

21世纪高等院校实验教学改革与创新教材

# 大学物理实验

主编 徐兰云 邱飚

主审 邓曙光

21世纪高等院校实验教学改革与创新教材

# 大学物理实验

主编 徐兰云 邱 飚

副主编 邓太平

参编人员 林 琳 文 立 李稳国 田旺兰

主 审 邓曙光

湘潭大学出版社

图书在版编目(CIP)数据

大学物理实验 / 徐兰云, 邱飚主编. — 湘潭: 湘潭大学出版社, 2014.3

ISBN 978-7-81128-572-7

I. ①大… II. ①徐… ②邱… III. ①物理学—实验  
—高等学校—教材 IV. ①O4-33

中国版本图书馆 CIP 数据核字 (2014) 第 036703 号

责任编辑：丁立松

封面设计：刘扬

出版发行：湘潭大学出版社

社址：湖南省湘潭市湘潭大学出版大楼

电话(传真): 0731-58298966 0731-58298960

邮 编：411105

网 址：<http://press.xtu.edu.cn/>

印 刷：国防科技大学印刷厂

经 销：湖南省新华书店

开 本：787×1092 1/16

印 张：16

字 数：400 千字

版 次：2014 年 3 月第 1 版 2014 年 3 月第 1 次印刷

书 号：ISBN 978-7-81128-572-7

定 价：35.00 元

(版权所有 严禁翻印)

# 前 言

本教材是根据国家教育部制定的《非物理类理工科大学物理实验课程教学基本要求》，为适应学校发展和人才培养模式的需要，在广泛汲取国内同类教材精华的基础上，结合我校实验室仪器设备的情况以及教师们多年大学物理实验课教学经验和教学改革的探索与实践，秉承“分层次、模块化、重能力”的教学原则编写而成的。实验内容选题力求反映最新的科技信息及当前主流的实验理论、技术和方法，并与相关专业实验保持紧密联系。

本教材采用以培养学生综合能力、创新能力和创新精神为目标的分层次、模块化、重能力的相对独立的实验课程体系，内容编写打破了传统的按普通物理学（力学、热学、电磁学、光学）的旧的实验课程体系，建立了按照技能性实验、基础性实验、综合设计性实验三个模块构建的“一体化、多模块、多形式”的物理实验教学新体系。全书精选的 42 个实验项目基本上是《高等学校基础课实验教学示范中心建设标准（物理）》中的备选实验项目，其中技能性实验 5 个，基础性实验 25 个，综合设计性实验 12 个。

由于大学物理实验是一门独立的课程，同时学习这门课程的对象又是大学一、二年级的学生，我们在编写技能性实验和基础性实验时，尽量把实验原理叙述详细清楚，让学生在做实验时可能还没有学习相关理论知识，但能在实验预习时掌握相关理论知识；实验内容与步骤也尽可能具体，以加强对学生的基本实验技能和基本实验方法的指导和培养。对于综合设计性实验，提出了实验目的和实验要求，以更好地发挥学生的主观能动性，培养学生的创新意识、创新能力及创新精神。

全书共分为 5 章。第 1 章为绪论部分，阐述了大学物理实验课的意义、目的和任务，提出了大学物理实验课的基本要求，简要介绍了大学物理实验中数据处理的一些基础知识。要特别说明的是，信息技术发展越来越快，信息技术条件越来越成熟，用计算机采集数据和处理数据已经得到广泛运用，限于篇幅，本教材没有作具体介绍，请学生阅读相关书籍和相应仪器说明书，并引起高度重视。第 2 章为基本测量仪器介绍，本教材只介绍了几种常用的基本测量仪器，各学校仪器型号和规格可能不同，本教材是以比较通用的测量仪器为例加以介绍，实际使用时，应详细阅读各测量仪器的使用说明书，这样更加具有针对性。第 3 章为技能性实验部分，该部分实验是介于中学与大学之间的实验，目的是使学生在实验中巩固练习前两章的内容，掌握常用基本实验仪器的使用，初步掌握基本物理量的测量方法、基本实

验方法和数据处理方法,为后续实验做准备。本章共安排了 5 个实验,学生可以根据自己的实验基础情况选做。第 4 章为基础性实验部分,该部分实验开设的目的是让学生学习和掌握基本实验程序、基本操作技能、基本实验方法、常用仪器使用、基本物理量测量以及掌握数据处理的一般方法和对实验结果的评价等。这些基本实验内容涉及力、热、电、光、电子线路等各个学科。这一章的实验要求学生在理解实验原理的基础上,不仅要学会仪器的使用,而且还要掌握其内部结构及其工作原理,能运用该原理解决实际问题。本章共选编了 25 个实验。第 5 章为综合设计性实验,开设的目的是培养和提高学生的综合思维能力及综合应用知识和技术的能力。在前一章实验的基础上,将增加实验难度,重在学生自主实验,学生要主动在教师的指导下,自己设计实验,选择仪器,查阅资料,写出实验原理和实施方案。本章共选编了 12 个实验,这部分实验可以根据专业性质让学生选做。

