21世纪高等学校应用型规划教材

# 高等数学（上）

Gaodeng Shuxue

主编　张效成　刘克勤　孙凤芝

北京邮电大学出版社
www.buptpress.com

21世纪高等学校应用型规划教材

# 高等数学

（上）

主　编　张效成　刘克勤　孙凤芝

北京邮电大学出版社

·北京·

# 内 容 简 介

本书是根据教育部非数学类专业数学基础课程教学指导分委员会修订的《工科类本科数学基础课程教学基本要求》，由多年一线教学经验的教师编写而成，是普通高等院校高等数学教材，全书分上、下两册.本书为上册，内容包括：函数，极限理论，导数与微分，微分中值定理与导数的应用，不定积分，定积分及其应用等内容.下册包括：空间解析几何与向量代数，多元函数微分学，重积分，曲线积分和曲面积分，格林公式、高斯公式及斯托克斯公式，无穷级数，微分方程等内容.

本书在某些方面的阐述有自己的特点，旨在帮助读者掌握好基本概念、基本理论和基本方法.在教学方法上，本书尝试一种所谓模仿练习的学习方法，教学实践经验表明，模仿练习相当于一条途径或是一个抓手，可以比较有效地帮助学生加深对概念、理论和方法的理解，对于独立完成课后习题有一定促进作用.

本书可作为普通高等院校理工科非数学类专业学生的教材，也可以作为自学或准备报考研究生的读者的参考书.

**图书在版编目(CIP)数据**

高等数学.上/张效成，刘克勤，孙凤芝主编.--北京：北京邮电大学出版社，2012.4

ISBN 978-7-5635-2959-9

Ⅰ.①高… Ⅱ.①张… ②刘… ③孙… Ⅲ.①高等数学—高等学校—教材 Ⅳ.①O13

中国版本图书馆 CIP 数据核字(2012)第 058881 号

| | |
|---|---|
| 书　　名 | 高等数学(上) |
| 主　　编 | 张效成　刘克勤　孙凤芝 |
| 策 划 人 | 张保林 |
| 责任编辑 | 张保林 |
| 出版发行 | 北京邮电大学出版社 |
| 社　　址 | 北京市海淀区西土城路 10 号(100876) |
| 电话传真 | 010-82333010　62282185(发行部)　010-82333009　62283578(传真) |
| 网　　址 | www.buptpress3.com |
| 电子信箱 | ctrd@buptpress.com |
| 经　　销 | 各地新华书店 |
| 印　　刷 | 北京泽宇印刷有限公司 |
| 开　　本 | 787 mm×960 mm　1/16 |
| 印　　张 | 15 |
| 字　　数 | 311 千字 |
| 版　　次 | 2012 年 4 月第 1 版　2012 年 4 月第 1 次印刷 |

ISBN 978-7-5635-2959-9　　定价：28.00 元

# 序

放在我面前的是张效成教授主编的《高等数学》教材，读来觉得颇有新意. 这个“新意”，就是该教材关注了知识背景的介绍，关注了数学思想的传授，不仅教给学生必要的知识，而且也注意提高学生的数学素养.

什么是数学素养？一种通俗的说法是：把所学的数学知识都排除或忘掉后，剩下的东西. 那么，剩下的东西又是什么呢？举例说，可以是从数学角度看问题的出发点；有条理地思维，严密地思考、求证；简洁、清晰、准确地表达；在解决问题时、总结工作时，逻辑推理的意识和能力；对所从事的工作，合理地量化和简化，周到地运筹帷幄，等等.

“把所学的数学知识都排除或忘掉后”，决不意味着数学知识的学习和掌握是次要的. 恰恰相反，为了更好更快地提高自己的数学素养，为了使日后“剩下的东西”更好更多，必须要扎实掌握数学知识. 数学思想的接受和数学素养的提高，都必须以足够的数学知识为载体.

那么，学生怎样才能学好数学知识，打好数学基础呢？

我很赞成张效成教授的几点意见：

第一，要有一个良好的心态. 学习数学不是仅仅为了应付考试，必须克服急躁、浮躁和急功近利等情绪，沉下心来踏踏实实、循序渐进地学习；学习数学必须克服畏难情绪，要有一股知难而进、迎难而上的精神.

第二，牢牢抓住“三个基本”. 所谓三个基本，是指基本概念、基本理论和基本方法. 基本概念要清楚，基本理论要掌握，基本方法要熟练；不要盲目追求难度和技巧，而忽视了基本知识的学习.

