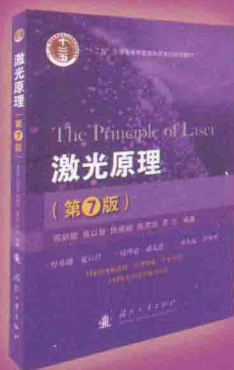




“十二五”普通高等教育本科国家级规划配套教材

激光原理 学习指导 (第2版)

高以智 姚敏玉 张洪明 霍力 编著



国防工业出版社
National Defense Industry Press

“十二五”普通高等教育本科国家级

激光原理学习指导

(第2版)

高以智 姚敏玉 张洪明 霍力 编著

国防工业出版社

·北京·

内 容 简 介

本书密切配合“十二五”普通高等教育本科国家级规划教材《激光原理》第7版的主要内容。全书共分六章:激光的基本原理;开放式光腔与高斯光束;电磁场和物质的共振相互作用;激光振荡特性;激光放大特性;激光器特性的控制。每章配有内容提要、思考题、例题和习题。部分习题给出不同程度的解题提示。书后附有习题的参考答案。

本书适于高等学校中与光电子技术有关的专业师生参考,也可供自学激光原理或相关课程的学生以及准备考研的学生参考。

图书在版编目(CIP)数据

激光原理学习指导/高以智等编著. -2版. —北京:国防工业出版社,2014.11
ISBN 978-7-118-09669-9

I. ①激... II. ①高... III. ①激光理论 IV.
①TN241

中国版本图书馆 CIP 数据核字(2014)第 270510 号

※

国防工业出版社 出版发行

(北京市海淀区紫竹院南路 23 号 邮政编码 100048)

天利华印刷装订有限公司印刷

新华书店经售

*

开本 880 × 1230 1/32 印张 77/8 字数 199 千字

2014 年 11 月第 2 版第 1 次印刷 印数 1—3000 册 定价 28.00 元

(本书如有印装错误,我社负责调换)

国防书店: (010)88540777

发行邮购: (010)88540776

发行传真: (010)88540755

发行业务: (010)88540717

前 言

本书与《激光原理》第7版同属“十二五”普通高等教育本科国家级规划成套教材,是配合《激光原理》课程(或相关课程)学习的教学指导书。全书内容与周炳琨、高以智、陈倜嵘、陈家骅、霍力编著并由国防工业出版社出版的《激光原理》第7版主要内容配套。每章分设“内容提要”、“思考题”、“例题”和“习题”。“内容提要”对《激光原理》一书中相关章节的主要内容作了简要概括。“思考题”可帮助读者对《激光原理》中的主要内容和主要概念加深理解。附有解题步骤的“例题”有助于提高读者的解题能力。“习题”力求反映激光原理中的各类问题,其中包括较简单的习题和难度较大的综合性习题。部分习题附有不同程度的解题提示(解题思路,解题步骤,关键公式,解题要点等)供读者参考。书后附有相关习题的参考答案(证明题、设计实验的题、讨论性质的题及要求作图的题未给答案),答案均经作者验证。所给数字答案仅供读者参考,由于解题方法和计算中近似程度的不同,读者所得答案可能会略有差别。全书符号与《激光原理》第7版基本一致。

本书对学习其他激光类教材的读者也有很好的参考作用。

本书第一章、第二章由张洪明编写,第三章、第五章由高以智编写,第四章由姚敏玉编写,第六章由姚敏玉及霍力编写。

由于作者水平有限,书中可能还存在一些缺点和错误,殷切希望读者批评指正。

目 录

第一章 激光的基本原理.....	1
内容提要.....	1
思考题.....	7
例题.....	8
习题	10
第二章 开放式光腔与高斯光束	14
内容提要	14
思考题	40
例题	42
习题	52
第三章 电磁场和物质的共振相互作用	89
内容提要	89
思考题	99
例题.....	102
习题.....	113
第四章 激光振荡特性.....	128
内容提要.....	128
思考题.....	136
例题.....	138
习题.....	145
第五章 激光放大特性.....	161
内容提要.....	161
思考题.....	165
例题.....	167

习题.....	175
第六章 激光器特性的控制.....	189
内容提要.....	189
思考题.....	203
例题.....	205
习题.....	213
习题参考答案.....	226
附录 常用物理常数.....	243
参考文献.....	244

第一章 激光的基本原理

内 容 提 要

一、相干性的光子描述

1. 光子的基本性质

(1) 光子的能量

$$\varepsilon = h\nu \quad (1.1)$$

式中: h 为普朗克常数。

(2) 光子运动质量

$$m = \frac{\varepsilon}{c^2} = \frac{h\nu}{c^2} \quad (1.2)$$

光子的静止质量为零。

(3) 光子的动量

$$P = mc n_0 = \frac{h\nu}{c} n_0 = \frac{h}{2\pi} \times \frac{2\pi}{\lambda} n_0 = \hbar k \quad (1.3)$$