本教材注重对学生科学实验能力的培养与提高,力求实验原理叙述清楚,实验步骤简明扼要。本教材中的每个实验均对学生提出了相应要求,并留有思考题。另外,为了方便学生使用,教材后面的附录部分介绍了我国法定计量单位的主要内容,并提供了一些基本物理常数和其他常用的物理量。

本教材编写从选题到成稿,湖南城市学院基础物理实验室全体老师做了大量的工作,是基础物理实验室全体老师多年来积累的劳动成果,是集体智慧的结晶。湖南城市学院从学校到教务处以及通信与电子工程学院各级领导都非常重视物理实验室的建设和发展,对本教材的编写和出版给予了大力支持,在此表示衷心感谢。在编写本教材的过程中,我们参考了许多省内外院校的优秀教材和讲义,在此向相关作者表示诚挚的感谢,并请对我们编写工作中的不周之处予以谅解。

本教材由徐兰云、邱飚担任主编,邓太平担任副主编,邓曙光担任主审。参加本教材编写工作的还有(排名不分先后)林琳、文立、李稳固、田旺兰等。

由于编者水平有限,书中难免有疏漏不妥之处,恳请专家、同行不吝批评指正。

编 者

2014 年 2 月

# 目 录

<b>第 1 章 绪 论</b> .....	(1)
第 1 节 大学物理实验课的意义、目的和任务 .....	(1)
第 2 节 大学物理实验课的基本要求 .....	(2)
第 3 节 数据处理基础知识 .....	(3)
练 习 .....	(25)
<b>第 2 章 基本测量仪器</b> .....	(26)
第 1 节 力学量基本测量仪器 .....	(26)
第 2 节 电磁学实验常用仪器 .....	(32)
第 3 节 光学实验常用仪器 .....	(41)
<b>第 3 章 技能性实验</b> .....	(47)
实验 1 长度的测量 .....	(47)
实验 2 自由落体法测重力加速度 .....	(53)
实验 3 拉伸法测定金属丝的杨氏模量 .....	(55)
实验 4 示波器的使用 .....	(61)
实验 5 分光计的调节和使用 .....	(73)
<b>第 4 章 基础性实验</b> .....	(78)
实验 6 气垫导轨上研究动量守恒定律和磁阻尼效应 .....	(78)
实验 7 弹簧振子的研究 .....	(86)
实验 8 液体粘滞系数的测量 .....	(91)
实验 9 用超声波测量声速 .....	(97)
实验 10 弦振动的研究 .....	(102)
实验 11 用三线摆测物体的转动惯量 .....	(106)
实验 12 用混合法测定冰的熔解热 .....	(109)
实验 13 不良导体导热系数的测定 .....	(112)
实验 14 液体表面张力系数测量 .....	(116)
实验 15 固体线膨胀系数的测量 .....	(120)

实验 16	电学元件的判别与测量	(123)
实验 17	制流与分压电路	(128)
实验 18	电流场模拟静电场	(133)
实验 19	磁场的描绘	(136)
实验 20	用惠斯通电桥测电阻	(140)
实验 21	电子束的电偏转和磁偏转	(143)
实验 22	霍尔效应及其应用	(149)
实验 23	RLC 电路谐振特性的研究	(153)
实验 24	用箱式电势差计校正电表	(157)
实验 25	用直流电位差计测量电动势和内阻	(160)
实验 26	薄透镜成像及其焦距的测量	(164)
实验 27	光的等厚干涉现象的观测	(168)
实验 28	用旋光仪测定糖溶液的浓度	(173)
实验 29	迈克尔逊干涉仪的调节和使用	(179)
实验 30	用双棱镜干涉测光的波长	(185)
<b>第 5 章 综合设计性实验</b>		(188)
实验 31	全息照相	(188)
实验 32	夫兰克—赫兹实验	(193)
实验 33	核磁共振	(196)
实验 34	密立根油滴实验	(200)
实验 35	塞曼效应	(207)
实验 36	光拍法测量光速	(211)
实验 37	非线性电路混沌实验	(219)
实验 38	声光效应	(222)
实验 39	非线性电阻伏安特性曲线测定	(229)
实验 40	电表的改装和校准	(231)
实验 41	用掠入射法测定液体折射率	(236)
实验 42	电子衍射	(238)
<b>附录 常用数表</b>		(244)
<b>参考文献</b>		(250)

# 第1章 绪论

## 第1节 大学物理实验课的意义、目的和任务

### 一、大学物理实验课的意义

物理学是研究物质运动一般规律的科学，大学物理学课程的作用在于使学生建立起全面而系统的有关物质运动的物理概念和物理图像，同时培养和训练学生的物理思维能力。物理学又是一门以实验为基础的学科，物理实验不仅是建立物理理论的源泉，而且是物理理论的检验标准。例如，普朗克（Max Planck, 1858~1947）在黑体辐射实验的基础上提出了能量子概念；爱因斯坦（Albert Einstein, 1879~1955）通过分析光电效应现象提出了光量子学说；伽利略（Galileo Galilei, 1564~1642）用新发明的望远镜观察到木星有4个卫星后，否定了地心说；杨氏（Thomax Young, 1773~1829）双缝干涉实验证实了光的波动假说的正确性。可以说，物理学的每一次进步都离不开实验。

