



隨園史學叢書

張家山漢簡《算數書》校證 及相關研究

吳朝陽 著

江蘇省重點學科南京師範大學中國史學科
南京師範大學重點研究機構中國經濟史研究所 項目資助



隨園史學叢書

張家山漢簡《算數書》校證 及相關研究

吳朝陽 著

圖書在版編目(CIP)數據

張家山漢簡《算數書》校證及相關研究/吳朝陽著
·一南京:江蘇人民出版社,2014.4
ISBN 978-7-214-12142-4

I. ①張… II. ①吳… III. ①古典數學—研究—中國—漢代 IV. ①0112

中國版本圖書館 CIP 數據核字(2014)第 082080 號

書 名 張家山漢簡《算數書》校證及相關研究

著 者	吳朝陽
責 任 編 輯	王保頂
裝 幀 設 計	劉葶葶
出 版 發 行	鳳凰出版傳媒股份有限公司 江蘇人民出版社
出版社地址	南京市湖南路1號A樓,郵編:210009
出版社網址	http://www.jspph.com http://jspph.taobao.com
經 銷	鳳凰出版傳媒股份有限公司
照 排	江蘇鳳凰制版有限公司
印 刷	江蘇鳳凰數碼印務有限公司
開 本	652 毫米×960 毫米 1/16
印 張	21
字 數	290 千字
版 次	2014 年 5 月第 1 版 2014 年 5 月第 1 次印刷
標 準 書 號	ISBN 978-7-214-12142-4
定 價	35.00 元

(江蘇人民出版社圖書凡印裝錯誤可向承印廠調換)

“隨園史學叢書”緣起

中國是一個五千年的文明古國，物華天寶，地靈人杰，作為中華民族優秀傳統文化組成部分的歷史學，博大精深，氣度恢宏，根深葉茂，歷久彌新。梁啟超曾說：“中國於各種學問中，惟史學為最發達，史學在世界各國中惟中國為最發達。”

歷史科學的任務，是研究過去，總結經驗，探索規律，指導現實。恩格斯在 19 世紀曾深刻指出：“必須重新研究歷史，必須詳細研究各種社會形態存在的條件，然後從這些條件中找出相應的政治、經濟、私法、美學、哲學、宗教等的觀點。這方面，到現在為止，只做出了很少一點成績，因為只有很少的人認真地這樣做過。”現在距恩格斯講這番話時，又過去一百多年了，世界發生了巨大的變化，但是運用歷史唯物主義的立場、觀點、方法研究歷史問題的基本原理，並沒有隨着時代的變遷而過時。相反，飛速前進的時代步伐和各種層出不窮的社會問題，正要求我們以歷史唯物主義的精神與更為嚴謹的科學態度以及艱苦細致的工作去應對時代的挑戰。奉獻出無愧於時代和充滿科學精神的史學精品。

我們編輯這部叢書開始於 2004 年，主要目的在於出版我校教師、研究人員及我校培養的歷屆博士生、碩士生學術研究的精品，展現我校史學研究的風貌。叢書所收各書，或“著”或“譯”，或“編”或“論”。我們期

望通過這部叢書的編輯發行，使學術界更多了解我們的研究工作，更好的進行學術交流。為促進我國歷史科學的發展與繁榮，貢獻綿薄之力。

這部叢書以“隨園史學研究叢書”命名，有兩層含義。一是因為南京師範大學是一所百年老校，有着豐富的文化積澱。學校老校區即為清代文學家袁枚“隨園”著述之地，同時，南京師範大學還是歷史上柳詒徵等史學大家的執教之所。取名隨園，自是對先賢的尊重和紀念。二是希望借助“隨園”這一富含文化內涵的名稱，鼓勵我校的史學同仁奮發圖強，積極進取，勇於探索，求實創新，在史學研究上做出更大的成績。

本叢書曾得到許多著名史學家及出版部門的關心與支持，在此謹致深深的謝意。盡管我們做了不少的努力，但難免會有這樣那樣的不足之處，祈請學界同仁不吝賜教，共同推進中國歷史學的繁榮。

