

考研 数学

题海战“数”

概率论与数理统计(数一)

全国硕士研究生招生考试研究委员会◎编著

中国第1套带名师微课的考研图书

扫描书内考点试题二维码，听名师讲解，高效备考，业内唯一，一次通过



第1套

带名师微课的考研图书

1999元名师精品课程+680元英语写作批改+99元网校代金券

世界图书出版公司

offcn 中公·考研

题海战“数”

概率论与数理统计(数一)

全国硕士研究生招生考试研究委员会◎编著

世界图书出版公司

北京·广州·上海·西安

图书在版编目(CIP)数据

概率论与数理统计. 数一/全国硕士研究生招生考试研究委员会编著. — 北京:世界图书出版公司北京公司, 2013.6(2015.2 重印)

(题海战“数”)

ISBN 978-7-5100-6300-8

I. ①概… II. ①全… III. ①概率论-研究生-招生考试-习题集 ②数理统计-研究生-招生考试-习题集 IV. ①O21-44

中国版本图书馆 CIP 数据核字(2013)第 111369 号

题海战“数”·概率论与数理统计(数一)

编 著:全国硕士研究生招生考试研究委员会

责任编辑:夏 丹 向 青

装帧设计:中公教育图书设计中心

出 版:世界图书出版公司北京公司

出 版 人:张跃明

发 行:世界图书出版公司北京公司

(地址:北京朝内大街 137 号 邮编:100010 电话:64077922)

销 售:各地新华书店

印 刷:三河市鑫利来印装有限公司

开 本:850mm×1168mm 1/16

印 张:16

字 数:384 千

版 次:2013 年 9 月第 1 版 2015 年 2 月第 3 次印刷

ISBN 978-7-5100-6300-8

定 价:32.00 元

如有质量或印装问题,请拨打售后服务电话 010-82838515

真正实现考研数学快速提分

核心考点训练 题型分类训练 真题实战训练

考研数学总分为 150 分,相对于考研政治和考研英语这两门总分值均为 100 分的公共科目而言,考研数学的重要性尤为凸显。从历年全国硕士研究生招生考试情况来看,凡是脱颖而出的考生,大都在数学科目取得了较高甚至是满分的成绩,所以考生能否取得考研数学的高分已经成为其考研成败的关键因素。

基于此,全国硕士研究生招生考试研究委员会在多年研发的基础上,在总结历年考生备考数学的难点问题上,特提出:“题海战‘数’”的理念,并出版“题海战‘数’”系列考研丛书共 8 本。本套丛书严格按照考试大纲划分章节,考点覆盖全面。每一章都分为考试内容及要求、专项训练两部分。本系列丛书是市面上唯一一套按照学科分类以及带微视频的考研数学辅导丛书,考生可根据自己对各个学科掌握程度的不同,有针对性的选择备考图书,从而实现高效复习。

第一步 核心考点训练

历年考研数学试卷中 70% 的试题都是在考查核心概念、公式、定理,可见核心考点在考研数学试卷中的重要性。因此,考生决胜数学首先需要明确核心考点,有针对性地进行复习。

了解大纲要求。本丛书的【考试内容及要求】部分按照了解、理解、掌握、会求四个层次确定复习重点。在复习教材时考生一定要牢记重要的概念、公式和定理。

明确核心考点。考生在了解的基础上要有侧重点地复习,如微积分中的极限、导数和积分,线性代数中矩阵的初等变换、线性方程组的解法、矩阵特征值、特征向量的求法,概率中随机事件概率的求法、二维随机变量的分布、随机变量的数字特征等。

第二步 题型分类训练

考生在明确了复习重点后,还需要通过做题加以巩固。考生只有通过大量题目的训练,才能够了解同一考点不同题型的考查方式,并熟练掌握各题型的解题方法和技巧,从而建立起知识点之间相互衔接的体系,进而加深对知识体系的掌握。

本系列丛书精心筛选了经典习题,并且给出了详细解析,有些题目做到了一题多解。其解题方法均是具有丰富一线教学经验的专家在深入研究考试大纲和历年真题的基础上总结而成,简捷实用。同时,能够让考生对题目考查的知识点理解透彻,达到触类旁通、举一反三的效果。

为了方便考生复习,本系列丛书的【专项训练】部分,对题目进行了分类,将习题分为选择题、填空题、解答题三类,并且每一道题目的难易程度都以星号来表示,考生可以根据实际情况,有选择地进行训练。此外,同一知识点的不同考查方式全部呈现在考生面前,充分体现出试题万变不离其宗的特点。

