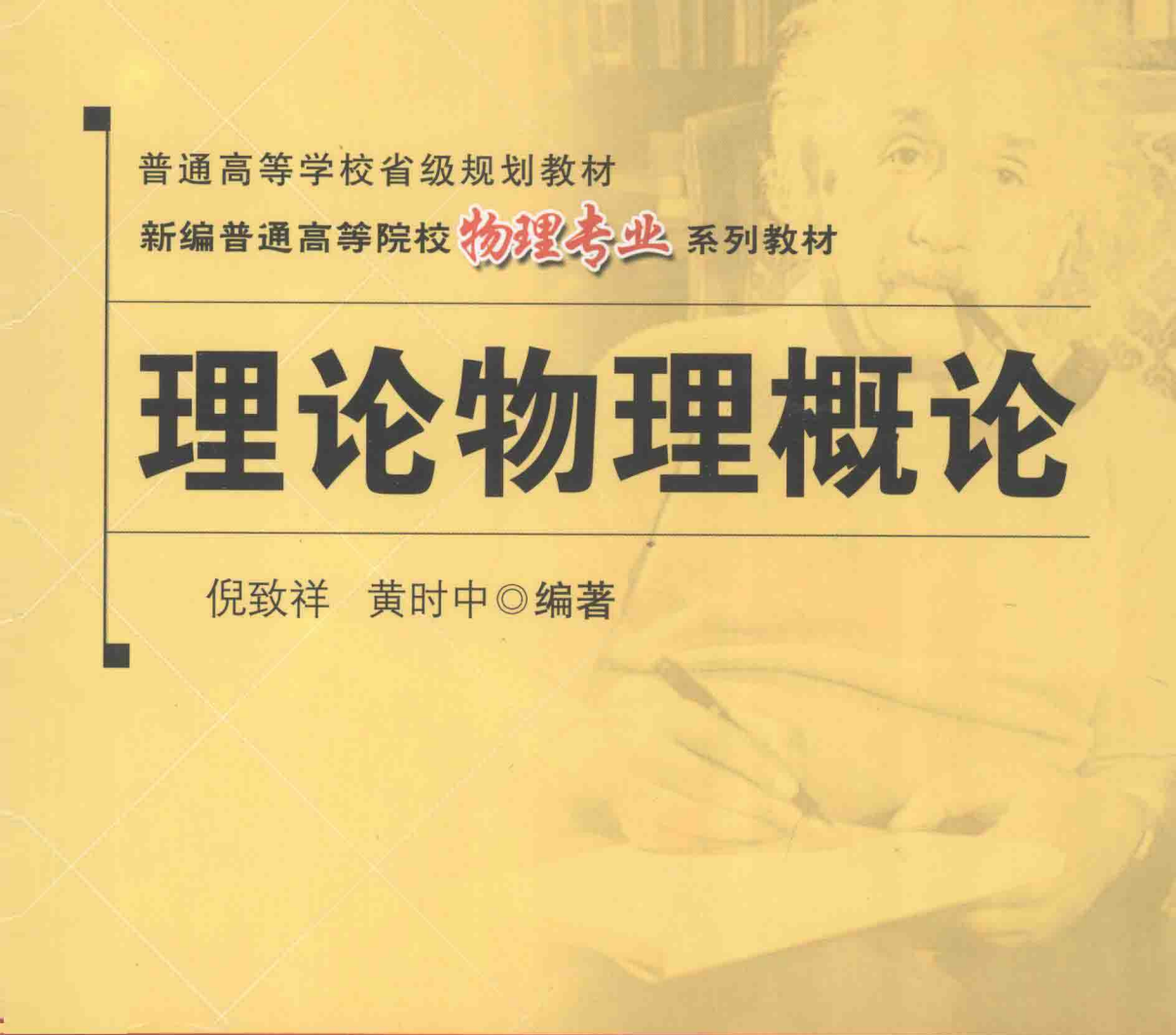




普通高等学校省级规划教材

新编普通高等院校**物理专业**系列教材

理论物理概论

倪致祥 黄时中◎编著

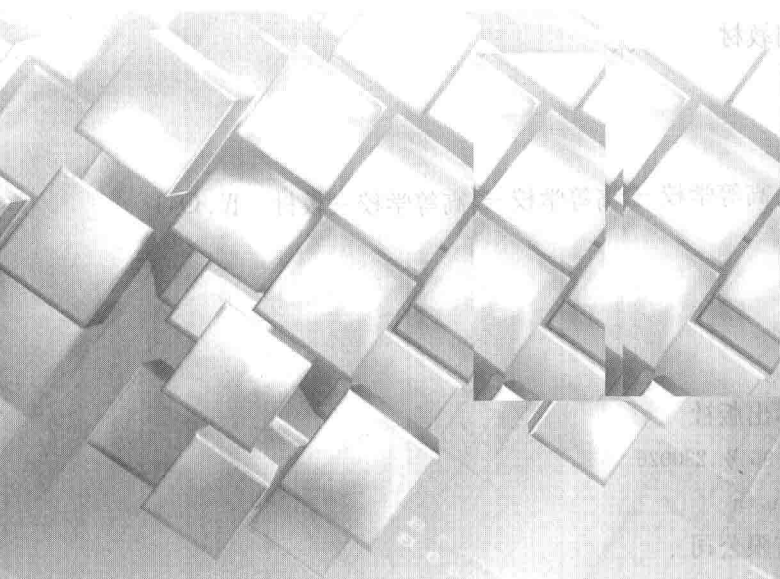
中国科学技术大学出版社

普通高等学校省级规划教材

新编普通高等院校**物理专业**系列教材

理论物理概论

倪致祥 黄时中◎编著



中国科学技术大学出版社

中国科学技术大学出版社

内 容 简 介

本书内容主要包括理论力学、电动力学、量子力学和热力学统计物理的基本内容,适用于需要初步掌握理论物理但是学时不够的有关专业使用。本书在编写中融入了科学方法论和科学计算软件 Mathematica,对许多难点问题有独到的处理,因此也可以作为学习四大力学的参考。

图书在版编目(CIP)数据

理论物理概论/倪致祥,黄时中编著. —合肥:中国科学技术大学出版社,2015.3
普通高等学校省级规划教材
新编普通高等院校物理专业系列教材
ISBN 978-7-312-03179-3

I. 理… II. ①倪… ②黄… III. 理论物理学—高等学校—教材 IV. O41

中国版本图书馆 CIP 数据核字(2013)第 056213 号

出版 中国科学技术大学出版社

安徽省合肥市金寨路 96 号,230026

<http://press.ustc.edu.cn>

印刷 合肥市宏基印刷有限公司

发行 中国科学技术大学出版社

经销 全国新华书店

开本 710 mm×960 mm 1/16

印张 22.5

字数 416 千

版次 2015 年 3 月第 1 版

印次 2015 年 3 月第 1 次印刷

定价 40.00 元

新编普通高等院校物理专业系列教材

编 委 会

顾 问 尹 民

主 编 黄时中 倪致祥

编 委 (以姓氏笔画为序)

丁光涛 凤尔银 方正华

张 杰 张穗萌 张季谦

朱仁义 宋 军 汪贤才

李 季 袁广宇 崔执凤

崔光磊 谢国秋

总 序