隨園史學叢書編輯委員會

序

我的大學好友吳朝陽先生的歷史學畢業博士論文即將由江蘇鳳凰出版集團出版，定名為《張家山漢簡〈算數書〉校證及相關研究》。聽到這個消息，我很是為他高興，這是他繼數學博士論文之后、45歲以后完成的又一篇博士論文。

35年前，在徐遲先生“科學的春天”的感召下，45位來自全國各地的青春學子相聚於安徽合肥中國科學技術大學數學系，開始了5年的大學生活。大學畢業后，同學們奔赴世界各地、大江南北，繼續追逐自己的人生夢想。現在，他們或是國內外高校的中堅，或是商界的驕子，或是工業界的精英，或是金融界的大腕。朝陽同學在班上年齡較小、也比較“另類”的一位。他聰明過人，記憶超群，同學們的學號、生日即使在分別多年后他都能够娓娓道來。大學期間，在大部分同學忙於數學功課的時候，他却花了大量的時間閱覽各種書籍。大學及研究生畢業后，他先是到華僑大學任教，繼而赴美深造，獲得數學博士學位后在一家美國公司找到很好的工作。令人意想不到的是多年后的重逢却是我在南京大學數學系的一次訪問，那時他已經回到了國內，成為南京大學數學系的一名深受同學喜歡的教師。更令人驚嘆的是，之后他又在職考取了南京師範大學的歷史學博士，在2011年完成了博士學位論文。

由於歷史知識的匱乏，我無法讀懂他的論文。據他介紹張家山漢簡《算數書》是 1984 年出土於湖北江陵張家山的竹簡書，抄成於西漢初年的呂后時期，是比《九章算術》更早的、在數學史上占有重要地位的出土文獻。書中的數學包括《九章算術》除了“方程章”以外所有的數學知識。

朝陽同學的這本書分“校證”和“相關研究”兩部分。“校證”部分除了匯集了整理、注釋、研究此書的前驅們的成果之外，還有很多他自己的研究結果，其中有些成果已經在學術刊物和學術網站上公開發表。“相關研究”部分主要內容有兩個小部分。一是數學史部分，這部分首先證明《九章算術》的主要內容是由秦下層官吏使用的數學教材匯編而成，因此斷定它反映的顯然不是當時“數學”的全景。其次在前驅專家研究的基礎上，進一步證明《九章算術》包含的數學知識是戰國時期的，把《九章算術》知識的形成年代大大推前。再次是結合商鞅變法以後秦國的政治、經濟制度分析，以及在此之上對墨家的重新考察，斷言戰國后期秦的數學主要來自墨家，而墨家數學則是與《幾何原本》同時代而內涵基本相同的演繹數學體系。這個關於墨家數學的斷言有些“駭人聽聞”，但朝陽同學認為它已有足夠的證據支持。二是關於秦的經濟史的研究，主要考察秦的粟畝產以及幾種物價。其中，關於秦粟畝產的考證已經發表於中國經濟史界有很高地位的刊物《中國經濟史研究》。

此書的讀者可能是數學工作者、科學史專家，也可能是歷史學家，相信他們讀後自有對於此書的感受。朝陽同學的經歷，為實現自己的人生夢想而不斷追求的過程，也許也會引發我們對人生更多的思考。

葉向東

2014 年 3 月 15 日晚於中國科學技術大學

绪 言

张家山汉简《算数书》一九八四年初出土于江陵张家山的二四七号汉墓,其抄成年代应在西汉吕後时期。《文物》杂志在二〇〇〇年发表了张家山汉简《算数书》的释文,二〇〇一年文物出版社出版了含有全部张家山汉简图版的《张家山汉墓竹简[二四七号墓]》,大陆、日本和台湾因此掀起了一个长达数年的张家山《算数书》研究浪潮,许多专家做出了傑出的研究。张家山汉简《算数书》的主要整理者彭浩于二〇〇一年出版了《张家山汉简〈算数书〉注释》,对该书进行了系统的梳理与释读,郭世荣、郭书春、苏意雯等专家在彭浩工作的基础上进一步展开了张家山汉简《算数书》的校勘与释读工作,邹大海以及日本张家山《算数书》研究会的大川俊隆等专家也在张家山汉简《算数书》研究的不同领域做出了卓越的贡献。截至二〇〇八年,张家山汉简《算数书》的大部分算题已经得到了正确的释读,对《算数书》与《九章算术》关系的探讨在郭书春与邹大海的努力下得到大大推进,而《算数书》的经济史料价值也得到了初步研究。

