引导研究性学习。教材致力于以学生解决实际的数学问题、运用所学的数学知识解决实际生活问题为导向,设置大量的研讨性、探索性、应用性问题,鼓励学生在教师的辅导、指导下于课内课外自主学习、探究、应用,以加深对所学数学知识的理解、反思,提高其实际应用能力。

二是内容精选、逻辑清晰。整套教材在各位专家充分研讨的基础上,对课堂教学内容进一步精炼浓缩,以应对课堂教学时间、教师讲授时间压缩等方面的变革;与此同时,教材还在各教学内容的结构安排方面下了很大的工夫,使教材的内容逻辑更清晰,便于教师讲授和学生自主学习。

三是通俗易懂、便于自学。为了满足当前大学生自主学习的要求,我们在教材编写的过程中,要求各教材的语言生动化、案例更切合生活实际且趣味化,如通过借助数表、图形等将抽象的概念用具体、直观的形式表达,用实例和示例加深对概念、方法的理解,尽可能让枯燥、繁琐的数学概念、数理演绎过程通俗化,降低学生自主学习的难度。

当然,教学改革的快速推进不断对教材提出新的要求,同时也受限于我们的水平,这套教材可能离我们理想的目标还有一段距离,敬请各位教师,特别是当前教学改革后已转变为教学活动“主体”的广大学子们提出宝贵的意见!

朱长江

于武昌桂子山

2013年7月

前 言

本教材是为生物、化学等专业的大学一年级新生学习高等数学而编写的。内容主要包括函数、极限与连续、导数与微分、中值定理与导数的应用、不定积分、定积分及其应用、向量代数与空间解析几何、多元函数微积分、微分方程和数学实验。

本教材的编写充分考虑了生物和化学专业的高等数学教学需要,内容安排也符合全国研究生招生考试大纲数学(二)的要求,并且在每章复习题中编入了大量考研真题。增加了数学实验,对培养学生的动手能力十分有益。本书内容的编排融合了编者多年的教学经验,亦充分考虑到学生在学习这门课时可能遇到的困难,尽可能地做到在内容的安排上切合学生的实际,便于教学和自学。本教材还可以作为考研数学复习用书。

本教材的编写与出版得到了华中师范大学数学与统计学学院、湖北工程学院数学与统计学院、华中师范大学出版社领导的亲切指导与大力支持,具体执笔情况为:第1~3章由王成营编写,第4~5章由代晋军编写,第6~9章由李书刚编写,全书由李书刚统稿。

尽管在编写过程中我们做出了较大的努力,但由于编者水平有限,书中难免会存在疏漏和不妥之处,欢迎广大师生批评指正。

编者

2013年8月

目 录

第 1 章 函数、极限与连续	1
1.1 集合与映射	1
1.1.1 集合、区间与邻域	1
1.1.2 映射	4
1.1.3 逆映射与复合映射	5
习题 1.1	6
1.2 函数	6
1.2.1 函数的概念	7
1.2.2 函数的基本性质	10
1.2.3 函数的运算	13
1.2.4 初等函数	15
习题 1.2	15
1.3 数列的极限	16
1.3.1 引例——极限的由来	16
1.3.2 数列极限的定义	18
习题 1.3	21
1.4 函数的极限	22
1.4.1 函数极限的基本类型	22
1.4.2 自变量趋于无穷大时函数的极限	22
1.4.3 自变量趋于有限值时函数的极限	23
1.4.4 函数极限的性质	25
习题 1.4	27
1.5 无穷小与无穷大	27
1.5.1 无穷小	27
1.5.2 无穷小的比较	29

2 高等数学(生化类)

1.5.3 无穷大	30
习题 1.5	31
1.6 极限的运算法则	31
1.6.1 函数极限的四则运算法则	31
1.6.2 复合函数的极限运算法则	34
习题 1.6	34
1.7 极限存在准则与两个重要极限	35
1.7.1 夹逼准则与 $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin x}{x} = 1$	35
1.7.2 单调有界收敛准则与 $\lim_{x \rightarrow \infty} \left(1 + \frac{1}{x}\right)^x = e$	37
习题 1.7	39
1.8 函数的连续性	40
1.8.1 函数连续性的概念	40
1.8.2 函数的间断点	41
1.8.3 连续函数的运算性质	44
1.8.4 初等函数的连续性	44
习题 1.8	45
1.9 闭区间上连续函数的性质	46
1.9.1 有界性与最大最小值定理	46
1.9.2 零点定理与介值定理	47
习题 1.9	48
复习题 1	48
第 2 章 导数与微分	53
2.1 导数概念	53
2.1.1 引例	53
2.1.2 导数的定义	54
2.1.3 导数的几何意义	56
2.1.4 函数可导性与连续性的关系	57
习题 2.1	57
2.2 求导法则与基本初等函数的求导公式	58
2.2.1 函数和、差、积、商的求导法则	58
2.2.2 反函数的求导法则	59