物理学是研究物质的结构、性质、基本运动规律及其相互作用的科学. 物理学拓展我们认识自然的疆界, 深化我们对其他学科的理解, 是科学发展和技术进步最重要的基础, 并为人类文明做出了巨大贡献. 物理学的进步对社会发展、人类生活的改善以及人类文明的进步有着不可估量的影响.

大学本科物理专业教育的主要目的是为社会培养训练有素的物理人才. 不仅要向学生传授最基础的物理专业知识, 而且要注重培养学生对现代物理概念和观念的深入理解, 更要注重培养学生获取知识的能力、分析问题和解决问题的能力, 掌握物理学中的科学研究方法, 激发学生的求知热情、探索兴趣和创新精神, 为物理专业学生的未来发展打下良好的基础.

科学在不断地创新, 教育同样需要不断地创新. 在科学技术迅速发展的新时代, 如何进行物理专业教学的改革, 以提高人才培养的质量和效率, 是物理学工作者和物理教育工作者都应该关心的问题. 2006 年 6 月成立的“2006~2010 年教育部高等学校物理学与天文学教学指导委员会物理学类专业教学指导分委员会”由来自 35 所高校的 39 名委员组成, 主任委员是清华大学物理系的朱邦芬院士. 根据教育部高教司《关于批准高等理工教育教学改革与实践项目立项的通知》(教高司函[2005]246 号)的文件精神, 本届物理教指委在上届物理教指委(2001~2005 年)的大量工作基础上, 认真学习, 深入调查, 充分讨论, 广泛征求意见, 多次反复修改, 历时四年制定出《高等学校物理学本科指导性专业规范》(2010 年版)和《高等学校应用物理学本科指导性专业规范》(2010 年版), 努力使这两个规范成为我国高等学校办本科物理专业和应用物理学专业的指导性文件, 成为制订培养方案和教学计划的基本依据. 两个《规范》是高校办物理专业和应用物理学专业的最低要求, 低于这个要求就不能称为合格的物理学或应用物理学本科教育. 鉴于各高校多层次办专业的实际情况, 在两个《规范》中已留出了一定的自主设计空间, 供各高校办专业时根据具体情况来选择, 体现各自办学特色. 鼓励各高校根据自身条件, 超越《规范》要求, 进一步提高教学质量.

