

疲劳失效与 材料强度预测

线性切口力学的概念与应用

陈玳珩 著

清华大学出版社

疲劳失效与 材料强度预测

线性切口力学的概念与应用

陈玳珩 著

清华大学出版社
北京

内 容 简 介

本书系统阐述了线性切口力学的概念及其在金属疲劳失效与材料强度预测方面的应用,内容包括光滑件的疲劳现象、切口件的疲劳、疲劳裂纹的扩展、平均应力和组合应力的疲劳强度、变应力幅值下的疲劳寿命、低循环疲劳、各种环境下的裂纹发生及扩展等。

本书可供力学、机械及其他相关专业的科研人员和工程技术人员阅读参考。

版权所有,侵权必究。侵权举报电话:010-62782989 13701121933

图书在版编目(CIP)数据

疲劳失效与材料强度预测:线性切口力学的概念与应用/陈玳珩著. --北京:清华大学出版社,2014

ISBN 978-7-302-38118-1

I. ①疲… II. ①陈… III. ①金属疲劳—疲劳力学—研究 ②金属材料—材料强度—预测 IV. ①TG111.8 ②TG14

中国版本图书馆 CIP 数据核字(2014)第 224659 号

责任编辑:石磊 赵从棉

封面设计:傅瑞学

责任校对:赵丽敏

责任印制:王静怡

出版发行:清华大学出版社

网 址: <http://www.tup.com.cn>, <http://www.wqbook.com>

地 址: 北京清华大学学研大厦 A 座 邮 编: 100084

社 总 机: 010-62770175 邮 购: 010-62786544

投稿与读者服务: 010-62776969, c-service@tup.tsinghua.edu.cn

质量反馈: 010-62772015, zhiliang@tup.tsinghua.edu.cn

印 装 者: 三河市中晟雅豪印务有限公司

经 销: 全国新华书店

开 本: 153mm×235mm 印 张: 11.25 字 数: 185 千字

版 次: 2014 年 10 月第 1 版 印 次: 2014 年 10 月第 1 次印刷

印 数: 1~1500

定 价: 49.00 元

产品编号: 056352-01

序 一

日本九州大学工学部材料强弱学研究自 1939 年以来由小野鉴正、石桥正、西谷弘信三代教授发展的材料疲劳学派在国际学术界有重要的影响。清华大学校友、现东京理工大学教授陈玳珩自 1980 年师从西谷弘信教授开始疲劳强度的研究，获得博士学位，并经三十年持续努力，获得系列成果。玳珩教授心系祖国，把他的部分研究成果及对疲劳强度问题的深刻理解，总结成此书出版，以飨国内读者。书中玳珩教授把九州疲劳学派的“线性切口力学”的概念与现代疲劳及断裂力学相结合，深入浅出，引人入胜。希望本书的出版将有助于我国疲劳与断裂学科的发展。

玳珩教授多年来热心于机械强度学的交流与传播。经常回国在母校清华大学和浙江大学等地与国内学术界进行学术交流。他曾在西谷弘信与清华大学黄克智教授支持下与浙江大学郭乙木教授共同组织以中日双边学者为主的国际学术会议。多年以来他也热心于旅日华侨心系祖国、服务祖国的工作，多次应邀回国参加侨联的各种活动。我借此书出版之际，表示对玳珩教授深切的谢意。

黄克智

清华大学航天航空学院教授
中国科学院、俄罗斯科学院院士

2014 年 2 月

序二

研究材料强度的主要目的是为了正确使用材料,即安全而且没有浪费地使用材料。为了达到这个目的,就需要从试件的强度来预测实物的强度。而要高精度地、更好地进行这种预测,需要正确理解所使用的强度评估参数。本书正是考虑到了这种需求而写。

作者陈玳珩先生从1980年起,在日本九州大学工学部材料强弱学西谷实验室,开始了疲劳强度的研究,并从此一贯地致力于解决与材料强度有关的各种问题及断裂力学的研究,到今天为止已在国内外发表有关论文超过400余篇。