第三步 真题实战训练

真题是认知考试的最好载体,它反映了考试的难度和命题人的思路。在复习后期考生需要通过做真题来检验自己的复习成果。考生应从两方面着手:

一是对大纲要求的知识点做系统的梳理,熟记公式,以备做真题时能熟练运用。

二是系统地做至少近十年的真题,通过做真题,掌握考研数学的重点、难点,并熟悉各种常考题型。

本系列丛书精心筛选了最具代表性的真题融入对应的各个章节,并附赠最新三年真题(2013年~2015年)及答案详解。通过真题的训练,考生能够更进一步地吃透考点、击破难点,提高做题的准确性,把握考试脉搏。此外,考生还需要形成良好的作答时间观念,学会在有限的时间内对题目进行取舍、选择,最大程度地提高考试分数。

第四步 视听名师微课

教材学习固然重要,但是图书毕竟存在一定的局限性,比如学习过程相对枯燥、遇到难以理解的知识点和题目无处求教等。因此,本书的典型习题以及附录部分的真题(2013年~2015年)都配备了同步高清微课程,考生通过手机扫描二维码,即可实现微课学习,在老师的帮助下轻松掌握作答技巧和相关知识。为了确保视频内容的准确性和权威性,本书的所有视频均由教学经验丰富的名师讲解,保证广大考生在学习过程中能够随时随地得到业界名师的指导,且在解题思路和解题速度上得到进一步的突破和提高。

希望本书能够帮助考生攻克考研数学的难关,实现梦想。本书在编写过程中,尽管尽心、尽力、尽责,但书中难免存在失误和有待商榷之处,欢迎广大读者朋友批评指正。

全国硕士研究生招生考试研究委员会

二〇一五年二月于北京

2006年~2015年考研数学(一)考情分析

本书结合考研数学(一)的最新考试大纲,通过对2006年~2015年十年考研数学(一)真题的分析与研究,给出了近十年考研数学(一)真题的具体考点,可以使考生清晰地了解考研数学(一)真题的命题题型、题量与高频考点.与此同时,能够让考生在全面复习的过程中,明确并强化重要知识点.

一、考试形式和试卷结构分析

根据最新的考试大纲,考生可以了解到以下信息:

考试形式和试卷结构

(一) 试卷满分及考试时间

试卷满分为150分,考试时间为180分钟.

(二) 答题方式

答题方式为闭卷、笔试.

(三) 试卷内容结构

高等数学	56%
线性代数	22%
概率论与数理统计	22%

(四) 试卷题型结构

单项选择题	8小题,每题4分,共32分
填空题	6小题,每题4分,共24分
解答题(包括证明题)	9小题,共94分

【分析】通过分析试卷内容结构,可知高等数学占的比重是最大的,几乎占了整套试题题量的六成;线性代数、概率论与数理统计占的比重相同,大约各占两成的题量.因此,考生在备考数学(一)的时候,重点放在高等数学上.

由于每部分考查内容在试卷中所占的比重与分值不同,因此考生通过对历年真题的深入分析(见表2~表7),可以在短时间内清楚地了解历年考研数学(一)的命题趋势与考查重点.结合相应知识板块的备考策略,考生可以有目的、有针对性地复习数学,以取得事半功倍的效果.

二、历年真题题型、题量分析

表1是对2006年~2015年考研数学(一)历年真题的结构与题型、题量的分析情况汇总.

表1 2006年~2015年考研数学(一)试卷结构与题型、题量分布表

年份(年)	题量	试卷结构		
		第一部分	第二部分	第三部分
2006	共计23道题	填空题	选择题	解答题
		共6道	共8道	共9道
2007	共计24道题	选择题	填空题	解答题
		共10道	共6道	共8题
2008	共计23道题	选择题	填空题	解答题
		共8道	共6道	共9道
2009	共计23道题	选择题	填空题	解答题
		共8道	共6道	共9道
2010	共计23道题	选择题	填空题	解答题
		共8道	共6道	共9道
2011	共计23道题	选择题	填空题	解答题
		共8道	共6道	共9道
2012	共计23道题	选择题	填空题	解答题
		共8道	共6道	共9道
2013	共计23道题	选择题	填空题	解答题
		共8道	共6道	共9道
2014	共计23道题	选择题	填空题	解答题
		共8道	共6道	共9道
2015	共计23道题	选择题	填空题	解答题
		共8道	共6道	共9道

【分析】从上表可以看出:2006年~2015年考研数学(一)的试卷包括选择题、填空题和解答题三种题型,除了2007年题量有相对较大的变化以外,其他年份的题量均为23道题目.2008年以来的考研数学(一)的试卷题型、题量都相对固定,因此2016年考研数学(一)试卷的结构将会继续沿用这三大题型,且题量也将基本保持不变.