对一个高等学校的来讲，不论专业如何，大学物理实验课都是一门重要的基础课程。对所有高等学校的来讲，了解和掌握这些进行实验研究的方法和技巧，不仅对物理学理论的学习是重要的，而且对后续课程的学习，尤其是对将来所从事的实际工作所需要具备的独立工作能力和创新能力等素质来讲，也是十分必要的，这是大学物理理论课不能做到、也不能取代的。因此，大学物理实验课程是理工科大学生的一门独立的、重要的必修基础课程，也是文科大学生提高科学素养的重要科学素质教育课程。

20世纪50年代以前，世界各国对物理实验课程的作用，停留在认为“物理实验课程是物理学课程教学的一个环节”的认识上。直到20世纪60年代初，人们才逐渐认识到科学实验在尖端科学技术发展中的重要地位，因此，随之而来的以“新物理运动”为出发点的教学改革浪潮，明确地提出了“加强基础理论教学与加强基础实验教学并重”的方针，于是物理实验教学脱离了物理理论教学而单独开设，并从实验课程的特有规律出发强调实验方法、实验素质的训练与培养。

实践证明，物理实验课程在培养学生创新精神和创新能力、独立从事科学技术工作的能力、理论联系实际的能力等方面均具有独特的优势。所以说，“物理实验”这门课程与物理理论课程既有密切的联系，又有很大的区别，它不仅是向学生传授知识和技能，而且更重要的是培养学生开拓性研究的能力。在科学的研究中，常常是实验中的某些物理现象为

我们提供了种种线索，而要从这些线索中做出独特的判断，还需要有丰富的想象力去对蕴藏在所有线索后面的令人惊讶的简单而又非常奇特的图像进行猜测，然后再用实验手段来验证，这个想象过程是很难的，又是最具挑战性的。然而，从想象的产生到猜测的验证都是实验在起着至关重要的作用。因此，同学们从一开始接触实验课就要认识到实验课的意义，认识到从事科学实验动手能力和创新能力的形成是以实验的基本知识、基本方法、基本技能的熟练掌握为基础的，并在打好基础的前提下，创造性地去进行实验。

## 二、大学物理实验课的目的和任务

本实验课程的教学任务是：使学生在中学物理实验的基础上，按照循序渐进的原则，学习物理实验知识和实验方法，得到实验技能的训练，从而逐步掌握科学实验的主要过程和基本方法，培养动手能力、创新能力和创新精神，为今后的学习和工作奠定良好的实验基础。其主要目的和任务是：

- (1) 通过对实验现象的观察、分析和对物理量的测量，学习物理实验知识，加强理论联系实际，加深对物理学原理的理解。
- (2) 培养和提高学生的科学实验基本能力、创新能力和创新精神。包括掌握基本的实验方法和实验技能；掌握基本仪器的构造、原理和使用方法；独立设计综合性实验，独立或参与完成科研课题的相关实验；正确记录、分析和处理实验数据，严格规范撰写实验报告。
- (3) 培养和提高学生科学实验的作风和素养。包括严谨自律、一丝不苟、严肃认真的工作作风，实事求是的科学态度，积极主动的探索精神，遵守纪律、团结协作、爱护公共财物的优良品德。

## 第2节 大学物理实验课的基本要求

### 一、预习

在进行物理实验时，应像从事一项科学研究一样，有一个明确的目的和思路。实验中需要哪些理论知识，采取什么样的实验方法，选用何种实验仪器，如何进行调试和操作等问题，在实验课前都要搞清楚。这项工作就是预习阶段的内容，预习时除了仔细阅读教材外，还要写一份预习报告，预习报告的内容和格式如下：

- (1) 实验目的：可参考教材并加上自己的理解，多少不限，言简意赅。
- (2) 实验原理：这部分内容要求比较全面和详细，在充分理解了教材内容之后，用自己的语言概括性地叙述该实验的基本原理和测量方法，包括理论依据所用的公式的推导以及结果、图示，如电路图和光路图等。
- (3) 实验仪器：根据实验原理的需要列出本实验所需的实验仪器，在可能条件下注明实验仪器型号，必要时应列出实验仪器的使用方法，例如，示波器就应适当介绍示波管的结构以及观察波形的原理。

(4) 数据记录和处理：首先要列出表格，为了课堂上记录数据方便可在课前根据教材要求列出数据表格，最好另外用一张纸简略画表，待课堂上填好数据，经任课教师批改无误签字后再抄在报告上的栏目内。

## 二、实验

学生在实验仪器操作之前，首先听指导教师讲解基本原理、仪器使用方法和使用注意事项，然后按要求正确操作，包括调整仪器进入使用状态，进行物理量的测量，电学实验的电路和高精密仪器实验必须经指导教师确认后方可进行正式实验。实验中要认真观察、分析实验中的现象，正确记录数据。测量的数据经过指导教师检查确认无误后，整理仪器，打扫卫生后才能离开实验室。