然而,上述关于张家山汉简《算数书》的这些研究也存在明显的问题,一是对一些算题诸专家的解释各执一词,瑕瑜互见;二是一些算题的正确解读分散于各种学术刊物,尚无人收集整理;三是目前尚有多个算

題沒有得到正確的解讀；四是一些已經發表的意見雖然正確但論證薄弱，尚不足以服人。因此，在已有研究的基礎上對張家山漢簡《算數書》進行新一轮全面校證的工作是非常必要的。

二〇〇九年開始，岳麓書院藏秦簡《數》書的部分內容陸續在學術刊物上公開，北京大學秦簡《算書》部分相關信息也於二〇一〇年被披露，這給張家山漢簡《算數書》的進一步研究提供了新的佐證資料。這些新出資料對關於張家山漢簡《算數書》數學知識來源的研究，對先秦我國數學的發展水平的重新估計，對利用張家山漢簡《算數書》及《九章算術》等數學著作中算題的經濟數據對先秦經濟進行綜合研究，提供了極為重要的支持。本書正是在上述前人的研究成果、新出資料以及傳世經典著作的支撐之下，作者對張家山漢簡《算數書》及相關的先秦數學史及經濟史中的若干問題進行綜合研究的主要結果。

本書第一部分對張家山漢簡《算數書》進行了全面校釋和考證，是關於張家山漢簡《算數書》最新和最全面的校證著述。這部分的主要工作可分為三個方面：一是对前人的不同觀點進行論證和取捨；二是对前人論證不足但結論正確的觀點進行補充申論；三是对前人誤釋或未釋的多个算題進行詳細考釋。而校註中文字訓詁的充實，岳麓書院藏秦簡《數》書中算題的大量引用，以及借助計算機對原簡圖片進行處理以幫助辨識簡文，則是本書的三個顯著特點。在這部分研究中，本書對《算數書》中的“畧材”、“以畧材方”、“以方材畧”、“行”、“醫”、“傳馬”、“繒幅”、“斬都”等多个前人誤釋或未能釋讀的算題做出了詳細考釋。對前人無法解讀的“畧材”算題，本書釋讀出“畧材”算題的全部文字，因而證明了“畧材”算題是一個“勾股”算題。對前人認為算題有誤的“傳馬”、“以畧材方”及“以方材畧”等三個算題，本書給出了翔實的考證，證明以前學者對這三個算題的解讀是不正確的，這些算題其實沒有錯誤。對缺文過多、前人未能解讀的“行”、“醫”二個算題，本書徵引多種文獻，利用計算機圖片處理，考證出了算題的內容，並給出了合理的簡文補綴。而對前人關於“斬都”、“羨除”等幾何體的誤解，本書也給出了詳細的駁證。此外，本書的

古文训诂和考证也有一些新的收穫，“挈脂”题中“盾”字以及“少广”题中“扱”字本字的考证，以及“里田”算题中对“提封”词义的考证，是其中的三个例子。

本书的第二部分对张家山汉简《算数书》、岳麓秦简《数》书及《九章算术》的关系展开了深入探讨，对张家山汉简《算数书》的性质进行了系统分析，并对战国时期我国的数学水平给出了新的估计。

关于上古数学，数学史研究领域的前辈学者将《九章算术》誉为我国古代数学史上的一个高峰，而把这个“高峰”的时代定在汉代。本书通过对张家山汉简《算数书》、岳麓书院藏秦简《数》书及《九章算术》的研究和分析，证明刘徽所言不虚，《九章算术》的确是由先秦遗存的数学残篇编辑而成，其中的所有数学知识几乎全部来自于战国时期。