本书中,作者以其深厚的学术理论功底及卓越的洞察力,根据西谷实验室的研究结果,特别是“线性切口力学”的概念,阐述了处理金属疲劳问题的基本思路和方法。

本书着重于对疲劳强度问题基本概念的理解。因此,对于与材料强度学术领域有关的学生、研究人员,以及从事材料强度设计工作的工程师来说,我与作者都衷心地希望,本书有助于他们建立自己的关于疲劳强度的知识体系,为在实际问题中应用强度评估参数打造一个统一的基本思路构架。

西谷弘信
日本九州大学名誉教授
2014年2月

前　　言

目前已有很多关于疲劳问题的专业著作。作者根据多年的研究工作体会到,面对着数量庞大的疲劳问题文献论文及设计公式,作为研究工作人员,应该会按照自己的思路框架通过对各种基本疲劳现象进行整理,总结并建立一套对疲劳问题研究的基本思路。这对研究工作的进一步开展是非常有益的。

作者于1980年在日本九州大学西谷弘信教授研究室开始了疲劳问题的学习和研究。本书主要根据西谷研究室的研究结果,应用西谷弘信教授所提倡的“线性切口力学”的概念,对金属疲劳的基本问题进行系统的总结整理后完成。其基本思路如下。

(1) 首先是定位问题。本书作者把包含疲劳在内的材料强度的学问,定位为建立“从试件的强度预测实物的强度”这样一个工程近似手法的学问。根据这一定位,弄清引起疲劳破坏的力学环境等因素,并就这些因素对试件和实物进行比较是材料强度学的主要内容。

(2) 材料强度学作为一门学问,其寻求的主要目标是由更少的试验数据高精度地预测更多的实物强度。

(3) 为了从比较少的试验数据预测更多的实物强度,其预测理论体系必定包含有近似,由此也就存在应用的界限。打破这些界限,找到材料强度学新的发展萌芽,则是材料强度学的主要课题。而明确的目的意识和先进实验技术的结合是成功的关键。

(4) 可以从不同的角度研究疲劳问题。本书根据疲劳破坏的发生完全取决于疲劳裂纹行为这一事实,把疲劳过程分为裂纹的发生和扩展机理不同的两个过程,通过疲劳裂纹行为来研究各种疲劳问题。

从上述可以了解到,本书的阅读对象是从事疲劳研究的技术人员、研究者、大学生。相信它对加深理解疲劳强度学的基本概念会有所帮助。

感谢日本九州大学名誉教授西谷弘信先生。他是作者的研究生指导老师。感谢他长期以来对作者在学术研究上的指导和帮助,以及对本书所使用的各种试验数据的大力支持和对本书基本构思的有益的讨论。

感谢清华大学航空航天学院工程力学系黄克智院士、庄苗教授对本书出版所给予的关注和支持。

陈玳珩
江苏大学教授
2014年7月

目 录

第 1 章 强度问题的工程方法	1
1.1 根据试件的强度预测实物的强度	1
1.2 产生破坏的力学环境	3
1.2.1 力学环境的参量	4
1.2.2 力学环境的强度	4
1.2.3 力学环境的强度指标	4
1.3 小规模屈服状态下的应力场的评价	6
1.3.1 裂纹问题	6
1.3.2 切口问题	9
1.3.3 线性断裂力学和线性切口力学的比较	13
1.4 大规模屈服状态下的应力场的评价	17
1.4.1 J 积分	17
1.4.2 非线性裂纹力学和非线性切口力学	19
第 2 章 光滑件的疲劳现象	26
2.1 光滑件的疲劳过程	27
2.1.1 S10C 退火材料的疲劳过程	29
2.1.2 7/3 黄铜的退火材料的疲劳过程	30
2.1.3 时效硬化铝合金的疲劳过程	32
2.2 光滑件疲劳现象的基本的特征	33
2.2.1 疲劳破坏的两个过程	34
2.2.2 疲劳裂纹的发生过程	34
2.2.3 碳钢的停留裂纹	39
2.3 滑移带裂纹和晶界裂纹	40
2.4 疲劳极限下存在停留微裂纹的材料和不存在停留微裂纹的材料的比较	42