第三，要摸索适合自己的学习方法. 一是适合自己的方法才是好的方法；二是适合自己的方法不是简单地听来的或者制订出来的，要在学习实践中去逐步摸索；三是方法没有最好只有更好，对于不同的学习内容，不同的时间段，方法也要与时俱进.

第四，必须要有科学而有效的训练. 既不能搞“题海战术”，更不能“光听不练”或“光看不练”. 训练也不仅仅是做题，尝试运用所学数学知识去分析、研究一些实际问题，是一种更值得提倡的训练.

第五，数学学习的一个要点是思维品质的提高. 学习数学，特别忌讳仅仅照猫画虎地学解题，一定要注重思考，注重推理，即使是进行计算，也要想想步骤和程序背后的道理. 经常地、反复地问自己“为什么”，是提高思维品质的一个有效途径.

在张效成教授主编的这本《高等数学》教材中，就在很大程度上融进了他的上述观点. 例

如本书通过正文的讲解,力图使读者准确理解基本概念;通过“模拟练习”等方式,指导读者抓好“三个基本”;通过深浅适度的实例,把分析实际问题并建立数学模型的过程展示给读者;通过知识背景的介绍和数学思想的点拨,为学生营造提高思维品质的氛围;……

近年来,作为南开大学数学文化课程组的核心成员,张教授在该课程的建设上做出了宝贵的贡献,同时还努力把数学文化融入他承担的其他数学课程的讲授中,现在,又融入他的这一教材之中. 这也是该教材的又一特色. 这样,在传授数学知识的同时,又使读者可以自然地领悟到蕴含在那些知识中的数学思想、数学思维、数学观点、数学方法和数学精神.

张效成教授治学严谨,一丝不苟,相信其书如同其人;也祝愿这本教材能受到读者的欢迎与好评.

顾沛

于南开园

2012 年 3 月

# 前　言

随着我国倡导的优化高等教育结构的推进，高等教育呈现出了多层次的发展需要.不同层次的高等院校需要有不同层次的教材.本书是根据教育部非数学类专业数学基础课程教学指导分委员会修订的《工科类本科数学基础课程教学基本要求》，结合分层次教学的需要，由多年一线教学经验的教师编写而成.

本书有以下几个特点：

第一，以数学文化的理念指导本书的编写.首届国家级教学名师、南开大学数学科学学院顾沛教授反复强调："数学不仅是一种重要的工具，也是一种思维模式，即'数学方式的理性思维'；数学不仅是一门科学，也是一种文化，即'数学文化'；数学不仅是一些知识，也是一种素质，即'数学素质'.数学教学要重视对学生数学素养的培养."作为南开大学"数学文化"课程组主要成员的张效成教授，近年来在顾沛教授领导下一直承担着"数学文化"课的主讲工作，对此颇有心得，所以在编写本书时注意从数学文化的高度"统帅"这些数学知识，力图使读者通过知识的学习领悟数学思想、数学思维、数学观点、数学方法以及数学精神.

第二，紧密围绕"三个基本"展开阐述.所谓三个基本，是指基本概念、基本理论和基本方法.数学是几乎所有学科的基础，素有公共基础学科之称；微积分又是全部高等数学的基础，由此可见微积分学的重要性.欲打好微积分这个基础，关键是要在基本概念、基本理论和基本方法上下功夫.犹如中国的书法，正楷字的功底不牢，行书草书皆无从谈起.为此，本书在编写过程中，对"三个基本"皆从多角度进行阐述，有的还通过辨析，力求帮助读者准确理解和把握这些基本知识.

第三，倡导循序渐进的学习方法.很多学生面对习题感到无从下手，找不着感觉，找不到思路，细究起来，似乎是在听课和做题之间缺少了一个环节.譬如学习画画，老师讲完构图原则及各种技法之后，如果马上就要求学生独立画出一幅作品来，显然有悖常识，因为这当中把临摹这个环节跳过去了.事实上，人的认知总要有一个循序渐进的过程，临摹的过程是理解消化所学知识的过程.因此，本书尝试着设计了若干模仿练习，旨在帮助读者逐步加深对例题解题思路及其方法的理解.