我国古代数学被认为是“典型的机械化算法体系”，它被认为是只重视如何进行机械化运算，而不注重抽象概念和理论证明的“东方数学的算法体系”。通过对《墨经》中与数学相关的经文及经说的梳理，以墨家的学术特点以及战国时期的应用数学水平为旁证，本书认为战国时代的墨家已经从抽象概念出发，演绎地构建了与西方的《几何原本》相似的几何学。充分的证据表明，“演绎主义”的数学在战国时代曾经是高度发达的，墨家的几何学成就以及其崇尚的“演绎主义”，才是我国古代数学的高峰，而《九章算术》所代表的主要是战国时代秦国基层官吏应该掌握的应用数学知识，并非是战国时期最高数学水平的全部。“典型的机械化算法体系”是秦国官吏所学应用数学的定型化，是秦皇焚书及楚汉战乱之后幸存的数学，并不代表我国战国时期数学的全貌。

关于张家山汉简《算数书》、岳麓书院藏秦简《数》书及《九章算术》的性质和关系，本书的研究支持并深化了邹大海、肖灿等学者的结论，证明岳麓书院藏秦简《数》书及北大秦简《算数书》确实都是面向基层官吏而“精心编排的教材”，张家山《算数书》是“一本算题汇抄”，它以“简要”为原则，是“先秦著作或其衍生本的数学方法并结合下层官吏管理的实际而编成的作品”，而其主要祖本是与岳麓书院藏秦简《数》书相似的某几

种“精心编排的教材”，而《九章算术》与张家山《算数书》和岳麓书院藏秦简《数》书都有所不同，它不是结合下层官吏管理实际的数学教材，而是一部以汉以前不同性质的数学类书籍为基础而编成的数学专著，与岳麓书院藏秦简《数》书相似的某几种“精心编排的教材”是其主要来源之一，但“方程章”和“勾股章”则另有其源。

根据张家山汉简《算数书》、岳麓秦简《数》书及北大秦简《算书》，本书证明秦人言粟之“石”为“十六斗太半斗”，等同于西汉的“大石”，而秦人之“亩”则是“大亩”。秦人数学著作中度量衡的一致性，为秦的亩产和税率的考证提供了没有疑义的数据，避免了前辈专家在引用《史记》、《汉书》等传世文献中的经济数据时对度量衡问题的纷争。根据张家山汉简《算数书》、岳麓秦简《数》书及北大秦简《算书》中的算题，本章证明战国时期秦国有很多种高低不同的田税，而这些田税的出发点是不同田地的亩产。以张家山汉简《算数书》、岳麓秦简《数》及北大《算书》中和算题为根据，本章证明战国时期秦国官方规定的最高粟亩产为每大亩 80 斗，折合每市亩约 295 市斤，这一数据与传世文献中多处秦汉良田亩产的记述相符，也是考证秦国平均亩产的重要出发点。此外，本章以张家山《算数书》为出发点，以岳麓秦简《数》书、北大秦简《算书》以及《九章算术》为佐证，并参考传世文献以及居延汉简，对战国时期秦国粟的亩产、粟价、工价、布帛价等物价进行了考证，获得了一些战国时期秦国具体的物价数据。而这些物价数据从侧面证明，稳定期的秦国与稳定期的西汉的经济发展水平基本相同，因此它们也为考证西汉的经济情况提供了重要信息。

目 錄

緒言/1

上編: 張家山漢簡《算數書》校證/1

凡例/3

張家山漢簡《算數書》校證/4

- 一 相乘/4
- 二 分乘/11
- 三 乘/12
- 四 增[增]減分/18
- 五 分當半者/19
- 六 分半者/19
- 七 約分/21
- 八 合分/24
- 九 徑分/30
- 一〇 出金/33
- 一一 共買材/35
- 一二 狐出關/39
- 一三 狐皮/42