## 三、实验报告

实验报告是对实验的全面总结，既要全面反映实验成果，又要力求简单明了，应该用语确切，字迹工整，图表合乎规范并且美观，数据要实事求是，不能随意涂改，发现错误要及时找到原因，并重新测量，修正错误。

实验报告草稿可以接续预习报告来完成，首先继续进行第四项，将表格及数据填好，接着进行数据处理，按要求将所列数据进行处理，以表示出测量的正确结果，一定要具有误差和有效数字的观念。

规范的实验报告应该包括以下内容：

- (1) 实验项目名称。
- (2) 实验者的班级、姓名、学号。
- (3) 实验室环境的温度和湿度。
- (4) 实验目的。
- (5) 实验仪器（型号、规格、精度）及装置。
- (6) 实验原理：应简明扼要、文理通顺，不要照抄教材（应包括必要的计算公式、原理图、电路图或光路图等）。
- (7) 实验操作步骤。
- (8) 实验数据记录：把所记录的原始数据仔细地转录下来，并尽可能列出表格。
- (9) 数据处理：含计算、作图等，写出测量结果并进行不确定度分析。
- (10) 思考题回答，还可以根据自己的实验过程写出心得和看法等讨论内容。

## 第3节 数据处理基础知识

物理实验的目的是探寻和验证物理规律，而许多物理规律是用物理量之间的定量关系来表述的。在物理实验中可以获得大量的测量数据，这些测量数据必须经过认真地、正确地、有效地处理，才能得出合理的结论，从而把感性认识上升为理性认识，形成或验证物

理规律。所以，数据处理是物理实验中一项极其重要的工作。本节将简要介绍一些关于误差的基本知识和最基本的数据处理方法。

## 一、测量及测量误差的基本概念

### 1. 测量的概念和分类

任何实验都离不开测量，没有测量就没有科学。测量是一种“比较”的过程，就是把待测的物理量与一个被选作标准的同类物理量进行比较，确定它是标准量的多少倍。这个标准量称为该物理量的单位，这个倍数称为待测物理量的数值。由此可见，一个物理量必须由数值和单位组成，两者缺一不可。

选作比较用的标准量必须是国际公认的、唯一的和稳定不变的。各种测量仪器，如米尺、秒表、天平等，都有合乎一定标准的单位和与单位成倍数的标度。本实验教材采用通用的国际单位制（SI）。

实践证明，测量结果都具有误差，误差自始至终存在于一切科学实验和测量的过程中。因为任何测量仪器、测量方法、测量环境、测量者的观察力等都不能做到绝对严密，这就使测量不可避免地伴随有误差产生。因此分析测量中可能产生的各种误差，尽可能地消除其影响，并对测量结果中未能消除的误差作出估计，就是物理实验和许多科学实验中必不可少的工作。

按测量方法的不同，测量可分为直接测量和间接测量；按测量条件的不同，测量又可分为等精度测量和不等精度测量。

#### (1) 直接测量和间接测量

直接测量是把一个量与同类量直接进行比较以确定待测量的量值，相应的物理量称为直接测得量，它是用量具或仪表直接读出测量值的。一般基本物理量的测量都属于此类，例如，用米尺测量物体的长度，用天平和砝码测定物体的质量，用电流计测量线路中的电流等，都是直接测量。

在物理实验中，能够直接测量的物理量毕竟是少数，大多数物理量是利用直接测量所得数据，根据直接测量的量与被测量的量之间的已知函数关系，从而得到该被测量值的测量，通过运算，得出所需要的结果。例如，直接测量出单摆的长度  $l$  和单摆的周期  $T$ ，应用计算公式：

$$T = 2\pi \sqrt{\frac{l}{g}}$$

以求出重力加速度  $g$ ，这种测量称为间接测量。

#### (2) 等精度测量和不等精度测量

对某一物理量  $x$  进行多次测量，得到  $k$  个数值： $x_1, x_2, x_3, \dots, x_k$ ，如果每次测量都是在相同的条件下进行的，则没有理由认为所得的  $k$  个数值中，某一个值比另一个值要测得准确些。在这种情况下，所进行的一系列测量称为等精度测量。所谓相同条件的含义，是指同一个人，用同一台仪器，每次测量的周围条件都相同（如测量时环境、气温、照明情况等未变动）。这种情况就可认为各测量值的精确程度是相同的。对某一物理量  $x$  进行了  $k$  次测量，得到  $k$  个数值： $x_1, x_2, x_3, \dots, x_k$ ，如果每次测量的条件不同，那么这些数值的精确程度不能认为是

相同的。在这种情况下,所进行的一系列测量称为不等精度测量。例如,同一实验者用精度不同的3种天平称量某一物体的质量 $m$ ,得到3个值 $m_1$ 、 $m_2$ 、 $m_3$ ,或者用3种不同的方法测量某一物质的密度 $\rho$ ,得到3个值 $\rho_1$ 、 $\rho_2$ 、 $\rho_3$ ,这都是不等精度测量。我们在实验中多次重复测量某物理量时应尽量保持等精度。