三、历年真题考点分析

2006年考研数学的题型顺序为填空题、选择题、解答题,但是从2007年开始,题型顺序发生变化,变更为选择题、填空题、解答题.下面的表2~表7依据学科(分为高等数学、线性代数、概率论与数理统计)分别汇总了近十年考研数学(一)真题中每个题目所考查的知识点.表格中除了年份外,其他数字表示考研数学(一)真题试卷中的题号.

表2 2006年考研数学(一)真题高等数学考点分布表

年份(年)	填空题	选择题	解答题
2006	1. 求极限 2. 微分方程 3. 二重积分 4. 点到平面距离公式	7. 函数性质、微分 8. 二重积分 9. 级数收敛性 10. 二元函数极值判断	15. 二重积分 16. 求极限 17. 幂级数展式 18. 二阶偏导 19. 曲线积分与路径无关的定理

表3 2007年~2015年考研数学(一)真题高等数学考点分布表

年份(年)	选择题	填空题	解答题
2007	1. 等价无穷小 2. 渐近线 3. 定积分几何意义 4. 函数连续性 5. 数列收敛性 6. 曲线积分	11. 定积分 12. 复合函数求偏导 13. 微分方程 14. 曲面积分	17. 求最值 18. 曲面积分 19. 罗尔中值定理 20. 幂级数、微分方程
2008	1. 函数连续性、零点定理 2. 梯度 3. 微分方程 4. 数列收敛性	9. 微分方程 10. 曲线切线方程 11. 幂级数收敛域 12. 曲面积分	15. 求极限 16. 曲线积分 17. 求最值 18. 导数性质、周期函数性质 19. 余弦级数
2009	1. 等价无穷小 2. 二重积分 3. 变限积分 4. 级数收敛性	9. 二阶偏导 10. 微分方程 11. 曲线积分 12. 三重积分	15. 二元函数极值 16. 级数 17. 旋转面、立体体积 18. 拉格朗日中值定理、连续性 19. 曲面积分
2010	1. 极限 2. 偏导 3. 反常积分收敛性 4. 级数	9. 二阶导数 10. 定积分 11. 曲线积分 12. 形心	15. 微分方程 16. 单调区间与极值 17. 积分性质、夹逼准则 18. 级数、和函数 19. 曲面积分
2011	1. 拐点 2. 幂级数收敛域 3. 极值充要条件 4. 积分性质	9. 平面曲线弧长 10. 微分方程 11. 二阶偏导 12. 曲线积分	15. 求极限 16. 复合函数的二阶混合偏导数 17. 导数的应用 18. 数列的收敛性 19. 二重积分
2012	1. 渐近线 2. 导数定义 3. 连续、可微 4. 一元定积分	9. 微分方程 10. 定积分 11. 梯度 12. 曲面积分	15. 一阶导数 16. 求极值 17. 级数 18. 导数、积分的几何意义 19. 曲线积分

(续表)

年份(年)	选择题	填空题	解答题
2013	1. 洛必达法则 2. 曲面切面方程 3. 级数 4. 格林公式	9. 隐函数求导 10. 微分方程 11. 二阶求导 12. 一元分部积分	15. 一元积分 16. 级数 17. 求极值 18. 中值定理 19. 重心、三重积分
2014	1. 曲线渐近线 2. 导数函数的凹凸性 3. 二重积分的转化 4. 定积分的计算	9. 曲面切平面方程 10. 不定积分 11. 微分方程求解 12. 斯托克斯公式	15. 求极限 16. 函数的极值 17. 偏导数和微分方程 18. 高斯公式 19. 级数的收敛性
2015	1. 曲线的拐点 2. 二阶常系数非齐次微分方程 3. 幂级数收敛点 4. 累次积分的转化	9. 未定式极限 10. 定积分计算 11. 隐函数求导 12. 三重积分计算	15. 等价无穷小 16. 切线方程、微分方程 17. 方向导数、条件极值 18. 证求导公式 19. 曲线积分

【分析】由表2和表3可以看出,函数基本性质、定理,导数概念、性质、定理,级数收敛性、和函数,曲线积分定义、性质,曲面积分定义、性质,微分方程,中值定理等都是每年必考的内容,均会出一至两道内容相关的题目.考生在复习的时候可以着重复习这些常考的知识点,要做到理解、熟记并综合运用.