2.4.1 S-N 曲线上的疲劳极限的存在和停留微裂纹的 关系	43
2.4.2 锻炼效应和停留微裂纹的关系	45
第3章 切口件的疲劳	49
3.1 切口件的疲劳损伤	49
3.2 疲劳强度 σ_{w1} 、裂纹强度 σ_{w2} 和分歧点的切口半径 ρ_0	53
3.2.1 $K_t \sigma_{w1}$ 和 $K_t \sigma_{w2}$ 与切口半径 ρ 的关系	53
3.2.2 σ_{w1} 、 σ_{w2} 与切口底部应力集中范围的关系	55
3.2.3 切口件停留裂纹产生的力学条件	59
3.2.4 分歧点的切口半径 ρ_0	62
3.2.5 切口的灵敏度	65
3.3 根据线性切口力学计算切口件疲劳极限的方法	68
3.4 缺陷件的疲劳极限	71
3.5 尺寸效应	75
第4章 疲劳裂纹的扩展	80
4.1 疲劳裂纹的扩展过程	80
4.2 疲劳裂纹扩展定律	81
4.3 长裂纹的扩展定律	85
4.3.1 满足小规模屈服条件下的裂纹尖端交变塑性变形 ..	86
4.3.2 小规模屈服条件下的裂纹扩展速度	87
4.4 疲劳裂纹的开闭口现象	91
4.4.1 裂纹的闭口现象	91
4.4.2 由 S 形卸载柔度法测量裂纹的开闭口点	92
4.4.3 有效应力强度因子范围 ΔK_{eff}	94
4.4.4 预开裂纹开始扩展后的开闭口点的变化	96
4.4.5 停留裂纹的开闭口	99
4.5 小裂纹的扩展	102
4.5.1 小裂纹的扩展定律	102
4.5.2 小裂纹扩展定律的适用界限	106
4.5.3 光滑件的疲劳寿命预测	109

第 5 章 平均应力和组合应力	112
5.1 平均应力的影响	112
5.2 组合应力下的疲劳强度	115
第 6 章 变应力幅值下的疲劳寿命	118
6.1 minor 法则成立的条件	119
6.1.1 疲劳损伤能否用 $\sum (n_i/N_{fi})$ 来评估(条件(2))	119
6.1.2 不同应力幅循环下的疲劳损伤是否相互 独立(条件(1))	125
6.2 过度应力给限下加载应力下的小裂纹扩展带来的影响	127
第 7 章 低循环疲劳	133
7.1 疲劳寿命	133
7.2 局部应变集中和裂纹发生	137
7.3 晶界裂纹发生的机理	142
第 8 章 各种环境下的裂纹发生及扩展	145
8.1 高温环境	145
8.2 腐蚀环境	149
8.2.1 裂纹发生行为	151
8.2.2 裂纹扩展行为	153
参考文献	157

第1章 强度问题的工程方法

1.1 根据试件的强度预测实物的强度

要定量地精确预测材料的强度,从根本上说必须对构成材料的最基本单元——分子乃至原子的结构进行研究,研究其与材料断裂现象的关系,这不是一个短时期可以解决的问题。但是,材料强度问题本身又是一个非常实用、急需解决的问题。在实际设计中,需要一种简易而有效的方法来预估实际构件或部件的强度。为了满足这样的需求,对于材料强度问题的研究,从一开始就把立足点放在如何从试件强度来预测实物的强度这样一种非常实用的工程方法上。