## 2. 测量误差的概念及其分类

(1) 真值:被测物理量的客观量值称为真值,常记为 $a$ 。真值是一个变量本身所具有的真实值,它是一个理想的概念,一般是无法得到的。所以在计算测量误差时,一般用约定真值或相对真值来代替。

约定真值是一个接近真值的值,它与真值之差可以忽略不计。实际测量中以在没有系统误差的情况下,足够多次的测量值之平均值作为约定真值。相对真值是指当高一级标准器的误差仅为低一级的 $1/3 \sim 1/20$ 时,可认为高一级的标准器所读出的值为低一级的相对真值。

(2) 测量值:用实验手段测量出来的值称为测量值,记为 $x$ 。

(3) 误差:由于不同时期人们的认识能力和技术水平所限,或者测量中存在主观、客观因素,必定造成这样一种现象,就是对同一物理量,不同的实验者用不同的仪器在不同时期所测得的结果都不尽相同;而且,即使同一位实验者用同一个仪器连续测量,每次测得的结果也不尽相同,因为测量中存在着某些随机因素,使得测量结果出现随机涨落。既然如此,就没有理由可以断定哪一次的测量值就是真值,我们把测量值 $x_i$ 与真值 $a$ 之差称为误差,记为 $\Delta x_i$ ,有:

$$\Delta x_i = x_i - a \quad (1.3.1)$$

其中, $i$ 为第 $i$ 次测量。

测量误差也称为绝对误差,是每次测量值与真值相差的绝对大小。绝对误差的大小不能直接标志测量的优劣。例如,测量1 m长度时,若误差为1 mm,测量应该算很好,若测量1 cm长度时,误差也是1 mm,那么测量就不好了。评价一个测量结果的好坏,不仅看误差的绝对大小,还要看被测量本身的大小。为了表示这种测量的好坏,人们引入了相对误差的概念,相对误差的定义为:

$$E = \frac{\Delta x_i}{a} \times 100\% \quad (1.3.2)$$

其中, $a$ 为真值或相对真值。

(4) 测量误差的分类及产生原因:根据测量误差的产生原因,一般将误差分为三大类,即系统误差、随机误差和粗差。

### ① 系统误差

系统误差是由于在测量中存在某些确定的不合理因素引起的,这种不合理因素总是使测量结果向真值的某个方向偏离。若寻找到产生这种偏离的原因和规律,采取相应的措施,便可减小系统误差。下面介绍几种常见的系统误差及其修正方法。

**仪器误差** 又称为工具误差,是由于仪器或测量工具的不完善或缺陷所造成的,例如,米尺刻度失误和磨损;天平不等臂;电子仪器的某些器件性能达不到设计要求等。系统误差修正的方法是隔一定时期就用标准仪器来校验和调节,例如,用复称法来修正天平不等臂造成的系统误差。

**调整误差** 设计某些仪器要求其在使用时，必须事先调整到正确的使用状态，例如，天平在使用时要求调整到水平状态；仪表指针使用前应调至零位；螺旋测微器零点错位；气压计要求铅直放置等。如果使用者没有满足这些要求而进行测量，自然就使测量结果产生误差，这就称调整误差，为减少调整误差，要求实验者养成良好的工作习惯，严格按照操作规程执行，将仪器调整到最佳使用状态，再进行测量。

**环境误差** 由于测量时所处的周围环境，如温度、湿度、气压、振动、电磁场等与设计者所要求的状态不一致而引起的误差称为环境误差。环境误差修正的方法是将引起误差的因素排除，若无法排除时，可以用某些方式进行补偿，或者想办法估计出环境误差的数值，然后在测量结果中加以校正。

**理论误差** 又称方法误差，它是由于测量所依据的理论公式本身的近似性或者对测量方法考虑不周造成的误差。例如，光杠杆法测量微小长度变化实验中，使用了  $\tan\theta \approx \theta$  在小角度时成立的近似条件。

**人身误差** 又称人差，测量大多是由人去执行的，由于各人的心理和生理等因素以及不同的人在感觉灵敏程度和反应快慢上均有差异，从而产生了测量误差。例如，在用秒表计时时，有的人按表时总是操之过早，而有的人却偏于过迟；在读仪表指针时，有的人总是偏左，有的人总是偏右。

以上所述各种系统误差，大都可以寻找出产生的原因加以修正，而有些则无法立即发现其产生的原因，只能在实践中逐步积累经验，提高素质，增强处理这类问题的能力。

## ② 随机误差

假设系统误差已经消除，而被测量本身又是稳定的，在同样条件下，多次重复测量，其结果彼此互有差异，这就是随机误差引起的。随机误差的特征是在同一条件下多次测量同一物理量时，每次出现的误差时大时小，时正时负，没有确定的规律，但就总体来说服从一定的统计规律。这种误差来源于多种因素的微小扰动。例如，环境的温度、气压、电场、磁场的微小扰动；读数时，每次对准标志（刻线、指针等）的不一致，以及估读数的不一致；仪器性能不够稳定；被测对象本身的微小起伏变化等。随机误差又称为偶然误差。对这种误差处理的方法是在给出测量结果时一并给出，使阅读者在了解测量结果的同时，也获知这个测量结果的不准确程度。