表4 2006年考研数学(一)真题线性代数考点分布表

年份(年)	填空题	选择题	解答题
2006	5. 行列式	11. 向量组线性相关 12. 矩阵初等变换	20. 矩阵的秩、线性方程组求解 21. 矩阵特征值、特征向量、矩阵相似

表5 2007年~2015年考研数学(一)真题线性代数考点分布表

年份(年)	选择题	填空题	解答题
2007	7. 向量组线性相关 8. 矩阵的合同、相似	15. 矩阵乘法、秩	21. 线性方程组求解 22. 矩阵特征值、特征向量
2008	5. 矩阵可逆 6. 正交变换、特征值	13. 矩阵特征值	20. 矩阵的秩、向量相关 21. 线性方程组行列式、求解
2009	5. 过渡矩阵 6. 分块矩阵、伴随矩阵	13. 矩阵特征值	20. 线性方程组求解、向量组线性无关 21. 二次型

(续表)

年份(年)	选择题	填空题	解答题
2010	5. 矩阵的秩 6. 矩阵相似	13. 向量空间	20. 线性方程组求解 21. 二次型
2011	5. 矩阵初等变换 6. 基础解系	13. 正交变换	20. 向量组的线性表示 21. 矩阵的特征值与特征向量
2012	5. 线性相关 6. 相似矩阵	13. 矩阵的秩	20. 行列式、线性方程组求解 21. 二次型
2013	5. 向量组等价 6. 矩阵相似	13. 行列式	20. 线性方程组求解 21. 二次型
2014	5. 行列式的性质 6. 向量组的线性相关性	13. 二次型的惯性指数	20. 矩阵方程的求解 21. 矩阵的相似
2015	5. 线性方程组解的判定 6. 二次型化标准形	13. 计算行列式	20. 向量空间的基 21. 矩阵的对角化

【分析】由表4和表5可以看出,矩阵、向量组、向量空间、线性方程组求解、二次型几乎都是每年必考的内容,有的以选择题形式出现,有的以填空题形式出现,有的直接综合几个知识点以解答题的形式出现. 正所谓万变不离其宗,无论考查形式如何变化,这些必考知识块的内容是不会发生变化的.

表6 2006年考研数学(一)真题概率论与数理统计考点分布表

年份(年)	填空题	选择题	解答题
2006	6. 均匀分布	13. 条件概率 14. 二维正态分布	22. 概率密度、分布函数 23. 参数估计

表7 2007年~2015年考研数学(一)真题概率论与数理统计考点分布表

年份(年)	选择题	填空题	解答题
2007	9. 几何概型 10. 二维正态分布、条件概率	16. 几何概型	23. 概率密度 24. 参数估计
2008	7. 分布函数 8. 相关系数	14. 泊松分布概率	22. 条件概率、密度函数 23. 参数估计、方差
2009	7. 期望 8. 随机变量的独立性及间断点	14. 参数估计、期望	22. 条件概率、概率分布 23. 参数估计
2010	7. 均匀分布 8. 概率密度	14. 期望	22. 条件概率密度 23. 参数估计、方差
2011	7. 概率密度 8. 数学期望	14. 正态分布、期望	22. 概率分布、相关系数 23. 参数估计、方差、期望
2012	7. 均匀分布、概率密度 8. 相关系数	14. 条件概率	22. 二维离散概率分布、协方差 23. 参数估计

(续表)

年份(年)	选择题	填空题	解答题
2013	7. 正态分布 8. t 分布	14. 指数分布	22. 分布函数 23. 参数估计
2014	7. 独立事件的性质 8. 期望及方差的性质	14. 无偏估计	22. 随机变量的分布函数与期望 23. 极大似然估计与大数定律
2015	7. 随机事件概率的性质 8. 随机变量的相关性	14. 利用分布计算概率	22. 离散型随机变量的分布及其数字特征 23. 两种参数估计法

【分析】由表6和表7可以看出,期望、方差、条件概率、指数分布、均匀分布、正态分布、二维概率分布、参数估计,这些知识点是概率论与数理统计的必考内容,所以考生在复习概率论与数理统计时,要着重复习这几大知识版块。

【总分析】综上可知,考研数学(一)各科考查的重要知识点相对固定,考查的具体内容概括为以下两方面:第一,基本概念、基本理论、基本方法.第二,知识的综合运用。

四、考研数学(一) 备考策略

数学考试大纲要求考生比较系统地理解数学的基本概念、基本理论,掌握解答数学的基本方法.近几年考研真题对基础知识的考查越来越多,所占分值也越来越大.因此考生在备考考研数学(一)时可遵循以下策略:

(一) 研读考试大纲,把握命题趋势

要想把握命题趋势,赢得考试,分析大纲是最重要的环节,即寻找其是否有新的规定和要求.考生根据大纲作出深度解读,尤其要重视大纲中的新变化,根据这些新变化,对自己的备考计划做出及时的调整。

(二) 夯实基础知识,深入研究真题

近年来考研数学真题越来越注重对基本概念、基础知识、基本定理性质等的考查,如果考生不理解这些基本概念、基本定理性质,那么连基础分都会丢掉.考生在复习教材的基础上,还需要深入研究历年真题,把握考试出题的方式、内容等主要信息。

(三) “主”“次”分明,攻克弱点

从学习态度来说,考生对每一个知识点都要认真对待,面面俱到,但是从复习技巧上来说,要讲究有“主”有“次”.考生在对所有的知识点都进行系统复习以后,就应该把复习重点放在自己的“短板”上面,集中攻克,防止让一块“短板”限制了自己的提升高度。

(四) 及时总结归纳,注重纵向梳理

分析历年真题可以看出,数学试题不仅在解答题中有对综合能力的考查,还在客观题中出现了综合知识的考查.近几年真题中,多数题目都是通过两个(或以上)知识点糅合、并通过一两次的变形而来.这就要求考生在解题的时候遇到问题要及时总结归纳,熟练掌握各类重要题型解题的要领和技巧.许多考生清楚每个单独的考点,但是联系在一起综合运用就会出现一定的困难.因此考生要注重建立起清晰的知识框架,纵向整体梳理知识结构.

(五) “学”“练”结合,查漏补缺

很多考生在备考时没有计划,胡子眉毛一把抓,不知道如何循序渐进地进行复习,最直接的表现就是只学不练或者是只练不学.

只学不练的备考方式,犹如“纸上谈兵”,没有做过历年真题的考生,是无法上考场的.只练不学的考生,虽然通过做题快速提高了能力、扩大了知识面,可是考生的整个知识体系是混乱的,这样就很容易漏掉知识点.考生在备考时一定要讲究“学”“练”结合.首先,以教材为主,充分掌握基本概念、基础知识、基本定理性质等内容;其次,适当做一些习题,熟练掌握解题技巧,提高解题速度,熟悉各种题型的解题方法,深入了解每种方法的使用条件与应用要点;最后,在练习中遇到不理解的问题或知识点时,回到教材查漏补缺,完善知识体系.

考生只要重点复习,全面把握,就一定会在考研数学(一)考试中取得好成绩.

目 录

第一章

随机事件和概率

一、考试内容及要求	2
二、专项训练	2
(一) 选择题	2
(二) 填空题	7
(三) 解答题	9
参考答案	10

第二章

随机变量及其分布

一、考试内容及要求	26
二、专项训练	26
(一) 选择题	26
(二) 填空题	29
(三) 解答题	31
参考答案	33

第三章

多维随机变量及其分布

一、考试内容及要求	50
-----------------	----

二、专项训练	50
(一)选择题	50
(二)填空题	54
(三)解答题	56
参考答案	61

第四章

随机变量的数字特征

一、考试内容及要求	92
二、专项训练	92
(一)选择题	92
(二)填空题	95
(三)解答题	97
参考答案	100

第五章

大数定律和中心极限定理

一、考试内容及要求	120
二、专项训练	120
(一)选择题	120
(二)填空题	121
(三)解答题	121
参考答案	122

第六章

数理统计的基本概念

一、考试内容及要求	126
二、专项训练	126
(一)选择题	126
(二)填空题	128

(三)解答题	129
参考答案	131

第七章

参数估计

一、考试内容及要求	144
二、专项训练	144
(一)选择题	144
(二)填空题	146
(三)解答题	147
参考答案	151

第八章

假设检验

一、考试内容及要求	168
二、专项训练	168
(一)选择题	168
(二)填空题	168
(三)解答题	168
参考答案	170

附 录

近三年考研数学(一)真题及解析

2015 年全国硕士研究生招生考试数学(一)试题	176
2015 年全国硕士研究生招生考试数学(一)试题参考答案及解析	179
2014 年全国硕士研究生招生考试数学(一)试题	195
2014 年全国硕士研究生招生考试数学(一)试题参考答案及解析	199
2013 年全国硕士研究生招生考试数学(一)试题	215
2013 年全国硕士研究生招生考试数学(一)试题参考答案及解析	218

第一章

随机事件和概率