安徽省几所大学物理院系的老师,也就是本套丛书的作者们,向来重视物理教学改革和教学研究,曾合作编写了一套适合非物理学专业学生的《大学物理学》教材,收到了良好的效果,并取得了宝贵的经验.他们积极关注物理专业教学的发展方向,认真学习并决意按照最新的《高等学校物理学本科指导性专业规范》(2010年版)编写一套创新的教材:在《高等学校物理学本科指导性专业规范》所规定的知识结构的基础上,结合实际教学的学时要求,力求建立一个简洁的、贯通的物理教学体系,将一些基础性的、重要的物理概念讲清楚;结合最新的物理教学研究成果,努力将物理学中的重点、难点,尤其是以往教材始终未能很好地讲明白的问题,用最简洁的处理方式解释清楚;积极引入最新的教学手段,譬如将计算机软件 Mathematica 引入到教学中,让学生学以致用,既简化了教学,同时也能激发学生的学习兴趣……

作者们这些富有创意的设想和勇于探索的精神都是值得肯定的.作为“物理学类专业教学指导分委员会”的一员,我希望本套丛书的出版可以给物理专业的教学改革增添生气,同时也为新的《高等学校物理学本科指导性专业规范》的实施以及进一步改进提供宝贵的支持.新教材本身是探索的结果,难免有不足之处,敬请广大物理同行、读者朋友提出批评指正的意见,相信作者们一定会欢迎并衷心感谢的.

尹 民

2012年3月于中国科学技术大学

前 言

本书是作者三十多年来潜心研究理论物理课程的教学与改革的经验总结,其中包含了作者对许多教学内容的深入分析和独特处理. 主要特点有:

在内容上,突出了理论物理的核心思想和主要方法,如对称性、统一性、理想化、模型化和量纲分析、数量级分析、微元分析及近似处理等,并用尽可能简洁的叙述和较少的篇幅介绍了课程标准中规定的绝大部分内容.

在结构上,加强了理论力学、电动力学、量子力学和热力学统计物理学四大板块之间的联系,以哈密顿量和波粒二象性为主要线索将整个理论物理内容有机地结合在一起,使各个部分的内容相互照应,形成一个整体.

在方法上,把科学方法论融入具体内容的推演过程中,灵活地使用归纳法、演绎法和类比法等,既能简化推理过程,又能培养学生的创新精神和应用能力.

此外,本书中安排了较多的例题和习题,供学习者参考和练习,它们也起到了拓展课本内容的作用.

本书的完成要衷心地感谢安徽省教学改革示范专业、理论物理教学团队和教育部高等学校特色专业建设点等项目经费的资助,北京师范大学喀兴林先生、阜阳师范学院黄志达先生等专家的鼓励和帮助,以及阜阳师范学院有关领导和部门的关心和支持. 另外也要感谢中国科学技术大学出版社的精心组织和认真编辑.

由于作者的学识所限,书中难免有错误或疏漏之处,敬请读者不吝赐教.

编 者

2014 年 10 月

目 录

总序	(i)
前言	(iii)
第 1 章 经典力学基础	(1)
1.1 运动的描述	(1)
1.2 坐标系	(5)
1.3 牛顿运动定律	(10)
1.4 动力学基本定理和守恒律	(14)
习题 1	(24)
第 2 章 典型的力学问题	(27)
2.1 一维运动	(27)
2.2 有心运动	(34)
2.3 二体问题	(45)
习题 2	(51)
第 3 章 分析力学	(53)
3.1 拉格朗日方程	(53)
3.2 拉格朗日方程的应用	(59)
3.3 哈密顿方程	(66)
习题 3	(73)
第 4 章 电磁场论基础	(75)
4.1 场的概念与描述	(75)
4.2 矢量分析	(78)
4.3 电磁场方程	(84)
4.4 介质中的电磁场方程	(90)