比如,通过试样评估实物的强度,是从试件的强度预测实物强度的最简单实例。这时,由于试样是与实物完全一样,所以从试样预测实物的强度时,当然不需要什么特别的理论(比如应力这个概念也不需要),可以简单地认为实物的负荷能力与试样的负荷能力相同。德国的铁道工程师 Wohler,奠定了今天的疲劳强度学的基础,是疲劳问题研究的第一人。在 19 世纪 50 年代,他在进行机车车轴的强度设计时,为了确定车轴的疲劳强度^[1],他自己设计了车轴的回转弯曲疲劳试验机,而所使用的试件就是实际的机车车轴。

由试样推算实物的强度值,不仅费用昂贵,而且对大型的实物,其试样的制作实际上也是不可能的,因此,自然希望由小型试件来推算实物的强度。上面所提到的 Wohler,他在用实际的机车车轴进行了疲劳试验之后,为了系统地研究影响车轴疲劳强度的各种因素,就是用了实际车轴(直径

5in)^①直径三分之一以下的直径 1.5in 的小型车轴作为试件, 进行车轴疲劳强度的研究。

为了用小型试件预测尺寸不同的实物强度, 就需要一些相应的理论。首先, 需要应力这个概念, 以及计算在实际负荷下的应力方法。也就是说, 这时首先需要算出构件在负载下所产生的应力, 然后把这个应力值与试件的破坏试验中所测定的该材料的应力临界值作比较。如果实际的应力小于材料破坏时的应力临界值, 那么就可以认为实物在使用中不会发生破坏, 是安全的。

以上所述, 可由图 1.1 说明(为了方便表达, 本书图表中的说明一律使用英文)。如图 1.1(a)所示的评价强度的方法, 是由试件预测实物的强度, 因此只要比较载荷本身就可以, 作为强度的预测非常简单。但反过来说, 由试件可以预测的就只是那个与试件完全一样的实物的强度。而如图 1.1(b)所示的评价强度的方法, 即由小型试件预测实物的强度, 是通过应力来比较试件和实物的破坏, 所以, 通过一个试件的破坏试验可以预测各种尺寸不同的实物的强度。但是, 应力是一个张量, 比较试件和实物的应力的时候, 原则上必须对应力的各个分量进行比较。因此, 图 1.1(b)所示的方法, 基本上只适用于试件和实物承受同一类型的载荷(比如同样是单纯拉伸或弯曲等)。如果载荷类型不同, 如图 1.1(c)所示, 由承受单轴拉伸的试件的试验结果预测承受三点弯曲的梁的强度时, 由于是各应力分量的比例不相同的应力状态的比较, 这就需要有一个对不同应力状态进行比较的破坏准则。

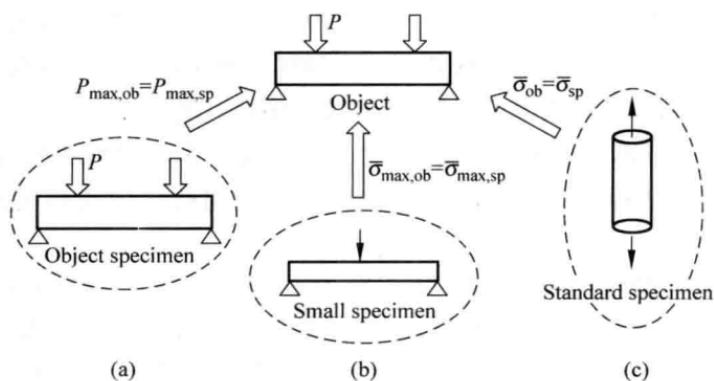


图 1.1 根据试件的强度预测实物的强度

① 1in=2.54mm。

通常使用的强度设计方法,即材料力学的强度设计方法,是把材料的拉伸强度或屈服应力等乘以恰当的安全因数而得到的许用应力,作为设计的应力基准。由于材料的拉伸强度和屈服应力等应力临界值,是取自于同一材料的标准试件的试验结果,所以设计者本人虽然没有直接进行材料试验,其设计方法本质上也是从试件的强度预测实物的强度。