本书共分上、下两册，上册共 6 章，依次是第 1 章函数，第 2 章极限理论，第 3 章导数与微分，第 4 章微分中值定理与导数的应用，第 5 章不定积分和第 6 章定积分及其应用.下册共 7 章，依次是第 7 章空间解析几何与向量代数，第 8 章多元函数微分学，第 9 章重积分，第 10 章曲线积分和曲面积分，第 11 章格林公式、高斯公式和斯托克斯公式，第 12 章无穷级数

和第 13 章微分方程.其中第 1、2、10、11 章由张效成教授编写,第 7、9、12、13 章由刘克勤副教授编写,第 3、4、5、6、8 章由孙凤芝副教授编写,全书由张效成教授统稿.每章节都配有适量的习题和总习题,书末附有参考答案.

首先感谢南开大学数学科学学院、首届国家级教学名师顾沛教授在繁忙的工作之中为本书作序,这是对本书作者们工作的肯定与鼓励.

特别应当感谢的是北京邮电大学出版社的张保林老师,本书从策划到最后出版倾注了他的全部心血,他既是策划、编辑,又是审核,对于张保林老师一丝不苟的严谨的工作作风、对于他的高度的事业心和敬业精神表示钦佩和深深的谢意.

在本书编写过程中,参考了许多教材、资料与文献,在此一并表示感谢.

感谢在本书编写过程中给了很多帮助的王瑞钢等同志.

本书可作为普通高等院校理工科非数学类专业学生的教材,也可作为自学或准备报考研究生的读者的参考书.

由于编者的水平有限,缺点和不足在所难免,诚恳期望同行专家和广大读者予以批评指正.

**编　者**

**2012 年 3 月于南开园**

# 目　录

# 第 1 章

# 函　数

函数是高等数学中最重要的基本概念之一，也是微积分学研究的对象. 本章主要是复习过去所学的知识.

## 1.1 实　数

**1. 数集**

以数为元素的集合称为**数集**. **自然数**是指全体非负整数，记为 **N**. 全体正整数集合记为 $\mathbf{N}_+$. **整数集**包括自然数和负整数，记为 **Z**. **有理数集**是一切形如 $\frac{p}{q}(p,q\in\mathbf{Z},q\neq 0)$ 的数，记为 **Q**. **实数**是有理数和无理数（无限不循环小数）的统称，实数集又称**实数系**，记为 **R**.

如无特别说明，本书所说的数都是实数.

**2. 实数集的基本性质**

人们学习抽象的数学理论总是自觉或不自觉地联想到它的几何模型或物理模型. 而通过几何模型或物理模型又可以加深对抽象的数学理论的理解，并有助于记忆. 实数集的几何模型就是"数轴"或"坐标轴". 每一个实数在数轴上有唯一的点与之对应；反过来，数轴上的每一个点代表了唯一的一个实数. 从而，实数集与数轴上的点集是一一对应的. 由于实数集 **R** 由小到大是有序的，于是，其在数轴上对应的点由左到右也是有序的. 因此，数与点不加区别，常将"数 $a$"说成"点 $a$"，反之亦然.

实数集 **R** 对加减乘除的运算是封闭的，即运算结果仍是实数，并满足加法和乘法的运算率. 实数集 **R** 具有稠密性，即任意两个不同实数之间存在无穷多个实数. 特别是，实数集 **R** 具有一个较好的性质，即连续性. 关于实数集 **R** 的连续性，我们可以从几何直观上来理解，即数轴上的点是"连续"的，由此不难想象，实数集也应该是连续的. 实数集 **R** 是在有理数集 **Q** 的基础上构造的，它不仅继承了有理数集的所有性质，而且又增加了连续性，这就是微积分这门课程赖以建立的基础.

由于在实数集与数轴上的点之间建立了一一对应的关系，进而可以建立平面坐标系和

空间坐标系.这就为应用代数方法和分析方法研究几何问题奠定了基础,反之,几何问题又可以帮助我们理解代数和分析中的抽象概念和理论.

**3. 区间、数集的界、邻域**

微积分中最常用的实数集的特殊子集就是“区间”.设 $a,b\in\mathbf{R}$,$a<b$,$x\in\mathbf{R}$,则开区间是 $(a,b)=\{x\mid a<x<b\}$,闭区间是 $[a,b]=\{x\mid a\leqslant x\leqslant b\}$,左开右闭区间是 $(a,b]=\{x\mid a<x\leqslant b\}$,左闭右开区间是 $[a,b)=\{x\mid a\leqslant x<b\}$.它们统称为**有限区间**.有限区间在数轴上是一个线段.此外,$(a,+\infty)=\{x\mid a<x<+\infty\}$,$[a,+\infty)=\{x\mid a\leqslant x<+\infty\}$,$(-\infty,b)=\{x\mid -\infty<x<b\}$,$(-\infty,b]=\{x\mid -\infty<x\leqslant b\}$,$(-\infty,+\infty)=\{x\mid -\infty<x<+\infty\}$统称为**无限区间**.