习题 4	(98)
第 5 章 静电场与静磁场	(102)
5.1 静电场方程的求解	(102)
5.2 静电场的性质	(110)
5.3 静磁场的求解	(114)
5.4 静磁场的性质	(117)
习题 5	(120)
第 6 章 电磁场的传播与辐射	(124)
6.1 电磁场的自由传播	(124)
6.2 导电物质中的电磁场	(128)
6.3 电磁波的辐射	(130)
6.4 带电粒子与电磁场的相互作用	(137)
习题 6	(144)
第 7 章 量子力学的基本理论	(147)
7.1 微观粒子运动的描述	(148)
7.2 力学量的算符表示	(155)
7.3 薛定谔方程	(167)
习题 7	(174)
第 8 章 一维量子运动	(176)
8.1 一维无限深方势阱	(176)
8.2 一维谐振子	(183)
8.3 势垒和隧道效应	(192)
8.4 定态微扰理论	(197)
习题 8	(201)
第 9 章 量子有心运动	(204)
9.1 量子转子	(204)
9.2 量子有心运动	(211)
9.3 氢原子	(218)
9.4 有心力场的量子散射	(223)

习题 9	(226)
第 10 章 量子力学的拓展	(228)
10.1 表象理论	(228)
10.2 自旋	(235)
10.3 全同性原理	(240)
习题 10	(246)
第 11 章 热力学	(249)
11.1 热力学基本概念	(249)
11.2 热力学基本定律	(255)
11.3 热力学基本方程及其应用	(266)
11.4 复相系统与多元系统	(270)
习题 11	(276)
第 12 章 玻尔兹曼统计理论	(281)
12.1 统计物理的基本原理	(281)
12.2 热力学量的统计表达式与热力学定律	(286)
12.3 配分函数的性质与计算	(290)
12.4 理想气体	(296)
12.5 磁介质	(301)
习题 12	(306)
第 13 章 统计理论的拓展	(309)
13.1 玻尔兹曼统计中的近似计算	(309)
13.2 非独立子系统的统计理论	(313)
13.3 近独立子系的量子统计	(319)
习题 13	(325)
部分习题答案	(329)
常用物理常量	(347)
参考文献	(348)

第 1 章 经典力学基础

经典力学是研究宏观物体在低速范围内机械运动所遵循的基本规律的一门学科。所谓机械运动,是指物体在空间的相对位置随时间而改变的现象,它是物质运动最简单、最基本的运动形态。各种复杂的、高级的运动形态,都包含有这种最基本的运动形态。所谓低速运动,即指物体运动的速率远远小于光速的情况。在一般情况下,物体机械运动的规律由相对论力学描述,而相对论力学可以看成经典力学的一种推广。所谓宏观物体,是指尺度远大于原子尺度的客体。对于微观粒子,其运动遵循量子力学的规律。实验表明:量子力学的理论与经典力学的理论可通过对应原理而相互联系。因此,经典力学是我们学习其他理论物理内容的入门向导,也是近代工程技术的理论基础。

经典力学的主要任务,就是归纳机械运动所遵循的普遍规律,确定物体的运动状况或物体之间相互作用的性质,其核心是牛顿运动定律。本章主要讲述经典力学的基本概念和基本规律,在第 2 章中介绍经典力学基本理论的一些重要应用,在第 3 章中将讲述一种与牛顿理论不同的处理力学问题的新方法,即分析力学。

1.1 运动的描述

1.1.1 运动学方程

在很多实际问题中,物体的形状和大小与所研究的问题无关,或者所产生的影响很小,这时我们就可以在尺度上把它看成一个几何点,而不必考虑它的形状和大小,认为它的质量就集中在这个点上。这种理想化的模型,叫做质点。例如,在研究行星运动时,虽然行星本身很大,但是它的半径比起它绕太阳运动的轨道半径却小得多,因此我们在这一类问题中,就可以把行星当做质点,但在研究它们(例如地

球)的自转时,就不能把它们当做质点了。

尽管在有些问题中,物体不能看成质点,但是总可以把它看成若干个质点的集合,即质点组.例如,刚体可以看成两点间距离保持不变的特殊质点组.因此,研究力学一般都从研究质点开始。

为了研究质点的机械运动,首先应该确定它在空间的位置.然而质点的位置只具有相对的意义,为了明确起见,应当先指定另外一个物体作为计算位置的标准,这个作为标准的物体叫做参照系.在参照系明确之后,我们就可以在它上面建立适当的坐标系,来确定质点在空间的相对位置。