综上所述,材料强度问题的工程方法,简单地说,是从试件的强度预测实物的强度,这样一个看上去非常简单的方法。但问题在于,如何可以从尽可能少的试验中有效地推算出更多的实物的强度。这就需要各种与材料的力学和断裂等相关的理论。比如,图 1.1(b)所示的通过小型试件的强度评价,就需要以下两种理论。

(1) 通过最大应力来比较试件和实物的破坏行为的有效性,是基于最大应力相同时则材料的破坏行为也相同的破坏准则(这一点,很多人不一定意识到,或以为是理所当然的,其实这一准则不成立的情况也是有的)。

(2) 为了比较在试件和实物中产生的各自的应力,需要诸如材料力学或有限元法等应力解析的方法。

为了从少量的试验结果有效地预测更多的实物强度,就需要更多的相应的理论。如图 1.1(c)所示,通过标准试件的屈服应力或抗拉强度等静载强度特性推算实际构件的荷载能力时,还需要不同应力状态下的破坏准则(图中作为塑性屈服准则的例子采用了 von Mises 的屈服条件,所以比较的是试件和实物的等效应力 σ)。

这样,材料强度由于受到其使用条件,比如力学条件及包含温度在内的很多环境条件等因素的影响,在比较试件和实物的强度时,就需要把两者放在同样的环境之中。因此如何缓和这些环境的限制因素,如何能够对不同的环境条件进行强度预测,建立不同环境条件下的破坏准则可以说是材料强度学的基本任务。通过尽可能少的尽可能简单的试验,来尽可能精确地预测尽可能多的实物的强度,是材料强度研究者的永远目标。

1.2 产生破坏的力学环境

为了从试件的强度预测实物的强度,必须对两者产生破坏的环境进行比较。对由外力引起的破坏,关系最大的外因应该是力学环境。这里,我们在 1.2.1 节说明作为力学环境的参量应该是应力,在 1.2.2 节说明与强度有关的力学环境不单是一点的应力,而应该是破坏开始产生的某一区域(以

下称此区域为 process zone) 内的应力分布, 最后在 1.2.3 节说明如何用少量的参量作为衡量力学环境的强度指标来评价破坏开始产生的 process zone 的应力分布。

1.2.1 力学环境的参量

引起破坏的力学环境的代表性参量是应力。比如, 有关塑性屈服、拉伸断裂和疲劳破坏等材料破坏, 其临界条件全都是以应力为参量。这也就是说, 比较力学环境时所用的参量不是作为载荷的力的本身, 而应该是应力。对于同一材料, 只要应力一样, 哪怕部件的形状、尺寸不同, 产生破坏的现象也大体上一样。

1.2.2 力学环境的强度

构件在使用中应力分布通常是不均匀的。实际上, 如果存在有应力集中, 那么构件的破坏行为就不能单纯地由最大应力 σ_{\max} 来决定。这种现象已经是众所周知。比如, 对于切口试件, 如果应力集中系数为 2, 那么其疲劳极限并不会降低到无切口的光滑试件的疲劳极限的 $1/2$ 。对于同一种材料构件的裂纹发生时的应力状态, 切口件的最大应力通常比光滑件的高。这是因为材料破坏尽管是从一个非常小的局部开始的, 但是开始产生破坏的场所却不是一个数学意义的“点”, 而是一个有一定大小的区域。也就是说, 决定材料破坏开始发生的区域无论怎么小, 我们也需要考虑到它是有一定大小的, 不能用一点的最大应力, 而必须用该区域的应力分布来评价产生材料破坏的力学环境强度。因此, 破坏开始发生的 process zone 所处的力学环境的强度应是该区域的应力分布。由试件的强度推算实物的强度时, 我们应比较两者在 process zone 内的应力分布。在这里, 重要的是, 在研究包含疲劳在内的各种破坏行为时, 必须考虑到决定破坏行为的是一个有一定大小的 process zone。这是一个重要的概念。因此, 从试件的强度推算实物的强度的时候, 不是用一点的应力, 而是用 process zone 的应力分布作为力学强度, 来比较试件与实物的破坏行为。