- 一四 负米/43
- 一五 女织/46
- 一六 并租/47
- 一七 金贾/51
- 一八 春粟/52
- 一九 铜耗[耗]/54
- 二〇 传马/56
- 二一 妇织/58
- 二二 羽矢/61
- 二三 漆[漆]钱/62
- 二四 缙幅/62
- 二五 息钱/64
- 二六 饮漆[漆]/66
- 二七 稅田/68
- 二八 程竹/71
- 二九 医/73
- 三〇 石衡[率]/75
- 三一 贾盐/76
- 三二 丝练/77
- 三三 掣脂/78
- 三四 取程/80
- 三五 秬[耗]租/84
- 三六 程禾/85
- 三七 取泉程/89
- 三八 误券/90
- 三九 租(臭)[误]券/93
- 四〇 稗毀[毀]/94
- 四一 秬[耗]/97
- 四二 粟为米/99

- 四三 粟求米/100
 四四 粟求米/100
 四五 米求粟/101
 四六 米粟并/101
 四七 粟米并/103
 四八 负炭/106
 四九 卢唐/108
 五〇 羽矢/110
 五一 行/110
 五二 分钱/113
 五三 米出钱/116
 五四 除/120
 五五 斩都/125
 五六 芻/131
 五七 旋粟/135
 五八 困盖/139
 五九 鬯亭/140
 六〇 井材/142
 六一 以鬯材方/145
 六二 以方材鬯/148
 六三 鬯材/151
 六四 启广/154
 六五 启从/155
 六六 少广/158
 六七 大广/167
 六八 方田/171
 六九 里田/173

下编:张家山汉简《算数书》相关研究/177

第一章 关于战国时期的数学/179

第一节 战国数学发展的社会背景/179

- 一、春秋以前的数学/179
- 二、春秋以来的社会大变革/181
- 三、知识的广泛传播及“百家争鸣”的局面/183

第二节 先秦以数学知识管理国家的显例/185

- 一、《管子》/185
- 二、李悝、商鞅、墨家/188
- 三、岳麓书院藏秦简《数》书/191

第三节 《墨经》中的数学与先秦数学中的抽象思维/194

- 一、关于一维空间上的抽象定义/196
- 二、其他几何学的抽象概念/200
- 三、其他与数学相关的概念/203

第四节 对战国时期我国数学水平的估计/205

- 一、对墨家数学的估计/207
- 二、关于“开方术”、“方程术”及《九章算术》的年代/212
- 三、结论/216

第二章 关于张家山汉简《算数书》的若干特点/219

第一节 张家山汉简《算数书》的实用特点/219

- 一、张家山 247 号汉墓墓主的身份/219
- 二、张家山汉简《算数书》与基层管理/221
- 三、小结/224

第二节 张家山汉简《算数书》的文本特点/225

- 一、张家山汉简《算数书》中的省略现象/225
- 二、张家山汉简《算数书》中的错误/230
- 三、张家山汉简《算数书》的其他文本特点/233

第三节 《算数书》与《九章算术》及岳麓秦简《数》书比较/235

- 一、张家山汉简《算数书》与岳麓书院藏秦简《数》书的比较/236
- 二、张家山汉简《算数书》与《九章算术》内容比较/239
- 三、关于《算数书》与《九章算术》的具体差异/244

四、若干个例的分析和讨论/248	
五、结论/254	
第三章 以张家山汉简《算数书》为出发点的若干研究/256	
第一节 秦物价研究/256	
一、粮食价格/257	
二、工价/262	
三、布帛价格/264	
四、金价/268	
五、漆价/270	
六、其他/272	
第二节 秦的田制、田税与亩产/273	
一、关于秦的田制/274	
二、关于秦的田税/278	
三、秦国的“石”、穀物堆密度与出米率/282	
四、关于秦的亩产/287	
五、传世文献中的相关亩产记载分析/291	
第三节 张家山汉简《算数书》的“𠂔”、“扱”与楚文字的若干特点/296	
一、张家山汉简《算数书》中的“𠂔”字与“𠂔”、“省”二字的關係/296	
二、楚简与秦简中的“才”旁/298	
三、楚、秦不同用字的语音關係/302	
参考文献/305	
经典古籍/305	
今人著作/306	
期刊论文/309	
网络文献/314	
後记/316	

上 編

張家山漢簡《算數書》校證