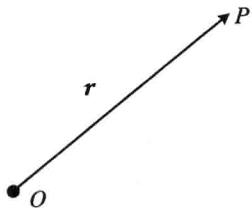


图 1.1 位矢

对于一定的参照系,某一质点 P 的位置,可用一个引自坐标系原点 O 到质点 P 的矢量 r 来表示。

$r = OP$, 叫做 P 点相对于原点 O 的位矢,如图 1.1 所示.由于质点相对于参照系运动,故其位矢应随时间 t 而变化,即为时间 t 的函数.用数学语言写出来,即为

$$r = r(t) \quad (1.1.1)$$

在特殊情况下,位矢 r 也可能为常矢量,这时质点 P 相对于参照系的位置将不发生变化,我们说该质点处于相对静止状态,或简称静止。

公式(1.1.1)给出了质点 P 在任一时刻所占据的空间位置,即质点 P 的机械运动规律,通常称之为质点 P 的运动学方程。

1.1.2 轨道方程

质点运动的基本特点是具有轨道性质,主要表现在以下两个方面:第一,在每一时刻 t ,质点具有确定的位置 $r(t)$;第二,随着时间的连续变化,质点在空间中描出一条连续曲线.换句话说,运动学方程 $r(t)$ 是 t 的单值、连续函数.质点运动所描出的曲线,通常称为轨道.轨道的形状完全由 $r(t)$ 决定,因此 $r(t)$ 又可以作为轨道的参数方程.在适当的坐标系中,消去时间 t 后,即可得到通常的轨道方程形式。

按照轨道的形状,质点的运动可以分为直线运动和曲线运动.由于运动的相对性,轨道的形状也依赖于参照系的选择.相对于某一参照系为直线运动的质点,相对于另一参照系可能变为曲线运动,反之亦然.例如,从做匀速直线运动的火车上自由落下的物体,若以火车为参照系,则轨道是直线;若以地面为参照系,其轨道却成了抛物线。

质点在运动中所经过的路程为相应轨道的弧长,如图 1.2,设在 t 时刻,质点位于 P ,在 $t + \Delta t$ 时刻质点运动到了 P' 位置,其位移为 $\Delta \mathbf{r}$,走过的路程为 Δs .

由图 1.2 可以看出,在一般情况下 $\Delta \mathbf{r}$ 的大小与 Δs 并不相等.这是因为位移 $\Delta \mathbf{r}$ 只和运动质点的初末位置有关,而路程 Δs 则取决于质点运动的过程.然而当过程的时间间隔 Δt 趋于 0 时,曲线上的弧 $\widehat{PP'}$ 与弦 $\overline{PP'}$ 趋于重合,考虑到

$$\Delta s = \widehat{PP'}, \quad |\Delta \mathbf{r}| = \overline{PP'}$$

故有

$$\lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{|\Delta \mathbf{r}|}{\Delta s} = 1 \quad (1.1.2)$$

即

$$ds = |d\mathbf{r}| \quad (1.1.3)$$

按定义,轨道的切线方向为 $d\mathbf{r}$ 的方向,故轨道切线方向的单位矢量 $\boldsymbol{\tau}$ 为

$$\boldsymbol{\tau} = \frac{d\mathbf{r}}{ds} \quad (1.1.4)$$

而轨道的法线方向为 $d\boldsymbol{\tau}$ 的方向,故轨道法线方向的单位矢量 $\mathbf{n}$ 可表示为

$$\mathbf{n} = \rho \frac{d\boldsymbol{\tau}}{ds} \quad (1.1.5)$$

其中比例系数 $\rho = ds/|d\boldsymbol{\tau}|$ 称为轨道的曲率半径.当轨道为半径 a 的圆时, ρ 就等于圆半径 a .在一般情况下,曲率半径 ρ 随着轨道上点的位置变化而变化.在给定一点, $\mathbf{n}$ 总是与该点的切向量 $\boldsymbol{\tau}$ 垂直,指向轨道曲线的凹侧.

