文都教育®

高等院校数学经典教材

同步辅导及考研复习用书

概率论与数理统计解题方法技巧归纳

（与浙江大学盛骤等编·四版配套）

◎毛纲源 编著

▲专题讲解 涵盖重点难点

▲通俗易懂 帮助记忆理解

▲同步学习 深入辅导指点

▲复习迎考 获益效果明显

买书送课：配套精品课程讲解

華中科技大學出版社
http://www.hustp.com

文都教育®

概率论与数理统计解题方法技巧归纳

（与浙江大学盛骤等编·四版配套）

●毛纲源 编著

華中科技大學出版社
http://www.hustp.com

图书在版编目(CIP)数据

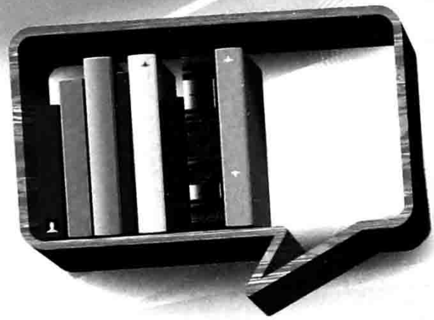
概率论与数理统计解题方法技巧归纳/毛纲源编著. —武汉: 华中科技大学出版社,2014.12
ISBN 978-7-5609-9041-5

Ⅰ. ①概… Ⅱ. ①毛… Ⅲ. ①概率论-研究生-入学考试-题解 ②数理统计-研究生-入学考试-题解 Ⅳ. ①O21-44

中国版本图书馆 CIP 数据核字(2014)第 289936 号

概率论与数理统计解题方法技巧归纳 毛纲源 编著

策划编辑: 王汉江(QQ:14458270)
责任编辑: 王汉江
特约编辑: 陈文峰 李 焕
封面设计: 杨 安
责任监印: 朱 霞
出版发行: 华中科技大学出版社(中国·武汉)
武昌喻家山 邮编: 430074 电话: (027)81321915
录 排:北京世纪文都教育科技发展有限公司
印 刷:中煤涿州制图印刷厂北京分厂
开 本: 787mm×960mm 1/16
印 张: 30.5
字 数: 500 千字
版 次: 2015 年 2 月第 1 版第 1 次印刷
定 价: 52.00 元



「作者简介」

毛纲源教授，毕业于武汉大学，留校任教，后调入武汉工业大学（现合并为武汉理工大学）担任数学物理系系主任，在高校从事数学教学与科研工作40余年，除出版多部专著和发表数十篇专业论文外，还发表10余篇考研数学论文。他主讲微积分、线性代数、概率论与数理统计等课程。理论功底深厚，教学经验丰富，思维独特。曾多次受邀在各地主讲考研数学，得到学员的广泛认可和一致好评："知识渊博，讲解深入浅出，易于接受""解题方法灵活，技巧独特，辅导针对性极强""对考研数学的出题形式、考试重点难点了如指掌，上他的辅导班受益匪浅"……同样，他所编著的数十本考研辅导书籍也受到读者的极高评价，认为是"目前市面辅导书中解题归纳最优的书""选题不偏不怪，方法全面"，甚至被称为"神书"，有兴趣的读者可以上网查询有关对他所著图书的书评。

（关键词搜索：毛纲源 论坛）

郑重声明

买正版图书　听精品课程

毛纲源编著的《高等数学解题方法技巧归纳(上册)》《高等数学解题方法技巧归纳(下册)》《线性代数解题方法技巧归纳》《概率论与数理统计解题方法技巧归纳》等系列图书因其独特的编写切入点以及对学科命题特点的独到把握而深受广大考生欢迎。

但当前某些机构和个人非法盗印毛纲源老师的图书,这类图书印制质量差,错误百出,不仅使考生蒙受金钱与精力的损失,而且误导考生,甚至毁掉考生的研究生考试前程。

为了保障考生、作者及出版社等多方的利益,文都教育特发如下郑重声明:

1. 对制作、销售盗版图书的网店、个人,一经发现,文都教育将严厉追究其法律责任;

2. 凡文都图书代理商、合作单位参与制作、销售盗版图书的,立即取消其代理、合作资格,并依法追究其法律和相关经济责任;