1.2.3 力学环境的强度指标

如上所述, 为了合理评价力学环境的强度, 不是用一点的应力值, 而是

用在 process zone 的应力分布。但是,此时需要考虑以下两个问题。

- (1) 如何用少量的参量来评价扩展在一个范围内的应力分布。
- (2) 材料在破坏发生前通常产生塑性变形。从试件的强度预测实物的强度时,应该考虑塑性变形,用塑性应力分布作为力学环境的强度。弹塑性计算当然比弹性计算更为复杂。因此,如何用可以简单得到的参量来评价弹塑性应力分布,在实际应用中是非常重要的。

作为强度问题的工程方法,自然是希望能用尽可能少,而且可以简单求得的参量作为衡量力学环境的强度指标。目前广泛应用的强度问题的工程方法基本上可归纳如下。

1. 不进行弹塑性应力解析的方法

为了从试件的强度预测结构物的强度,并不一定需要直接知道弹塑性应力分布的数值本身,只要能够判断试件和实物的各自的弹塑性应力场是否一样就足够了。比如,小规模塑性屈服时,通过弹性解析求得的弹性应力场,就能判断在发生小规模塑性屈服后的试件和实物的弹塑性应力场是不是一样。这时,根据在最大应力点附近的弹性应力分布的应力梯度的大小,这个方法又可大致分为以下三种:

1) 几乎没有应力梯度的情况

因为应力在破坏现象的 process zone 内几乎不变,所以仅用最大应力就可近似地给出应力分布的评价。

2) 由切口等引起有限应力梯度的情况

要评价在切口底部附近的应力分布,必须同时考虑最大应力和在最大应力点处的应力梯度。详细可参照 1.3.2 节“切口问题”中所述的“线性切口力学”。

3) 弹性应力梯度无穷大的情况

在裂纹尖端,理论上弹性应力无穷大,应力梯度也无穷大。这样的应力分布必须作为奇异性应力场来考虑。详细可参照 1.3.1 节“裂纹问题”中所述的“线性切口力学”。

2. 进行弹塑性应力解析的方法

一般这个方法适用于发生大规模的塑性变形的情况。产生大规模的塑性变形时,已不能够利用发生塑性变形前的弹性应力来比较试件和实物的发生塑性变形后的弹塑性应力场,这时需要进行弹塑性应力解析。但是,作

为强度预测的工程方法,为了从试件的强度预测实物的强度,通过弹塑性应力解析进行比较的力学环境的参量的数量应尽可能少,也就是说,为了能够判断试件的弹塑性应力场和实物的弹塑性应力场是否大致相同,所需要的衡量力学环境的强度指标的数量应尽可能少。通过这些少量的指标来比较试件和实物的弹塑性应力分布,只要这些指标一样,那么就可以保证试件和实物的弹塑性应力场也大致相同。详细可参照 1.4 节。

1.3 小规模屈服状态下的应力场的评价

1.3.1 裂纹问题

处理小规模屈服状态下裂纹尖端破坏行为的是线性断裂力学。线性断裂力学论述有裂纹构件的强度问题。为与处理切口问题的线性切口力学相对应,本书将线性断裂力学称为线性裂纹力学。

对于裂纹来说,发生在裂纹尖端附近的损伤是促使裂纹扩展的原因。在裂纹尖端,弹性应力变成无穷大,产生了所谓的奇异性应力场。裂纹尖端的奇异性应力场,与裂纹的大小以及构件的几何尺寸等条件无关,总是互相相似(为了说明基本概念,在这里只考虑 I 型的奇异性应力场),如下式所示,有着 $1/\sqrt{r}$ 的奇异性,其强度可由 1 个参量,即应力强度因子 K_I 来表示:

$$\sigma_{ij}(r, \theta) = \frac{K_I}{\sqrt{2\pi r}} f_{ij}(\theta) \quad (1.1)$$