**定义 1.1.1** 设数集 $A\subset\mathbf{R}$.若存在 $b\in\mathbf{R}$,使得对任意 $x\in A$,都有 $x\leqslant b$,则称数集 $A$ 有**上界**,$b$ 是 $A$ 的一个上界;若存在 $a\in\mathbf{R}$,使得对任意 $x\in A$,都有 $x\geqslant a$,则称数集 $A$ 有**下界**,$a$ 是 $A$ 的一个下界;若数集 $A$ 既有上界又有下界,则称数集 $A$ **有界**,否则称数集 $A$ **无界**.

显然,数集 $A$ 有上界 $b$ 或有下界 $a$,则必有无穷多个上界或无穷多个下界,即凡大于 $b$ 或小于 $a$ 的任意数都是 $A$ 的上界或下界.

由定义 1.1.1 容易证明:

**命题 1.1.1** 数集 $A$ 有界$\Leftrightarrow$存在 $M>0$,使得对任意 $x\in A$,都有 $|x|\leqslant M$.

**证　必要性** 已知数集 $A$ 有界,即存在 $a,b\in\mathbf{R}$,对任意 $x\in A$,有 $a\leqslant x\leqslant b$.令 $M=\max\{|a|,|b|\}$,则对任意 $x\in A$,有 $-M\leqslant a\leqslant x\leqslant b\leqslant M$,即 $|x|\leqslant M$.

**充分性** 设存在 $M>0$,使对任意 $x\in A$,有 $|x|\leqslant M$,即 $-M\leqslant x\leqslant M$,于是,数集 $A$ 有界. ■

**注** 今后为证明数集有界,既可用定义 1.1.1,也可用命题 1.1.1.

**定义 1.1.2** 对任意 $x,y\in\mathbf{R}$,称非负数 $|x-y|$ 为 $x$ 与 $y$ 的距离.

据此,有限区间的长度均为其两个端点的距离,即 $b-a$.

**定义 1.1.3** 对任意 $a\in\mathbf{R}$ 和任意 $\delta>0$,称开区间 $(a-\delta,a+\delta)=\{x\mid |x-a|<\delta\}$ 为点 $a$ 的 $\delta$ **邻域**,或简称为点 $a$ 的**邻域**,记为 $U(a,\delta)$ 或 $U(a)$,$\delta$ 称为邻域的**半径**.点集(或数集) $(a-\delta,a+\delta)-\{a\}=\{x\mid 0<|x-a|<\delta\}$ 称为点 $a$ 的**去心邻域**,记为 $\mathring{U}(a,\delta)$ 或 $\mathring{U}(a)$.称开区间 $(a-\delta,a)$ 和 $(a,a+\delta)$ 分别为点 $a$ 的左邻域和右邻域.

**4. 常用不等式**

研究两个数的大小关系和接近程度离不开不等式,微积分中很多定理及其证明都要应用不等式,因此,不等式是微积分中不可缺少的工具.不等式的理论基础是实数集 $\mathbf{R}$ 的有序性.本段仅列出几个常用的不等式.

① $0<|x-a|<\delta\Leftrightarrow a-\delta<x<a+\delta$ 且 $x\neq a$.

② $|x-a|<\delta\Leftrightarrow a-\delta<x<a+\delta$.

③ $|x|>a\Leftrightarrow x<-a$ 或 $x>a$.

④ $|a+b|\leqslant|a|+|b|$.

⑤ $|a_1+a_2+\cdots+a_n|\leqslant|a_1|+|a_2|+\cdots+|a_n|$.

⑥ $|a|-|b| \leqslant |a-b| \leqslant |a|+|b|$.

⑦ 若 $a_1, a_2, \cdots, a_n$ 是 $n$ 个正数，则

$$\sqrt[n]{a_1 a_2 \cdots a_n} \leqslant \frac{a_1+a_2+\cdots+a_n}{n}.$$

## 1.2　函　数

牛顿提出的"生成量"是函数概念的雏形，莱布尼茨首先使用了"函数"(function)这一术语，欧拉则在其《无限小分析引论》中给出了函数定义，还区分了显函数、隐函数等.