2.2.3 复合函数的求导法则	60
2.2.4 基本求导法则与导数公式	61
习题 2.2	62
2.3 高阶导数	62
2.3.1 高阶导数的定义	63
2.3.2 高阶导数的求法	63
习题 2.3	65
2.4 隐函数及由参数方程所确定的函数的导数	66
2.4.1 隐函数的导数	66
2.4.2 由参数方程所确定的函数的导数	68
习题 2.4	69
2.5 函数的微分	70
2.5.1 微分的定义	70
2.5.2 微分的几何意义	71
2.5.3 基本初等函数的微分公式与微分法则	72
2.5.4 微分在近似计算中的应用	73
习题 2.5	75
复习题 2	75
第 3 章 中值定理与导数的应用	80
3.1 中值定理	80
3.1.1 费马(Fermat)引理	80
3.1.2 罗尔(Rolle)定理	80
3.1.3 拉格朗日(Lagrange)中值定理	81
3.1.4 柯西(Cauchy)中值定理	84
3.1.5 泰勒(Taylor)中值定理	84
习题 3.1	88
3.2 洛必达法则	89
3.2.1 $\frac{0}{0}$ (或 $\frac{\infty}{\infty}$) 型未定式极限的求法	89
3.2.2 可以转化为 $\frac{0}{0}$ 或 $\frac{\infty}{\infty}$ 型未定式极限的求法	91
习题 3.2	92
3.3 导数在研究函数性态中的应用	93

4 高等数学(生化类)

3.3.1 函数的单调性与单调区间	93
3.3.2 曲线的凹凸性与拐点	95
3.3.3 函数的极值(最值)与极值点(最值点)	97
3.3.4 函数图形的描绘	100
习题 3.3	101
3.4 导数在解决实际问题中的应用	102
3.4.1 应用导数求解实际生活和生产中的最大值与最小值问题	102
3.4.2 应用导数研究曲线的弯曲程度——曲率	103
3.4.3 应用导数研究各种变化率问题	106
习题 3.4	107
复习题 3	107
第 4 章 不定积分	112
4.1 不定积分的概念与性质	112
4.1.1 原函数与不定积分的概念	112
4.1.2 不定积分的性质	116
4.1.3 基本积分表	116
习题 4.1	118
4.2 换元积分法	119
4.2.1 第一换元法	119
4.2.2 第二换元法	123
习题 4.2	128
4.3 分部积分法	129
习题 4.3	134
4.4 有理函数的积分	135
4.4.1 有理函数的积分	135
4.4.2 可化为有理函数的积分举例	137
4.4.3 积分表的使用	139
习题 4.4	140
复习题 4	141
第 5 章 定积分及其应用	143
5.1 定积分的概念与性质	143
5.1.1 引例	143

5.1.2 定积分的定义	145
5.1.3 定积分的性质	146
习题 5.1	149
5.2 微积分基本公式	150
习题 5.2	153
5.3 定积分的换元法和分部积分法	154
5.3.1 定积分的换元法	154
5.3.2 定积分的分部积分法	159
习题 5.3	161
5.4 反常积分	162
5.4.1 无穷限的反常积分	162
5.4.2 无界函数的反常积分	164
习题 5.4	166
5.5 定积分在几何学上的应用	167
5.5.1 定积分的元素法	167
5.5.2 平面图形的面积	168
5.5.3 体积	171
5.5.4 平面曲线的弧长	173
习题 5.5	176
5.6 定积分在物理学上的应用	177
习题 5.6	181
复习题 5	182
第 6 章 向量代数与空间解析几何	189
6.1 向量及其线性运算	189
6.1.1 向量概念	189
6.1.2 向量的线性运算	189
6.1.3 空间直角坐标系	191
6.1.4 利用坐标作向量的线性运算	192
6.1.5 向量的模、方向角、投影	194
习题 6.1	196
6.2 数量积、向量积、混合积	196
6.2.1 两向量的数量积	196

6 高等数学(生化类)