1.1.3 速度与加速度

由于质点的相对运动,其位矢一般总是随时间而变化的.位矢 $\mathbf{r}(t)$ 对时间 t 的导数称为该质点的瞬时速度,简称速度,常以 $\mathbf{v}$ 表示,其大小 v 称为速率.在力学中我们常用点“ $\cdot$ ”表示某力学量对时间 t 的导数,故有

$$\mathbf{v} = \frac{d\mathbf{r}}{dt} = \dot{\mathbf{r}} \quad (1.1.6)$$

由公式(1.1.4)可知 $d\mathbf{r} = ds\boldsymbol{\tau}$,故有

$$\mathbf{v} = \frac{ds}{dt}\boldsymbol{\tau} = \dot{s}\boldsymbol{\tau} \quad (1.1.7)$$

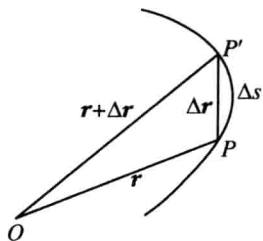


图 1.2

考虑到 τ 为单位矢量, 因此有大小关系

$$v = \dot{s} \quad (1.1.8)$$

由上式可知, 速度 $\mathbf{v}$ 也是个矢量, 速度矢量的方向与 τ 相同, 即沿轨道的切线正向, 也即路程增加的方向; 速度矢量的大小 (即速率) 为路程 s 对时间的导数.

我们将 (1.1.6) 式两边对 t 作定积分, 即有

$$\int_0^t \mathbf{v} dt = \int_{r(0)}^{r(t)} d\mathbf{r} = \mathbf{r}(t) - \mathbf{r}(0) \quad (1.1.9)$$

故只要知道质点的速度 $\mathbf{v}(t)$ 和初始位置 $\mathbf{r}(0)$, 便可解出其运动方程:

$$\mathbf{r}(t) = \mathbf{r}(0) + \int_0^t \mathbf{v}(t) dt \quad (1.1.10)$$

在运动过程中, 如果质点速度 $\mathbf{v}$ 的大小不变, 我们称为匀速率运动, 否则称为变速率运动; 如果质点速度 $\mathbf{v}$ 的方向不变, 则为直线运动, 否则为曲线运动; 反之亦然. 当质点作匀速率直线运动时, 其速度 $\mathbf{v}$ 为常矢量, 在运动过程中不随时间变化. 在一般情况下, 速度是时间的函数, 其大小和方向都可以随时间变化.

速度 $\mathbf{v}(t)$ 对时间 t 的导数, 称为质点的瞬时加速度, 简称加速度, 常用 $\mathbf{a}$ 表示. 即

$$\mathbf{a} = \frac{d\mathbf{v}}{dt} = \dot{\mathbf{v}} = \ddot{\mathbf{r}} \quad (1.1.11)$$

将 (1.1.7) 式代入上式, 即有

$$\mathbf{a} = \ddot{s}\tau + \dot{s}\dot{\tau} = \ddot{s}\tau + \dot{s} \frac{d\tau}{ds} \cdot \frac{ds}{dt} = \ddot{s}\tau + \frac{\dot{s}^2}{\rho}\mathbf{n} \quad (1.1.12)$$

计算过程中利用了公式 (1.1.5). 由上式可以看出质点加速度 $\mathbf{a}$ 的切向分矢量为 $\ddot{s}\tau$, 通常用 $a_\tau\tau$ 表示, 叫做切向加速度, 其大小 a_τ 称为加速度的切向分量; 法向分矢量为 $\dot{s}^2/\rho\mathbf{n}$, 通常用 $a_n\mathbf{n}$ 表示, 叫做法向加速度, 其大小 a_n 称为加速度的法向分量. 考虑到公式 (1.1.8), 立刻得到

$$\begin{cases} a_\tau = \ddot{s} = \dot{v} \\ a_n = \frac{\dot{s}^2}{\rho} = \frac{v^2}{\rho} \end{cases} \quad (1.1.13)$$

由上面的推导可以看出, 切向分量 a_τ 是由速度大小的改变所引起的, 如果速度的大小保持不变, 则 $a_\tau = 0$; 而法向分量 a_n 则是由速度方向的改变引起的, 它总是为非负值. 当质点沿曲线运动时, 由于速度的方向随时间改变, 故 a_n 一般不等于 0, 而质点加速度的大小为

$$a = \sqrt{a_\tau^2 + a_n^2} \quad (1.1.14)$$

与(1.1.10)式类似,只要知道质点的加速度 $\mathbf{a}(t)$ 和初始速度 $\mathbf{v}(0)$,便可解出其速度

$$\mathbf{v}(t) = \mathbf{v}(0) + \int_0^t \mathbf{a}(t) dt \quad (1.1.15)$$

例 1.1.1 设质点 P 的运动方程为 $\mathbf{r} = 2t\mathbf{i} + t^2\mathbf{j}$, 其中, $\mathbf{i}$ 和 $\mathbf{j}$ 为彼此相互垂直且方向固定的两个单位矢量. 试求:

- ① 质点运动的速度和速率;
- ② 加速度及其切向分量 a_τ 和法向分量 a_n ;
- ③ 轨道的曲率半径 ρ 与时间 t 的关系.