### 1.2.1　函数的概念

函数的概念在自然科学和社会科学中已被广泛使用，因此读者对函数概念必须有一个正确清楚的认识.

**定义 1.2.1**　设 $A \subset \mathbf{R}$ 且 $A \neq \varnothing$. 若 $\forall x \in A$，按照对应规律 $f$，都对应唯一一个 $y \in \mathbf{R}$，则称对应规律 $f$ 是定义在 $A$ 上的**函数**，记作

$$f: A \to \mathbf{R},$$

数集 $A$ 称为函数 $f$ 的**定义域**，记作 $D_f$；与数 $x$ 对应的数 $y$ 称为 $x$ 的**函数值**，记为 $y=f(x)$，函数值的集合称为函数 $f$ 的**值域**，记为 $f(A)$ 或 $R_f$. 由于 $x \in A$ 与 $y \in \mathbf{R}$ 处于不同地位，常称 $x$ 是**自变量**，$y$ 是**因变量**.

**注**　(1) 符号"$f: A \to \mathbf{R}$"表示 $f$ 是定义在数集 $A$ 上并在实数集 $\mathbf{R}$ 中取值的函数，意义明确，这是现代数学表示函数的一般符号. 但习惯上，我们将函数符号"$f: A \to \mathbf{R}$"改写为"$y=f(x), x \in A$"或简写为"$y=f(x)$". 有时我们也说"$f(x)$ 是 $x$ 的函数"或"设函数 $f(x)$"，显然，把函数值 $f(x)$ 称作函数的说法与定义不一致，混淆了函数 $f$ 与函数值 $f(x)$ 二者的区别，但这种说法只是出于方便而已.

(2) 表示函数的符号 $f$ 是可以任意选取的. 除了 $f$ 外，还可用诸如"$g$"，"$F$"或"$\varphi$"等其他符号，相应地，函数可记为 $y=g(x)$，$y=F(x)$ 或 $y=\varphi(x)$ 等.

(3) 对应规律 $f$ 和定义域 $D_f$ 是函数定义中的两个要点. 所谓两个函数相同，是指这两个要点都相同，否则就是两个不同的函数. 例如，函数 $y=x^2, x \in (-1,1)$ 和 $y=x^2, x \in [-1,1]$，虽然它们有相同的对应规律，但由于定义域不同，所以它们是两个不同的函数.

(4) 根据函数定义，当给定一个函数 $f$ 时，同时也应当给定其定义域 $A$，有时我们只给出对应规律 $f$ 而未给出其定义域，这时认为该函数的定义域是自明的，即认为其定义域是使其有意义的数 $x$ 的集合，也称这种定义域为函数的自然定义域. 在具有实际意义的函数中，函数的定义域还要受实际意义的约束.

### 1.2.2　函数的表示法

函数的表示法就是表示函数对应规律 $f$ 的方法.

**1. 解析法**

所谓**解析法**就是将自变量与因变量之间的对应规律用方程给出. 这些方程通常称为函数的**解析表达式**. 具体地,又分为三种:

① 显函数. 函数 $f$ 由自变量 $x$ 的解析式直接表示出来,称之为**显函数**. 所谓解析式是指将常量和自变量 $x$ 用一系列运算符号连接起来的数学式子.

② 隐函数. 函数 $f$ 中,因变量 $y$ 与自变量 $x$ 之间的对应规律由一个二元方程 $F(x,y)=0$ 给出,且 $y$ 未被表示成 $x$ 的显函数形式,则称此函数为**隐函数**.

③ 分段函数. 某些函数在其定义域的不同范围具有不同的解析表达式,则称此种函数为**分段函数**.

**例 1.2.1** 符号函数.

$$y=\operatorname{sgn} x=\begin{cases}-1, & x<0,\\ 0, & x=0,\\ 1, & x>0.\end{cases}$$

微积分中主要讨论的是用解析法表示的函数.

**2. 图像法**

所谓**图像法**就是用坐标平面上的曲线表示纵坐标 $y$ 是横坐标 $x$ 的函数.