随机误差虽然不能寻找其产生的原因，但在取得大量等精度测量数据后，便能发现随机误差服从高斯分布（又称为正态分布）规律。将误差  $\Delta x$  作为横坐标，某种误差出现的概率  $P(\Delta x)$  作为纵坐标，则画出的曲线将显示出正态分布的特性，如图 1.1 所示。

其特点是：

- 最可几性：误差为某一数值的概率最大。
- 单峰性：绝对值小的误差出现的概率比绝对值大的误差出现的概率大。
- 对称性：绝对值相等的正误差和负误差出现的概率接近相等。
- 抵偿性：由于绝对值相等的正、负误差出现的概率接近相等，因而随着测量次数的增加，随机误差的算术平均值将趋于零。

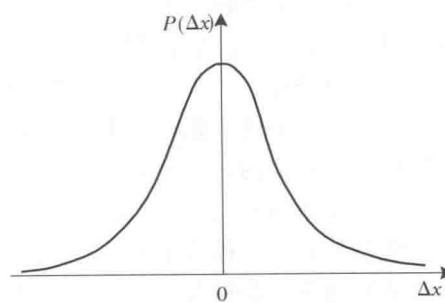


图 1.1 正态分布曲线

e. 有界性：非常大的正、负误差出现的概率趋于零。即误差的绝对值不会超过一定的界限。实际测量总是在有限次内进行的，如果测量的次数  $n \leq 20$ ，误差分布明显偏离正态分布而呈现  $t$  分布的形式。 $t$  分布函数已算成数表，可在数学手册中查到， $t$  分布曲线如图 1.2 所示。数理统计可以证明，当  $n \rightarrow \infty$  时， $t$  分布趋近于正态分布。由该图可见， $t$  分布曲线比正态分布曲线变低变宽了； $n$  越小， $t$  分布越偏离正态分布。

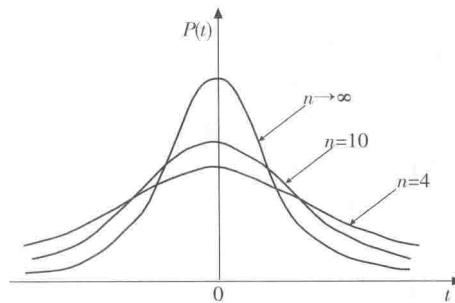


图 1.2  $t$  分布曲线

进行随机误差的估计时，算术平均值和标准偏差是两个重要的数字特征量。

**算术平均值**——测量结果的最佳估计值。利用最小二乘法原理可以证明，多次测量的算术平均值

$$\bar{x} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n x_i \quad (1.3.3)$$

是待测量真值  $A_0$  的最佳估计值，称为近似真实值，但是  $\bar{x}$  与真值之间仍有误差。由随机误差的抵偿性可知，它的误差比任何一次测量值的误差更小一些。

**标准偏差**——随机误差的离散程度。具有随机误差的测量值将是分散的，对分散程度的定量表示用标准偏差，在有限次测量情况下，单次测量值的标准偏差定义为：

$$\sigma_x = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2}{n-1}} \quad (\text{贝塞尔公式}) \quad (1.3.4)$$

上式中， $\Delta x_i = x_i - \bar{x}$  称为偏差，或称为残差。 $\sigma_x$  大，表明测量值  $x_i$  分散； $\sigma_x$  小，则表明测量值  $x_i$  密集。

**算术平均值的标准偏差**。测量值有随机误差，它们的算术平均值也必然有随机误差，由于求和时随机误差的抵偿效应，算术平均值的误差绝对值较小。用算术平均值的标准偏差  $\sigma_{\bar{x}}$  表示测量列算术平均值的随机误差的大小。

$$\sigma_{\bar{x}} = \frac{\sigma_x}{\sqrt{n}} = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2}{n(n-1)}} \quad (1.3.5)$$

由式(1.3.5)可知， $\sigma_{\bar{x}}$  随着测量次数的增加而减小，似乎  $n$  越大，算术平均值越接近于真值。实际上，当  $n > 10$  以后， $\sigma_{\bar{x}}$  的变化相当缓慢，另外测量精度主要还取决于仪器的精度、测量方法、测量环境和测量者等因素，因此在实际测量中，单纯地增加测量次数势必要造成测量时间延长，并且实验环境也可能出现不稳定，因而将引入新的误差。一般的原则是，在随机误差较大的测量中要多测几次，否则可少测几次，通常选取 6 ~ 10 次为宜。

### ③ 粗差

除系统误差和随机误差外, 还可能出现由于实验差错造成的误差, 称为粗差。一般将含有粗差的测量值称为坏值或者异常值。在实验测量过程中要尽量避免出现坏值, 在数据处理时应尽量剔除这些坏值, 避免粗差。