解 ① 由定义,速度 $\mathbf{v} = \dot{\mathbf{r}} = 2\mathbf{i} + 2t\mathbf{j}$, 速率 $v = |\mathbf{v}| = \sqrt{\mathbf{v} \cdot \mathbf{v}} = \sqrt{4 + 4t^2} = 2\sqrt{1 + t^2}$;

② 加速度为 $\mathbf{a} = \ddot{\mathbf{r}} = 2\mathbf{j}$, 其大小为 $a = |\mathbf{a}| = 2$.

利用(1.1.13)式,加速度的切向分量为 $a_\tau = \dot{v} = 2t / \sqrt{1 + t^2}$.

由(1.1.14)式,加速度的法向分量为 $a_n = \sqrt{a^2 - a_\tau^2} = 2 / \sqrt{1 + t^2}$.

③ 由(1.1.13)式,可得轨道的曲率半径为 $\rho = v^2 / a_n = 2(1 + t^2)^{3/2}$.

1.2 坐标系

上节中我们用位矢 $\mathbf{r}(t)$ 来描述质点的运动,并由此导出了质点运动的速度 $\mathbf{v}$ 和加速度 $\mathbf{a}$, 这种方法的优点是简洁、直观. 但也有个缺点,即数学运算不太方便. 为了克服这一缺点,本节中,我们介绍质点运动的另一种描述方法——坐标法. 最常用的坐标系有直角坐标系,其坐标变量为 (x, y, z) ; 还有柱坐标系,其坐标变量为 (ρ, φ, z) . 由于坐标是标量而不是矢量,因此可以直接运用我们熟知的数学分析知识.

1.2.1 直角坐标系

在直角坐标系中,质点的位置由其所在点的坐标值 (x, y, z) 决定. 当质点运动时,其三个坐标值一般都要随时间而改变,其运动学方程的形式应为

$$\begin{cases} x = x(t) \\ y = y(t) \\ z = z(t) \end{cases} \quad (1.2.1)$$

由解析几何知识可知,公式(1.2.1)为一空间曲线的参数方程,在此式中消去参数 t 后,即可得曲线方程的明显表达式,即轨道方程.例如:

$$\begin{cases} y = f_1(x) \\ z = f_2(x) \end{cases} \quad (1.2.2)$$

为了进一步研究质点运动的速度 $\mathbf{v}$ 和加速度 $\mathbf{a}$ 与坐标 (x, y, z) 的关系,我们在直角坐标系中引入一组基矢 $\mathbf{e}_x, \mathbf{e}_y, \mathbf{e}_z$, 其中 $\mathbf{e}_x$ 为沿坐标 x 轴正向的单位矢量, $\mathbf{e}_y$ 和 $\mathbf{e}_z$ 分别为沿 y 轴和 z 轴正向的单位矢量,习惯上也常用 $\mathbf{i}, \mathbf{j}, \mathbf{k}$ 来表示. 由矢

量加法的平行四边形法则,可得位矢 $\mathbf{r}$ 与坐标 (x, y, z) 的关系式

$$\mathbf{r} = x\mathbf{e}_x + y\mathbf{e}_y + z\mathbf{e}_z = x\mathbf{i} + y\mathbf{j} + z\mathbf{k} \quad (1.2.3)$$

其大小为 $r = \sqrt{x^2 + y^2 + z^2}$, 与坐标轴的夹角分别为

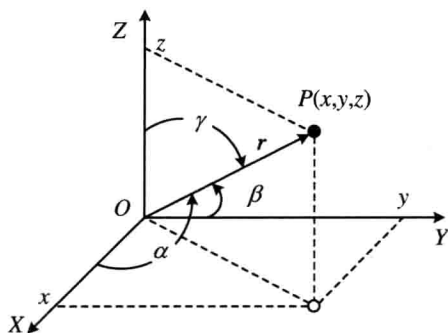


图 1.3 位置矢量和坐标

$$\begin{cases} \cos \alpha = \frac{x}{r} \\ \cos \beta = \frac{y}{r} \\ \cos \gamma = \frac{z}{r} \end{cases} \quad (1.2.4)$$