**例 1.2.2** 用图像法表示函数 $y=[x]$.

这里$[x]$表示不大于 $x$ 的最大整数,称为 $x$ 的整数部分,故常称 $y=[x]$为**取整函数**,即若 $x=n+r$,$n$ 为整数,$0\leqslant r<1$,则$[x]=n$,其图像见图 1.1.

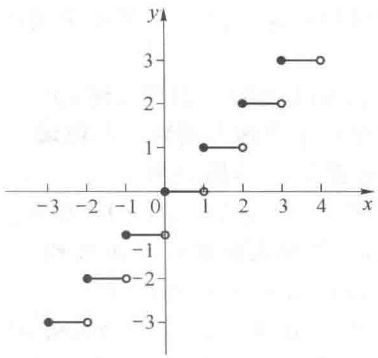

图 1.1 $y=[x]$的图像

**3. 列表法**

所谓**列表法**,是指将自变量的一组常数值和与之对应的一组函数值列成一个数表,以此来表示函数规律.

## 1.3 函数的几种常见性质

### 1.3.1 奇偶性

**定义 1.3.1** 设函数 $f(x)$的定义域为 $X$,若对任意 $x\in X$,且$-x\in X$,有 $f(-x)=-f(x)$或 $f(-x)=f(x)$,则称函数 $f(x)$为 $X$ 上的**奇函数或偶函数**.

由定义可知,奇函数或偶函数的定义域 $X$ 在坐标轴上的点集必然关于原点对称,这是讨论奇、偶函数的前提. 奇函数的图像关于原点对称,偶函数的图像关于 $y$ 轴对称.

### 1.3.2 单调性

**定义 1.3.2** 设函数 $f(x)$ 定义在数集 $X$ 上，若对于任意 $x_1,x_2\in X$，当 $x_1<x_2$ 时，恒有

$$f(x_1)\leqslant f(x_2) \quad (f(x_1)\geqslant f(x_2)),$$

则称函数 $f(x)$ 在数集 $X$ 上**单调增加**(**单调减少**).

如果将上述不等式改为

$$f(x_1)<f(x_2) \quad (f(x_1)>f(x_2)),$$

则称函数 $f(x)$ 在数集 $X$ 上**严格单调增加**(**严格单调减少**).

单调增加(或严格单调增加)和单调减少(或严格单调减少)的函数统称为**单调函数**. 若 $X$ 是区间，则称 $X$ 为 $f(x)$ 的**单调区间**.

### 1.3.3 有界性

**定义 1.3.3** 设函数 $f(x)$ 定义在数集 $X$ 上，若存在常数 $M$ 或 $m$，使得对任意 $x\in X$，恒有 $f(x)\leqslant M$ 或 $f(x)\geqslant m$，则称函数 $f(x)$ 在 $X$ 上**有上界**或**有下界**，称 $M$ 或 $m$ 为 $f(x)$ 在 $X$ 上的一个**上界**或**下界**.

若存在正常数 $K$，使得对任意 $x\in X$，恒有

$$|f(x)|\leqslant K,$$

则称函数 $f(x)$ 在 $X$ 上**有界**. 若这样的 $K$ 不存在，即对任何正常数 $K$，总存在 $x_0\in X$，使得 $|f(x_0)|>K$，则称函数 $f(x)$ 在 $X$ 上**无界**.

### 1.3.4 周期性

**定义 1.3.4** 设函数 $f(x)$ 定义在数集 $X$ 上，若存在常数 $T>0$，使得对任意 $x\in X$，且 $x\pm T\in X$，恒有 $f(x\pm T)=f(x)$，则称 $f(x)$ 是以 $T$ 为周期的**周期函数**，$T$ 称为函数 $f(x)$ 的**周期**.

满足 $f(x\pm T)=f(x)$ 的最小正数 $T$，称为函数 $f(x)$ 的**最小正周期**，通常称之为函数 $f(x)$ 的**基本周期**，常简称为**周期**. 不过，不是所有周期函数都有最小正周期，例如常数函数 $y=c$ 也是周期函数，但它没有最小正周期，因为没有最小正实数.

## 1.4 复合函数与反函数

本节所研究的是函数之间常见的一些关系.

### 1.4.1 复合函数

我们经常会把两个或两个以上的函数组合成一个新的函数. 例如，由 $y=a^u$ 和 $u=x^3$ 组合成 $y=a^{x^3}$，在此例中，通过把 $u=x^3$ 代入 $y=a^u$，从而使因变量 $y$ 通过中间变量 $u$ 而成为 $x$