## 3. 测量结果的表示与不确定度

### (1) 测量结果的表达形式与不确定度

在实际测量时, 由于实验方法和计量器具的不完善, 测量环境不理想、不稳定, 实验者在操作上和读取数值时不十分准确等, 都将使测量值偏离真值, 因而测量值不能准确表达真值。在表达被测量的测量结果时, 除了给出其近似值外, 还需给出对它的可靠性评价。

按照我国国家计量技术规范 (JJG1027—91), 测量结果的最终表达形式为:

$$w = W \pm u \quad (1.3.6)$$

上式中,  $w$  为被测量,  $W$  为测量值,  $u$  为总不确定度, 它们具有相同的单位。

测量值不等于真值, 可以设想真值就在测量值附近的一个量值范围内, 不确定度就是对被测量的真值所处量值范围的评定。若测量值为  $W$ , 其测量不确定度为  $u$ , 则真值可能在量值范围  $(W - u, W + u)$  之中, 显然此量值范围越窄, 即测量不确定度越小, 用测量值表示真值的可靠性就越高。不确定度是一个恒为正值的量, 它表示由于测量误差的存在, 导致被测量的真值不能确定的程度, 它是一定概率下的误差限值。式(1.3.6) 表示被测量的真值位于区间  $[W - u, W + u]$  内的概率为  $P = 0.95$ 。

当测量结果的表达形式采用了不同于  $P = 0.95$  的概率时, 在测量结果中应加以括号注明, 例如,

$$w = W \pm u(P = 0.68), w = W \pm u(P = 0.99)$$

为了更直观地检查实验中测量结果的准确程度, 有时还用相对不确定度  $u_r$  来评定, 即

$$u_r = \frac{u}{W}$$

不确定度  $u$  及相对不确定度  $u_r$  只取  $1 \sim 2$  位有效数字, 测量值  $W$  的末位数与不确定度  $u$  的所在位数对齐, 即  $W$  与  $u$  的数量级、单位都要相同。

由于误差来源很多, 测量结果的不确定度一般包含几个分量, 按其数值评定的方法, 可以归并为两类:

A 类分量: 由于随机效应, 被测量的多次重复测量值是分散的, 根据统计方法评定的标准不确定度, 即为 A 类不确定度, 它是用标准偏差来表征的, 记作  $u_A$ 。

B 类分量: 当误差的影响仅使测量值向某一方向有恒定的偏离时, 不能用统计的方法评定不确定度, 一般情况下根据经验或其他非统计信息评定。有的需要依据仪器说明书或检定书, 有的需要依据仪器的准确度等级, 该类分量计作  $u_B$ 。

### (2) 直接测量结果的不确定度

#### ① 多次测量

在直接对某一物理量  $x$  进行等精度测量之后, 测量值采用测量列的算术平均值  $\bar{x}$  (不含应修正的系统误差) 表示, 而总不确定度则是 A、B 两类分量的方和根, 即

$$u = \sqrt{u_A^2 + u_B^2} \quad (1.3.7)$$

### I A类不确定度分量 $u_A$ 的估计。

由于测量次数小,数据的离散度大,测量结果将不符合正态分布,而是符合  $t$  分布。根据误差理论,A类不确定度分量简写为:

$$u_A = \frac{t}{\sqrt{n}} \sigma_x \quad (1.3.8)$$

其中,  $t$  对应于  $t$  分布因子,当测量次数  $n$  确定后,概率  $P = 0.95$  时,  $(t/\sqrt{n})$  的值由表 1.1 给出。

表 1.1 概率  $P = 0.95$  时,  $t$  因子和  $(t/\sqrt{n})$  的值

测量次数 $n$	2	3	4	5	6	7	8	9	10	15	20	$\infty$
$(t/\sqrt{n})$ 值	8.99	2.48	1.59	1.24	1.05	0.93	0.84	0.77	0.72	0.55	0.47	1.96/ $\sqrt{n}$

当  $5 < n \leq 10$  时,可简化为  $u_A = \sigma_x$

### II B类不确定度分量 $u_B$ 的估计。

$u_B$  是用非统计方法评定的不确定度的分量,在测量中,往往采用一些必要的措施,使得系统误差减到最低程度,或对系统误差进行修正,这样我们可以只考虑测量仪器误差或者实验条件不符合要求而引起的附加误差所带来的  $B$  类分量。可对  $B$  类分量  $u_B$  的估计作如下简化:由实验室给出或近似地取为计量仪器的误差限值  $\Delta_{ins}$ ,即  $u_B \approx \Delta_{ins}$ 。

对物理量  $x$  的多次测量的测量结果写为  $x = \bar{x} \pm u$ 。

#### ② 单次测量

在实际工作中,有时由于条件的限制不能进行多次测量;或由于仪器的精度较低;或测量的准确程度要求不高;或被测对象不稳定,多次测量的结果并不能反映随机性,此时多次测量已失去意义。在这种情况下,测量结果也应该写为  $x = x \pm u_x$  的形式,其中的测量不确定度  $u_x$  应根据对仪器精度、测量方法和测量对象的分析,估计它的最大误差,其估计值不得小于仪器误差限值  $\Delta_{ins}$ 。