式中, $f_{ij}(\theta)$ 是角度 θ 的无量纲函数,表示各应力分量的角度分布。

根据式(1.1),为了比较试件裂纹尖端的奇异性应力场和实物裂纹尖端的奇异性应力场,作为衡量力学环境的强度指标,只要比较试件与实物的应力强度因子便可。比如考虑有裂纹的构件的脆性断裂,根据线性裂纹力学,首先应求出在实际载荷下构件裂纹尖端的应力强度因子 K_I ,其次把它与从同一材料的试件试验得到的该材料应力强度因子的临界值 K_{IC} 作比较,如果 K_I 达到 K_{IC} ,即 $K_I = K_{IC}$,则构件将断裂。尽管实物构件的载荷和裂纹长度与试件的不同,但只要外力产生的 K_I 也达到 K_{IC} ,那么两者裂纹尖端附近的应力场就大致相同,因此也有同样的裂纹扩展现象发生。

在这里为了进一步弄清应力强度因子可作为控制裂纹扩展的力学参量的根据,必须考虑下面两个问题:

(1) 应力强度因子本来是针对理想裂纹的,即针对尖端曲率半径为零

的理想裂纹尖端产生的纯弹性应力场而推导出的概念。可是,实际的裂纹,其尖端的曲率半径无论怎么小也不是零。这样,应力强度因子本来是作为理想裂纹的奇异性应力场的力学强度参量,它对于尖端曲率半径严格说来不是零的实际的裂纹问题是否还适用,就成为了一个问题。

(2) 还有,在破坏之前,通常在裂纹的尖端附近产生塑性变形。控制裂纹扩展的是塑性变形发生后裂纹尖端的弹塑性应力场,而裂纹尖端的弹塑性应力场,是否可以用不考虑塑性变形而得到的应力强度因子来表示也是一个需要考虑的问题。

问题(1),因为与切口问题也有关联,我们将在 1.3.3 节中说明。在这里首先考虑问题(2)。

为了回答问题(2),必须说明,对于试件和实物在小规模屈服条件下只要应力强度因子一样,裂纹尖端附近的弹塑性应力分布也是一样。对此,通常是这样说明的,即,由于是小规模屈服,所以塑性区域非常小,对弹性区域的应力分布几乎不带来影响。也就是说,裂纹尖端附近的弹塑性应力场是以周围的弹性应力场作为边界条件的。所以,当应力强度因子一样时,周围的弹性奇异应力场也一样,而在一样的边界条件下的塑性区域内的弹塑性变形也大体上一样,即实现同样的弹塑性状态。

可是,这个塑性区域充分地小,对弹性区域的应力分布几乎不带来影响的条件,是过于苛刻且相当大地限制了应力强度因子的实际应用范围。对于应力强度因子的有效性,这不是必要条件。应力强度因子的有效性在于,试件和实物的应力强度因子一样时,就能保证两者的弹塑性应力场也一样(即使弹性区域的应力分布由于塑性屈服发生了变化)。为了理解这个问题,我们应该从裂纹对裂纹尖端附近塑性变形的响应的等价性来讨论应力强度因子的有效性^[2]。

弹塑性应力场可视为,由弹性应力场(由弹性解析求得的不考虑塑性变形的应力场)和由于塑性变形而附加的应力场的和,即

$$\text{弹塑性应力场} = \text{弹性应力场} + \text{由于塑性变形而附加的应力场}$$

因此,应力强度因子一样时,在裂纹尖端的弹塑性应力场是不是一样,只要看由于塑性变形而附加的应力场是不是一样便可。在这里,我们把由于裂纹尖端附近的塑性变形而附加的应力场,称为裂纹对塑性变形的响应^[3]。由塑性应变而附加的应力场,可以通过恰当的分布在理想弹性体中的力偶来表现^[3]。所以裂纹对塑性变形的响应,可以通过作用在裂纹尖端附近的力偶引起的应力场来评价。比如,无穷大板中有 1 个长度 $2a$ 的裂