由于坐标轴的方向是不变的,故基矢 $\mathbf{e}_x, \mathbf{e}_y$ 和 $\mathbf{e}_z$ 都是常矢量,而且满足正交归一性关系

$$\mathbf{i} \cdot \mathbf{i} = \mathbf{j} \cdot \mathbf{j} = \mathbf{k} \cdot \mathbf{k} = 1, \quad \mathbf{i} \cdot \mathbf{j} = \mathbf{j} \cdot \mathbf{k} = \mathbf{k} \cdot \mathbf{i} = 0 \quad (1.2.5a)$$

考虑到通常三个坐标轴是按右手螺旋法则组成的,故其基矢还应满足关系式

$$\mathbf{i} \times \mathbf{j} = \mathbf{k}, \quad \mathbf{j} \times \mathbf{k} = \mathbf{i}, \quad \mathbf{k} \times \mathbf{i} = \mathbf{j} \quad (1.2.5b)$$

将关系式(1.2.3)两边对时间 t 求导,容易得到

$$\mathbf{v} = \dot{x}\mathbf{i} + \dot{y}\mathbf{j} + \dot{z}\mathbf{k} \quad (1.2.6)$$

将上式与速度 $\mathbf{v}$ 在基矢量上的分解式 $\mathbf{v} = v_x\mathbf{i} + v_y\mathbf{j} + v_z\mathbf{k}$ 相比较,即有

$$\begin{cases} v_x = \dot{x} \\ v_y = \dot{y} \\ v_z = \dot{z} \end{cases} \quad (1.2.7)$$

这样,我们就找到坐标与速度之间的关系了.利用关系式(1.2.6)容易看出,速度的大小为

$$v = \sqrt{v_x^2 + v_y^2 + v_z^2} = \sqrt{\dot{x}^2 + \dot{y}^2 + \dot{z}^2} \quad (1.2.8)$$

再将关系式(1.2.6)两式对时间 t 求导,我们得到

$$\mathbf{a} = \ddot{x}\mathbf{i} + \ddot{y}\mathbf{j} + \ddot{z}\mathbf{k} \quad (1.2.9)$$

与加速度 $\mathbf{a}$ 的分解式 $\mathbf{a} = a_x\mathbf{i} + a_y\mathbf{j} + a_z\mathbf{k}$ 比较,即有

$$\begin{cases} a_x = \dot{v}_x = \ddot{x} \\ a_y = \dot{v}_y = \ddot{y} \\ a_z = \dot{v}_z = \ddot{z} \end{cases} \quad (1.2.10)$$

加速度 $\mathbf{a}$ 的大小为

$$a = \sqrt{a_x^2 + a_y^2 + a_z^2} = \sqrt{\ddot{x}^2 + \ddot{y}^2 + \ddot{z}^2} \quad (1.2.11)$$

1.2.2 柱坐标系

在解力学问题时,直角坐标虽然用得最多,但有时采用其他坐标系更方便.柱坐标系也是一种很常用的坐标系,在柱坐标系中,质点的位置由坐标值 (ρ, φ, z) 决定,其运动学方程为

$$\begin{cases} \rho = \rho(t) \\ \varphi = \varphi(t) \\ z = z(t) \end{cases} \quad (1.2.12)$$

上式中消去参数 t 后,即可得轨道方程

$$\begin{cases} \rho = \rho(\varphi) \\ z = z(\varphi) \end{cases} \quad (1.2.13)$$

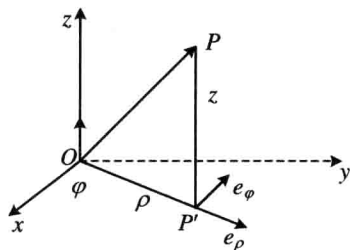


图 1.4 柱坐标系

与直角坐标系类似,为了进一步研究质点运动的速度和加速度与坐标的关系.我们必须在柱坐标中引入基矢 $\mathbf{e}_\rho, \mathbf{e}_\varphi$ 和 $\mathbf{k}$ (如图 1.4).其中 $\mathbf{k}$ 仍和 z 轴正向一致, $\mathbf{e}_\rho$ 和 $\mathbf{e}_\varphi$ 在 Oxy 平面内, $\mathbf{e}_\rho$ 沿位矢 $\mathbf{r}$ 在 Oxy 平面内的分矢量 $\mathbf{OP}'$ 的方向, $\mathbf{e}_\varphi$ 与 $\mathbf{e}_\rho$ 相垂直.由图 1.4 可以看出,随着质点的运动, P