3. 对为打击盗版图书提供重要线索、证据者,文都图书事业部将给予奖励;若举报者为参加考研的考生,文都图书事业部将免费提供考研图书资料和考前预测试卷;

4. 全国各地举报电话:010－88820419,13488713672
电子邮箱:tousu@wendu.com

为方便考生使用考研数学系列正版图书,特提供网上增值服务,考生登录文都教育在线(www.wendu.com)可听取文都名师精品课程。

华中科技大学出版社
北京世纪文都教育科技发展有限公司
授权律师:北京市安诺律师事务所
刘　岩
2015 年 2 月

前　　言

《线性代数解题方法技巧归纳》一书出版后，受到读者喜爱，几年来畅销全国各地，现出版《概率论与数理统计解题方法技巧归纳》，以此感谢广大读者的信任和支持.

概率论与数理统计与我们以前学过的数学知识具有极其不同的特点. 在此之前，数学研究的是在一定条件下，其结果必然发生或不发生的规律性，而概率论所研究的则是随机事件的规律性. 随机事件在一次试验中可能发生，也可能不发生，完全是偶然的，但在大量的试验中随机事件的发生又具有一定的规律性，即具有一定的必然性. 概率论正是揭示这种偶然性背后隐藏着的必然性的科学. 这给初学者必然带来不少困难，尤其是解题时无从下手，解完后又不知正确与否. 帮助初学者克服这些困难，较好地掌握这门课程的基本内容，是编写这本书的目的之一.

同前面一本书一样，本书将概率论与数理统计的主要内容按问题分类，通过引例，归纳、总结出各类问题的解题规律、方法和技巧. 它不同于一般的教科书、习题集和题解，独具特色.

本书实例较多，且类型广、梯度大. 例题中一部分取材于浙江大学盛骤等编的《概率论与数理统计》（第四版）中的典型习题（原习题的题号在例序后用表示章序、题序和小题序的三个数码加上方括号标志）. 例如，例3[2.1(2)]表示例3是浙大《概率论与数理统计》（第四版）第2章第1题的第2小题.

需查找浙大《概率论与数理统计》（第四版）中习题解答的读者，请参见书末附录.

例题的另一部分取材于历届全国硕士研究生入学考试数学真题，其中数学试卷一的有关考题绝大部分都已收入（例序后方括号中的年份及其后的数字表示年份和数学试卷类别）. 例如，例1[2005年1]表示例1是2005年数学试卷1中的考题.

通过对统考试题的研讨，有志于攻读硕士学位的读者可“平战结合”，了解考研试题的特点及其逐年发展趋势，从知识上、题型上、方法和技巧上做好应试准备，做到心中有数. 这些考题并非都是难题，其突出特点是全面、准确地体现了教学大纲的要求. 不少试题的原型就是浙大《概率论与数理统计》中的习题. 多做考题，并由此总结、归纳出解题的规律、方法和技巧，无疑对于启迪思维，开发

智力,提高能力及加深对概率论与数理统计的理解都是大有好处的.

考虑到概率论与数理统计与其他数学课程的不同特点和自学者学习这门课程的困难,编写此书时,在选材、理论推导、文字叙述等诸多方面尽量适应其特点. 此外,针对初学者在掌握方法和理解概念容易出现的错误,在不少例解(证)后加写注意部分,以总结解题经验,避免常犯错误.

本书可供全日制大专院校、电大、职大、函大、夜大等广大学生学习概率论与数理统计时阅读和参考;对于自学者和有志于攻读硕士研究生的青年,本书更是良师益友;对于从事概率论与数理统计教学的教师也有一定的参考价值.

在本书的编写过程中,成习同志协助抄写了部分书稿,并与雨耳同志共同绘制了全部插图,特此致谢.

编写本书时,参阅了有关书籍,引用了大量例子,恕不一一指明出处,在此一并向有关作者致谢.

限于作者水平,书中不当之处在所难免,敬请读者不吝赐教!

另外,准备考研的朋友可以参考由本人编写、华中科技大学出版社出版的一套优秀考研书籍:

◎考研数学常考题型解题方法技巧归纳(数学一、二、三)

◎考研数学客观题简化求解(数学一、二、三)

毛纲源

2015 年 2 月于武汉理工大学

目　　录

第 1 章　随机事件及其概率

1.1　求随机试验的样本空间

若试验满足条件：① 可在相同条件下重复进行；② 所有可能结果试验前已知；③ 做一次试验究竟哪一个结果出现，试验前不能确定，则称该试验为随机试验（简称试验），常记为 E.