#### (3) 间接测量结果的不确定度合成

##### ① 误差的传递

间接测量的测量值是由直接测量的测量值通过公式计算得到的,由于直接测量有误差,它们必然通过函数关系传递给间接测量的量,这就是误差的传递。

设  $w$  为间接测量的量,且有:

$$w = f(x, y, z, \dots) \quad (1.3.9)$$

其中,  $x, y, z, \dots$  是彼此独立的直接测量的量,对式(1.3.9)求全微分:

$$dw = \frac{\partial f}{\partial x} dx + \frac{\partial f}{\partial y} dy + \frac{\partial f}{\partial z} dz + \dots \quad (1.3.10)$$

式(1.3.10)表示,当  $x, y, z, \dots$  有增量  $dx, dy, dz, \dots$  时,  $w$  也有增量  $dw$ 。如果将  $dx, dy, dz, \dots, dw$  看成误差,此式即成为误差传递公式了。

也可以将式(1.3.9)取自然对数后再微分:

$$\frac{dw}{w} = \frac{\partial \ln f}{\partial x} dx + \frac{\partial \ln f}{\partial y} dy + \frac{\partial \ln f}{\partial z} dz + \dots \quad (1.3.11)$$

式(1.3.10)和式(1.3.11)就是误差传递的基本公式,偏导数  $\frac{\partial f}{\partial x}$  或  $\frac{\partial \ln f}{\partial x}$  为误差传递系数。

## ② 间接测量不确定度的合成

直接测量的量  $x, y, z, \dots$  的不确定度  $u_x, u_y, u_z, \dots$  必然会影响到间接测量的结果, 这种影响可以通过不确定度的合成计算出来。不确定度都是微小量, 相当于数学中的增量, 因此, 间接测量的量的不确定度的计算公式和误差传递的基本公式(1.3.10)、(1.3.11)有相似之处, 不同的是: 用不确定度符号  $u_x, u_y, u_z, \dots$  替代微分符号  $dx, dy, dz, \dots$ , 同时考虑到不确定度合成的统计性质, 用方和根形式合成。于是采用以下两式计算间接测量的量的不确定度。

$$u_w = \sqrt{\left(\frac{\partial f}{\partial x}\right)^2 u_x^2 + \left(\frac{\partial f}{\partial y}\right)^2 u_y^2 + \left(\frac{\partial f}{\partial z}\right)^2 u_z^2 + \dots} \quad (1.3.12)$$

$$u_{w_r} = \frac{u_w}{W} = \sqrt{\left(\frac{\partial \ln f}{\partial x}\right)^2 u_x^2 + \left(\frac{\partial \ln f}{\partial y}\right)^2 u_y^2 + \left(\frac{\partial \ln f}{\partial z}\right)^2 u_z^2 + \dots} \quad (1.3.13)$$

式(1.3.12)用于和差形式的函数时计算较方便, 式(1.3.13)用于积商形式的函数时计算较方便。常用函数的不确定度合成公式, 具体见表 1.2。另外, 我们列出了物理实验中常用的仪器误差限值(仪器的最大允许误差), 具体见表 1.3。

表 1.2 常用函数的不确定度合成公式

函数式	不确定度合成公式
$w = x \pm y$	$u_w = \sqrt{u_x^2 + u_y^2}$
$w = x \cdot y$ 或 $w = x/y$	$u_{w_r} = \frac{u_w}{w} = \sqrt{\left(\frac{u_x}{x}\right)^2 + \left(\frac{u_y}{y}\right)^2} = \sqrt{u_{x_r}^2 + u_{y_r}^2}$
$w = \frac{x^k y^m}{z^n}$	$u_{w_r} = \frac{u_w}{w} = \sqrt{k^2 \left(\frac{u_x}{x}\right)^2 + m^2 \left(\frac{u_y}{y}\right)^2 + n^2 \left(\frac{u_z}{z}\right)^2} = \sqrt{k^2 u_{x_r}^2 + m^2 u_{y_r}^2 + n^2 u_{z_r}^2}$
$w = kx$	$u_w = ku_x \quad u_{w_r} = \frac{u_x}{x} = u_{x_r}$
$w = \sin x$	$u_w =  \cos x  \cdot u_x$
$w = \ln x$	$u_w = \frac{u_x}{x}$

表 1.3 物理实验中常用的仪器误差限值(仪器的最大允许误差)

仪器名称	规格或性能	仪器误差限值 $\Delta_{\text{ins}}$
钢直尺	1~300 mm, 1~1 000 mm	0.1 mm, 0.2 mm
游标卡尺		分度值
螺旋测微器	1 级	0.004 mm
读数显微镜		约为分度值的 1/2
分光计		分度值
物理天平(七级)	称量 500 g 分度值 0.05 g	满量程时 $\Delta_{\text{ins}}$ 取 0.08 g; 1/2 量程时 $\Delta_{\text{ins}}$ 取 0.06 g; 1/3 量程时 $\Delta_{\text{ins}}$ 取 0.04 g
普通温度计	分度值 1 °C	1 °C
电磁仪表		量程 × 准确度等级 %
电阻箱, 电桥, 直流电位差计		示值 × 准确度等级 %