6.2.2 两向量的向量积	198
6.2.3 向量的混合积	200
习题 6.2	201
6.3 平面及其方程	202
6.3.1 平面的点法式方程	202
6.3.2 平面的一般方程	203
6.3.3 两平面的夹角	204
习题 6.3	206
6.4 空间直线及其方程	206
6.4.1 空间直线的对称式方程和参数方程	206
6.4.2 空间直线的一般方程	207
6.4.3 两直线的夹角	208
6.4.4 直线与平面的夹角	208
习题 6.4	209
6.5 曲面及其方程	210
6.5.1 曲面方程的概念	210
6.5.2 柱面	211
6.5.3 旋转曲面	212
6.5.4 二次曲面	213
习题 6.5	217
6.6 空间曲线	218
6.6.1 空间曲线的一般方程	218
6.6.2 空间曲线的参数方程	219
6.6.3 空间曲线在坐标面上的投影	220
习题 6.6	221
复习题 6	221
第 7 章 多元函数微积分	223
7.1 多元函数的基本概念	223
7.1.1 多元函数的概念	223
7.1.2 二元函数的图形	224
7.1.3 二元函数的极限与连续	225
习题 7.1	227

7.2 偏导数	227
7.2.1 偏导数的定义	227
7.2.2 高阶偏导数	229
习题 7.2	230
7.3 全微分	231
7.3.1 全微分的概念	231
7.3.2 全微分在近似计算中的应用	233
习题 7.3	233
7.4 多元复合函数的求导法则	234
习题 7.4	238
7.5 隐函数的求导公式	238
习题 7.5	242
7.6 多元函数微分法在几何上的应用	242
7.6.1 空间曲线的切线与法平面	242
7.6.2 曲面的切平面与法线	247
习题 7.6	249
7.7 多元函数的极值	249
7.7.1 二元函数的极值	249
7.7.2 条件极值	252
习题 7.7	254
7.8 二重积分的概念和性质	255
7.8.1 二重积分的概念	255
7.8.2 二重积分的性质	257
习题 7.8	258
7.9 二重积分的计算法	258
7.9.1 利用直角坐标计算二重积分	258
7.9.2 利用极坐标计算二重积分	262
习题 7.9	265
7.10 重积分的应用	265
7.10.1 曲面的面积	266
7.10.2 质心	267
习题 7.10	268
复习题 7	268

第 8 章 微分方程	272
8.1 微分方程的基本概念	272
习题 8.1	274
8.2 可分离变量的微分方程、齐次方程	275
8.2.1 可分离变量的微分方程	275
8.2.2 齐次方程	276
习题 8.2	278
8.3 一阶线性微分方程	279
习题 8.3	281
8.4 可降阶的高阶微分方程	282
8.4.1 $y^{(n)}=f(x)$ 型的微分方程	282
8.4.2 $y''=f(x, y')$ 型的微分方程	282
8.4.3 $y''=f(y, y')$ 型的微分方程	284
习题 8.4	285
8.5 线性微分方程解的结构	286
习题 8.5	288
8.6 二阶常系数齐次线性微分方程	288
8.6.1 二阶常系数齐次线性微分方程及其解法	289
8.6.2 n 阶常系数齐次线性微分方程及其解法	291
习题 8.6	292
8.7 二阶常系数非齐次线性微分方程	292
8.7.1 $f(x)=P_m(x)e^{\lambda x}$ 型	292
8.7.2 $f(x)=e^{\lambda x}[P_l(x)\cos\omega x+P_n(x)\sin\omega x]$ 型	294
习题 8.7	295
复习题 8	295
第 9 章 数学实验	298
9.1 Mathematica 软件简介	298
9.2 函数性态研究	303
9.3 方程的近似解	306
9.4 圆周率 π 的计算	309
附录 基本积分表	312

第 1 章

函数、极限与连续

函数是数学中最重要的基本概念之一,是现实世界中事物之间的普遍联系在数学中的反映,也是高等数学主要的研究对象。函数关系反映了变量之间的依赖关系,而极限方法是研究变量和函数的一种基本方法。因此,掌握函数概念和极限方法对于学好高等数学十分重要。本章将介绍集合、函数、极限和函数的连续性等高等数学的基本概念以及它们的性质。

1.1 集合与映射

1.1.1 集合、区间与邻域

1. 集合

研究任何事物都需要首先将该事物同其他事物区分开来,所以将事物划分为不同的集合是任何科学研究的前提和基础,因而也是数学的基础。

一般地,把具有某种确定性质的事物的总体称为集合,简称集。集合中的每一个事物称为该集合的元素。一般用大写英文字母(如 A, B 等)表示集合,用小写英文字母(如 a, b 等)表示元素。

对于集合,应注意以下几个方面:

(1)“确定性”是组成一个集合的事物所必须满足的条件。任何一个事物,或者具有这一性质,或者不具有这一性质,二者必具其一。

(2)“事物”或者“元素”代表了可以确认的属于该集合的所有对象。

(3)“总体”是对事物进行分类的必然要求,它强调具有某种特定性质的事物都必须在这个集合中,不能有遗漏。要研究某一类事物时,只要研究这个集合就可以了。

(4)一般还规定集合中的元素各不相同(互异性),没有先后顺序(无序性)。

元素与集合的关系即属于与不属于,分别记作 $\in$ 与 $\notin$;如果元素 a 是集合 A 的元素,则称 a 属于 A ,记作 $a \in A$;如果元素 a 不是集合 A 的元素,则称 a 不属于 A ,记作 $a \notin A$ 。

为了方便起见,我们往往把研究某一问题时所考虑的对象的全集称为全集,记作 I 。把不含有任何研究对象(元素)的集合称为空集,记作 $\emptyset$ 。全集 I 中所有不属于子集 A 的元素组成的集合,通常称为 A 的补集,记作 A^c 或者 $I \setminus A$ 。

如果集合 A 的元素都是集合 B 的元素,则称 A 是 B 的子集,记作 $A \subset B$ (读作 A 包含于 B)或 $B \supset A$ (读作 B 包含 A)。

如果集合 A 与集合 B 互为子集,即 $A \subset B$ 且 $B \supset A$,则称集合 A 与集合 B 相等,记作 $A = B$ 。显然 $A = B$ 等价于 $A \subset B$ 且 $B \subset A$ 。

若集合 A 是集合 B 的子集,并且 B 中至少有一个元素不属于 A ,则称 A 是 B 的真子

集,记作 $A \subseteq B$,显然空集 $\varnothing$ 是任何集合的子集,也是任何非空集合的真子集。

根据集合中元素的数量不同,集合又可分为有限集和无限集:由有限个元素组成的集合称为有限集;由无穷多个元素组成的集合称为无限集。

如果没有特殊说明,本书中所说的数都是实数。全体实数的集合记作 $\mathbf{R}$,全体有理数的集合记作 $\mathbf{Q}$,全体整数的集合记作 $\mathbf{Z}$,全体自然数的集合记作 $\mathbf{N}$,显然 $\mathbf{N} \subset \mathbf{Z} \subset \mathbf{Q} \subset \mathbf{R}$ 。如果在表示数集的字母的右上角添加“+”或“-”,可以表示该数集中相对应的特定的子集。例如, $\mathbf{R}^+$ 表示全体正实数的集合, $\mathbf{Z}^-$ 表示全体负整数的集合。平面内所有点的集合记作 $\mathbf{R}^2$,空间内所有点的集合记作 $\mathbf{R}^3$ 。

表示集合的方法通常有两种:

(1) 列举法,就是把集合的全体元素一一列举在大括号中表示集合。例如,小明及其父母的身高这三个测量数据组成的集合就可以表示为

$$A = \{1.22, 1.87, 1.68\}.$$

(2) 描述法,就是在大括号中先选择一个变量作为元素的代表,然后再描述出变量的某种特征,并将二者用竖线隔开的表示方法。例如,由方程 $x^2 + y^2 = 1$ 确定的单位圆上的点的集合可以表示为

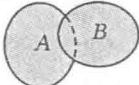
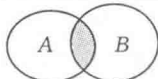
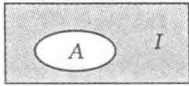
$$M = \{(x, y) \mid x^2 + y^2 = 1\}.$$

有时我们也可以利用已知集合来表示新的集合,这种方式通常称为集合的运算。

集合的运算主要包括并(集)、交(集)、差(集)、补集或余(集)、直积(集)。这五种集合运算的名称、含义、图示如表 1-1 所示。

除集合的差运算与直积运算外,集合运算的性质、法则、方法等知识在中学已经学习过,而且在高等数学学习中的应用较少,因此不再赘述,有兴趣的读者可参考其他书籍。

表 1-1 集合的运算

名称	含义	图示
并(集)	$A \cup B = \{x \mid x \in A \text{ 或 } x \in B\}$ (集合 A 与集合 B 中的所有元素组成的新集合)	
交(集)	$A \cap B = \{x \mid x \in A \text{ 且 } x \in B\}$ (集合 A 与集合 B 中的公共元素组成的新集合)	
差(集)	$A \setminus B = \{x \mid x \in A \text{ 且 } x \notin B\}$ (在集合 A 中且不在集合 B 中的元素组成的新集合)	
补(集) 或余(集)	$A^c = \{x \mid x \in I \text{ 且 } x \notin A\} = I \setminus A$ (所有 I 内不属于 A 的元素组成的新集合)	
直积(集)	$A \times B = \{(x, y) \mid x \in A \text{ 且 } y \in B\}$ (分别取自集合 A 与集合 B 的有序元素对组成的新集合) 当 $A = [a, b], B = [c, d]$ 时, $A \times B$ 表示一个矩形区域。	