随机试验由试验条件与观察试验的目的加以区分. 条件不同，当然不能认为是同一试验；条件相同，观察目的不同，也不能认为是同一试验.

随机试验 E 的每一个不可再分解的结果或由一个样本点组成的单集称为该试验的一个基本事件. 所有基本事件（样本点）构成的集合或随机试验的所有可能结果组成的集合，称为样本空间，记为 S. 随机试验决定样本空间，样本空间的元素即 E 的每一个结果都称为样本点. 试验 E 的样本空间 S 的子集合称为 E 的随机事件，简称事件，常用大写字母 A,B,C 等表示. 在每次试验中，当且仅当这一子集中的一个样本点出现时，称这一事件发生.

样本空间 S 包含所有的样本点，它是 S 自身的子集，在每次试验中它总是发生的，称为必然事件，试验中不可能发生的事件称为不可能事件.

随机试验的样本空间 S 是试验的所有可能结果或是试验的所有基本事件的集合，只要根据题设条件找出所有试验结果或分析基本事件的特性，找出所有试验的基本事件即可求得该试验的样本空间 S.

例 1[1.1]*　写出下列随机事件的样本空间 S：

(1) 记录一个班一次数学考试的平均分数（设以百分制记分）；

(2) 生产产品直到有 10 件正品为止，记录生产产品的总件数；

(3) 对某工厂出厂的产品进行检查，合格的记上"正品"，不合格的记上"次品". 如连续查出 2 个次品就停止检查，或检查了 4 个产品就停止检查，记录检查的结果；

(4) 在单位圆内任意取一点，记录它的坐标.

解　(1) 以 n 表示该班的学生数，因以百分制记分，故该班在一次数学考试中的总成绩的可能取值为 $0,1,2,\cdots,100n$. 该班在一次数学考试中平均分数的

---

* [1.1]表示该例（或该习题）是浙江大学盛骤等编的《概率论与数理统计》（第四版）的习题第 1 章第 1 题. 下同.

所有可能结果即为该随机试验的样本空间,因而所求的样本空间为

$$S=\left\{\frac{i}{n}\middle|i=0,1,2,\cdots,100n\right\}.$$

(2) 由题设可知,若生产 10 件产品均为正品,则记录的产品总件数为 10;若生产 10 件产品中有 1 件次品,需继续生产,且若第 11 件产品恰为正品,则记录的产品总件数为 11,…. 一般假设在生产第 10 件正品前共生产了 k 件不合格品,则记录的产品总件数的所有可能结果即样本空间为 $S=\{10+k\mid k=0,1,2,\cdots\}$ 或写成 $S=\{10,11,12,\cdots\}$.

(3) 依题意可令 0 表示查到次品,1 表示查到正品,例如 0110 表示第一次与第四次检查到次品,而第二和第三次检查到正品. 则检查的所有可能结果即样本空间为

$$S=\{00,100,0100,0101,0110,1100,1010,1011,0111,1101,1110,1111\}.$$

(4) 取一直角坐标系,由题意可知单位圆内任意一点(x,y)与原点的距离都小于圆半径 1,故单位圆内任一点坐标的所有可能结果即为样本空间

$$S=\{(x,y)\mid x^2+y^2<1\}.$$

若取极坐标系,则有 $S=\{(\rho,\theta)\mid\rho<1,0\leqslant\theta<2\pi\}$.

注意 通过上面的例子易看出,随机试验的可能结果大体可以分成三种情况:只有有限个可能结果(如上例(1)、(3)),有可列无穷多个可能结果(如上例(2)、(3))和不可列无穷多个可能结果(如上例(4)). 因而样本空间 S 大致也有上述三种情况. 其次要注意的是一个随机试验中可能结果的个数,即样本空间中样本点的个数都是与观察试验的目的有关的.

1.2 事件间的关系及其运算

1. 事件的四种关系

事件的四种关系如表 1.2.1 所示.

2. 事件间的运算

事件间的运算如表 1.2.2 所示.

表 1.2.1

关系	符号表示	概率论中的含义	集合论中的含义
包含关系	$A\subset B$	事件 A 发生必导致事件 B 发生	集合 A 是集合 B 的子集
相等关系	$A=B$,即满足 $A\supset B$ 和 $B\supset A$	事件 A 和事件 B 同时发生和不发生	集合 A 是集合 B 的子集,集合 B 也是集合 A 的子集
互斥关系(互不相容)	$AB=\varnothing$	事件 A 和事件 B 不能同时发生,即其积事件 AB 为不可能事件	集合 A 与集合 B 无公共元素
对立(互逆或互余)关系	$AB=\varnothing$ 且 $A+B=S$	事件 A,B 必有一个发生,且仅有一个发生,或 A 发生必导致 B 不发生.反之亦然,此时称 B 是 A 的逆事件,记为 $B=\overline{A}$	集合 A 与集合 B 无公共元素,且集合 B 为 A 的补(余)集

表 1.2.2

运算	符号表示	概率论中的含义	集合论中的含义
事件的和(或并)	$A+B$(或 $A\cup B$)	事件 A,B 中至少有一个发生的事件	集合 A 与集合 B 的并集
事件的交(或积)	AB(或 $A\cap B$)	事件 A 与 B 同时发生	集合 A 与集合 B 的交集
事件的差	$A-B$(或 $A\overline{B}$)	事件 A 发生而事件 B 不发生	集合 A 与集合 B 的差集

值得注意的是,互斥事件与对立事件的联系与区别.

A 与 B 为互斥事件(不相容事件)只说明 A 与 B 不能同时发生,即 $AB=\varnothing$,互斥事件也可以是多个事件.若 $A_1,A_2,\cdots,A_n$ 中任意两个不能同时发生即互斥,则称该事件组为互斥事件组.特别地,同一样本空间中任意两基本事件是互斥的.

而对立事件(逆事件)为{事件 A 不发生}的事件称为事件 A 的对立事件,A 的对立事件记为 $\overline{A}$.显然有 $\overline{S}=\varnothing$,$\overline{\overline{A}}=A$.两个互为对立的事件一定是互斥事件;反之,互斥事件不一定是对立事件,且互斥的概念适用于多个事件,但对立概念只适用于两个事件.两个事件互斥只表明这两个事件不能同时发生即至多只发生一个,也可以不发生;而两事件对立,则表示它们有且仅有一个发生.

满足对立事件条件的事件可能不只两个:若事件组 $A_1,A_2,\cdots,A_n$ 两两互斥即 $A_iA_j=\varnothing(i\neq j,i,j=1,2,\cdots,n)$,且其和为必然事件即 $A_1+A_2+\cdots+A_n=S$,则称事件组 $A_1,A_2,\cdots,A_n$ 是样本空间 S 的一个完备事件组.特别地,事件 A

与其对立事件$\overline{A}$构成一个完备事件组.

1）用事件的关系与运算表示其他事件

法一 将复合事件通过事件运算用其等价事件或对立事件表示.

为此，首先要注意下述词语所表示的事件运算关系：

(1)“至少”、“或”表示(积)事件的和(并)；

(2)“都”(“同时”)表示事件的积(交)；

(3)“而”、“和”、“又”、“但”、“与”表示事件的积(交)；

(4)“不”用对立事件表示；

(5)“至多”(“不多于”)一般用对立事件表示，或用积事件的和(并)表示；

(6)“仅”、“恰”常表为一些事件发生与另一些事件不发生的积；

(7)“不都”(“不同时发生”)先用事件之积表示“都”(“同时”)，再取其对立事件(逆事件)；

(8)“都不”先用对立事件表示“不”，再用事件的积表示“都”；

(9){不多于n个事件的发生}，其对立事件为“至少有$n+1$个事件发生是不可能事件”.

用等价事件或其对立事件描述有关事件时，要弄清每一个字，有时差一个字，或字相同但次序相反，其含义相差很大.

例1[1.2] 设A,B,C为三事件，用A,B,C的运算关系表示下列各事件：

(1) A发生，B与C不发生； (2) A与B都发生，而C不发生；

(3) A,B,C中至少有一个发生； (4) A,B,C都发生；

(5) A,B,C都不发生； (6) A,B,C中不多于一个发生；

(7) A,B,C中不多于两个发生； (8) A,B,C中至少有两个发生.

解 (1) 注意到“与”表示事件的积，“不”又可用对立事件表示，因而A发生，B与C不发生表示$A,\overline{B},\overline{C}$同时发生即$A\overline{B}\overline{C}$.

(2) 注意到“都”、“而”均可表示事件的积，“不”又可用对立事件表示，因而A与B都发生，而C不发生表示$A,B,\overline{C}$同时发生即$AB\overline{C}$.

(3)“至少”表示的事件的和，因而A,B,C中至少有一个发生可表为$A+B+C$.

(4) 由于“都”表示事件的积，A,B,C都发生可表为ABC.

(5) 先用对立事件表示“不”，再用事件的积表示“都”，因而A,B,C都不发生可表示为$\overline{A}\overline{B}\overline{C}$.

(6)“A,B,C多于一个发生”是“至少有两个发生”的等价事件，“不”表示对立事件，因而A,B,C不多于一个发生就可表示

$$\overline{AB+BC+CA}=\overline{AB}\ \overline{BC}\ \overline{CA}=(\overline{A}+\overline{B})(\overline{B}+\overline{C})(\overline{C}+\overline{A})$$

$$=(\overline{B}+\overline{A}\ \overline{C})(\overline{C}+\overline{A})=\overline{A}\ \overline{B}+\overline{B}\overline{C}+\overline{C}\overline{A}.$$

或 A,B,C 中不多于一个发生即 A,B,C 只有一个发生，或 A,B,C 全不发生，即所求事件为

$$\overline{A}\overline{B}C+\overline{A}B\overline{C}+A\overline{B}\overline{C}+\overline{A}\overline{B}\overline{C}=(\overline{A}\overline{B}C+\overline{A}\overline{B}\overline{C})+(\overline{A}B\overline{C}+\overline{A}\overline{B}\overline{C})+(A\overline{B}\overline{C}+\overline{A}\overline{B}\overline{C})$$
$$=\overline{A}\overline{B}+\overline{A}\overline{C}+\overline{B}\overline{C}.$$

(7) {A,B,C 中多于两个发生}等价于{至少有三个同时发生}，即 ABC 发生，“不”表示对立事件，因而所求事件为$\overline{ABC}=\overline{A}+\overline{B}+\overline{C}$.

(8)“至少”表示(积)事件的和，“至少有两个发生”表示两事件之积的和，则所求事件为 $AB+BC+CA$.

或 A,B,C 中至少有两个发生表示 A,B,C 中有两个发生，或 A,B,C 全发生，故所求事件也可表示为

$$\overline{A}BC+A\overline{B}C+AB\overline{C}+ABC=(\overline{A}BC+ABC)+(A\overline{B}C+ABC)+(AB\overline{C}+ABC)$$
$$=BC+AC+AB.$$

例2　甲、乙、丙三人各向靶子射击一次，设事件 $A_i=$ {第 i 人击中靶子}($i=1,2,3$)分别表示甲、乙、丙击中靶子，试用事件 A_i 表示下列事件：

(1) $B_1=$ {甲、乙至少一个击中，而丙未击中} $=$ ______；

(2) $B_2=$ {靶上仅中两弹} $=$ ______；

(3) $B_4=$ {至多二人击中} $=$ ______；

(4) $B_5=$ {甲、乙未击中，而丙击中} $=$ ______.

解　(1) $B_1=(A_1+A_2)\overline{A}_3$；　　(2) $B_2=\overline{A}_1A_2A_3+A_1\overline{A}_2A_3+A_1A_2\overline{A}_3$；

(3) $B_3=\overline{A_1A_2A_3}$，　或　$B_3=A_1\overline{A}_2\overline{A}_3+\overline{A}_1A_2\overline{A}_3+\overline{A}_1\overline{A}_2A_3+\overline{A}_1A_2A_3+A_1\overline{A}_2A_3+A_1A_2\overline{A}_3+\overline{A}_1\overline{A}_2\overline{A}_3$；

(4) $B_5=\overline{A}_1\overline{A}_2A_3$.

法二　对于较复杂的事件可利用差化积、对偶律、分配律等运算性质求其表示式.

这些较复杂的事件常与差事件、对立事件有关. 为求其表示式，除注意利用和事件、积事件、差事件、互不相容事件、对立事件的一些基本运算规律外，特别要注意差化积、对偶律(摩根律)及和对积的分配律的应用(它们常用于与逆事件有关的命题).

利用事件关系及其运算性质可推出下列常用的事件关系式.

分配律(和对积的分配律)

$$AB+C=(A+C)(B+C);\tag{1.2.1}$$

摩根律(对偶律) $\overline{A+B}=\overline{A}\overline{B}$, $\overline{AB}=\overline{A}+\overline{B}$; (1.2.2)

(记忆方法:左端到右端,长线变短线,和变积;积变和.)

补元律 $A\overline{A}=\varnothing, A+\overline{A}=S$; (1.2.3)

还原律 $\overline{\overline{A}}=A$; (1.2.4)

吸收律 如 $A\subseteq B$,则 $AB=A$,且 $A+B=B$; (1.2.5)

分解律 如 $A\subseteq B$,则 $B=A+\overline{A}B$; (1.2.6)

蕴涵律 如 $AB=\varnothing$,则 $A\subseteq\overline{B}, B\subseteq\overline{A}$; (1.2.7)

差化积的运算律 $A-B=A\overline{B}$. (1.2.8)

上述关系式也是计算事件概率的重要关系式,宜熟练掌握.

例 3* 射击三次,事件 A_i 表示第 $i(i=1,2,3)$ 次命中目标,则下列事件中事件( )表示至少命中一次,其中 S 表示样本空间.

(a) $A_1+A_2+A_3$ (b) $A_1+(A_2-A_1)+[(A_3-A_2)-A_1]$

(c) $S-\overline{A}\,\overline{B}\overline{C}$ (d) $A_1\overline{A}_2\overline{A}_3+\overline{A}_1A_2\overline{A}_3+\overline{A}_1\overline{A}_2A_3$

解 因(d)中事件的表示式仅表示恰有一次命中目标的事件,故(d)不能入选.又(a)显然入选.(c)也入选.因

$$S-\overline{A}\,\overline{B}\overline{C}=S-\overline{A+B+C}=S(\overline{\overline{A+B+C}})=S(A+B+C)=A+B+C.$$

另外,(b)也入选.因利用差化积及和对积的分配律可得到

$$\begin{aligned}&A_1+(A_2-A_1)+[(A_3-A_2)-A_1]\\&=A_1+A_2\overline{A}_1+(A_3\overline{A}_2)\overline{A}_1=(A_1+A_2\overline{A}_1)+(A_3\overline{A}_2)\overline{A}_1\\&=(A_1+\overline{A}_1)(A_1+A_2)+(A_3\overline{A}_2)\overline{A}_1=[A_1+(A_3\overline{A}_2)\overline{A}_1]+A_2\\&=(A_1+\overline{A}_1)(A_1+A_3\overline{A}_2)+A_2=(A_2+A_3\overline{A}_2)+A_1\\&=(A_2+\overline{A}_2)(A_1+A_3)+A_1=A_1+A_2+A_3.\end{aligned}$$

上式还可用文氏图证之.因而(a),(b),(c)均入选.

例 4 以 A 表示事件{甲种产品畅销,乙种产品滞销},则其对立事件 $\overline{A}$ 为( ).

(A) {甲种产品滞销,乙种产品畅销} (B) {甲乙两种产品均畅销}

(C) {甲种产品滞销} (D) {甲种产品滞销,或乙种产品畅销}

解 设甲、乙两种产品畅销的事件分别为 B,C,则 $A=B\overline{C}$,由摩根律有

$$\overline{A}=\overline{B\overline{C}}=\overline{B}+\overline{\overline{C}}=\overline{B}+C,$$

故 A 的对立事件为甲种产品滞销,或乙种产品畅销.仅(D)入选.

例 5 设 $S=\{x\mid 0\leqslant x\leqslant 2\}$, $A=\{x\mid 1/2<x\leqslant 1\}$, $B=\{x\mid 1/4\leqslant x<3/2\}$,具

---

* 本例中选项(a),(b),(c),(d)表示本题的正确答案可能有多项.其他为大写(A),(B),(C),(D)的选择题为单选题.下同.

体写出下列各事件：

(1) $\overline{A}B$； (2) $\overline{A}+B$； (3) $\overline{\overline{A}\,\overline{B}}$； (4) $\overline{AB}$； (5) $\overline{A+B}$.

解 (1) 因 $\overline{A}=S-A=\{x|0\leqslant x\leqslant 1/2\}+\{x|1<x\leqslant 2\}$，故

$$\overline{A}B=\{x|1/4\leqslant x\leqslant 1/2\}+\{x|1<x<3/2\}.$$

(2) 因$\overline{\overline{A}+B}=\overline{\overline{A}}\,\overline{B}=A\overline{B}$，而 $A\subseteq B$，$B\cdot\overline{B}=\varnothing$，故 $A\overline{B}=\varnothing$，从而$\overline{\overline{A}+B}=\varnothing$，故 $\overline{A}+B=\overline{\varnothing}=S=\{x|0\leqslant x\leqslant 2\}$.

(3) $\overline{\overline{A}\,\overline{B}}=A+B=B$(因 $A\subset B$)$=\{x|1/4\leqslant x<3/2\}$.

(4) 因 $A\subseteq B$，$AB=A$，故$\overline{AB}=\overline{A}$.

(5) **解一** 因 $A\subseteq B$，故 $A+B=B$，所以$\overline{A+B}=\overline{B}$；

解二 $\overline{A+B}=\overline{A}\,\overline{B}$ 且因 $A\subseteq B$，$\overline{B}\subseteq\overline{A}$，故

$$\overline{A+B}=\overline{A}\,\overline{B}=\overline{B}=\{x|0\leqslant x<1/4\}+\{x|3/2\leqslant x\leqslant 2\}.$$

2) 利用事件的关系与运算确定相关事件的关系或其性质

命题 1.2.1 对于任意两事件 A 和 B，如果 $AB=\overline{A}\,\overline{B}$，则 A，B 为对立事件.

例 6 对于任意两事件 A 与 B，如果 $AB=\overline{A}\,\overline{B}$ 成立，则(　　).

(A) $A=B$ (B) $A\subset B$ (C) A 与 B 对立 (D) A 与 B 独立

解一 由命题 1.2.1 知，A 与 B 为对立事件. 仅(C)入选.

解二 由 $AB=\overline{A}\,\overline{B}$ 得到 $AB\cdot B=\overline{A}\,\overline{B}B=\overline{A}\varnothing=\varnothing$，即 $AB=\varnothing$，下证 $A+B=S$，其中 S 表示样本空间.

由 $\overline{A}\,\overline{B}=AB$ 得到$\overline{\overline{A}\,\overline{B}}=\overline{AB}$，即 $A+B=\overline{AB}$，而 $AB=\varnothing$，故$\overline{AB}=\overline{\varnothing}=S$，即 $A+B=S$.

由 $AB=\varnothing$ 和 $A+B=S$ 可知，A，B 为对立事件. 仅(C)入选.

例 7 假设 A，B 是两个随机事件，且 $AB=\overline{A}\,\overline{B}$，则 $A+B=$______，$AB=$______.

解一 由命题 1.2.1 知，A，B 为两对立事件，故 $A+B=S$，$AB=\varnothing$.

解二 由于 $A+B$ 与$\overline{A+B}$互不相容，即 $A+B$ 与 $\overline{A}\,\overline{B}$ 互不相容，且 $A+B\supseteq AB$，故 AB 与 $\overline{A}\,\overline{B}$ 也互不相容，而 $AB=\overline{A}\,\overline{B}$. 由后面介绍的命题 1.2.2 知，$AB=\overline{A}\,\overline{B}=\varnothing$，则 $A+B=\overline{\overline{A}\,\overline{B}}=\overline{\varnothing}=S$，即 A，B 为对立事件.

例 8 下列事件的化简式是否正确？在什么条件下正确？

$$(A+B)-C=A+(B-C)=A+B\overline{C}.$$

解 一般情况下事件的结合律不适用于事件的加法和减法运算，因而上述化简式不成立，为使其成立必须另加条件. 事实上，有

$$(A+B)-C=(A+B)\overline{C}=A\overline{C}+B\overline{C},\quad 而\quad A+(B-C)=A+B\overline{C}.$$

一般地，$A\overline{C}+B\overline{C}\neq A+B\overline{C}$. 为使其相等需加上 $A\overline{C}=A$ 的条件. 因此，必有 $AC=\varnothing$，这时由 $A\subset\overline{C}$ 得到 $A\overline{C}=A$.