式中

$$\hbar = \frac{h}{2\pi}$$

$$k = \frac{2\pi}{\lambda} n_0$$

n_0 为光子运动方向上的单位矢量。

(4) 光子具有两种可能的独立偏振状态, 对应于光波场的两个独立偏振方向。

(5) 光子具有自旋, 并且自旋量子数为整数。

2. 光波模式和光子状态相格

在体积为 V 的空腔内,处在频率 ν 附近频带 $d\nu$ 内的模式数为

$$N_\nu = \frac{8\pi\nu^2}{c^3} V d\nu \quad (1.4)$$

在 x, y, z, P_x, P_y, P_z 所支撑的六维相空间中,一个光子态占有的相空间体积元为 h^3 。该体积元称作相格。一个光波模在相空间占有一个相格。所以一个光子态等效于一个光波模。

3. 光子的相干性

如果在空间体积 V_c 内各点的光波场都具有相干性,则 V_c 称为相干体积。 V_c 又可表示为垂直于光传播方向的截面上的相干面积 A_c 和沿传播方向的相干长度 L_c 的乘积

$$V_c = A_c L_c \quad (1.5)$$

上式也可以写成

$$V_c = A_c \tau_c c \quad (1.6)$$

式中: c 为光速; $\tau_c = L_c/c$ 称为相干时间。

$$\tau_c = \Delta t = \frac{1}{\Delta\nu} \quad (1.7)$$

式中: Δt 为发光物质原子的激发态寿命; $\Delta\nu$ 为发出光波的频带宽度。

一个光波模或光子态占有的空间体积等于相干体积,所以同态光子(同模光波)相干。

4. 光子简并度

相干光强是描述光的相干性的参量之一。从相干性的光子描述出发,相干光强决定于具有相干性的光子的数目或同态光子的数目。处于同一光子态的光子数称为光子简并度 $\bar{n}$ 。光子简并度具有以下几种相同的含义:同态光子数、同一模式内的光子数、处于相干体积内的光子数、处于同一相格内的光子数。

二、光的受激辐射基本概念

1. 黑体辐射的普朗克公式

在热力学温度(即绝对温度) T 的热平衡情况下,黑体辐射分配到

腔内每个模式上的平均能量为

$$E = \frac{h\nu}{e^{k_b T} - 1} \quad (1.8)$$

式中: k_b 为玻耳兹曼常数。腔内单位体积中频率处于 ν 附近单位频率间隔内的光波模式数 n_ν 为

$$n_\nu = \frac{N_\nu}{V d\nu} = \frac{8\pi\nu^2}{c^3} \quad (1.9)$$

于是,黑体辐射普朗克公式为

$$\rho_\nu = \frac{8\pi h\nu^3}{c^3} \frac{1}{e^{k_b T} - 1} \quad (1.10)$$

单色能量密度 ρ_ν 表示单位体积内,频率处于 ν 附近的单位频率间隔中的电磁辐射能量,其单位为 $\text{J} \cdot \text{m}^{-3} \cdot \text{s}$ 。

2. 受激辐射和自发辐射概念

考虑原子(分子、离子)的两个能级,其高、低能级的能量差

$$E_2 - E_1 = h\nu$$

单位体积内处于两能级的原子数分别为 n_2 和 n_1 ,如图 1.1 所示。

1) 自发辐射

处于高能级 E_2 的一个原子自发地向低能级 E_1 跃迁,并发射一个能量为 $h\nu$ 的光子,这种过程称为自发跃迁。由原子自发跃迁发出的光波称为自发辐射。自发跃迁过程用自发跃迁几率 A_{21} 描述,它定义为单位时间内 n_2 个高能态原子中发生自发跃迁的原子数与 n_2 的比值

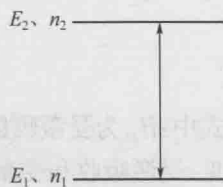


图 1.1 二能级
原子能级图

$$A_{21} = \left(\frac{dn_{21}}{dt} \right)_{\text{sp}} \frac{1}{n_2} \quad (1.11)$$

式中: $(dn_{21})_{\text{sp}}$ 表示单位体积中在 dt 时间内由于自发跃迁而由 E_2 向 E_1 跃迁的原子数。对于图 1.1 所示的二能级系统, A_{21} 就是原子在能级 E_2 的平均自发辐射寿命 τ_{s_2} 的倒数。

$$A_{21} = \frac{1}{\tau_{s_2}} \quad (1.12)$$

2) 受激吸收

处于低能态 E_1 的一个原子,在频率为 ν 的辐射场作用(激励)下,吸收一个能量为 $h\nu$ 的光子并向 E_2 能态跃迁,这种过程称为受激吸收跃迁。用受激吸收跃迁几率 W_{12} 描述这一过程

$$W_{12} = \left(\frac{dn_{12}}{dt} \right)_{st} \frac{1}{n_1} \quad (1.13)$$

式中: $(dn_{12})_{st}$ 表示单位体积中在 dt 时间内由于受激跃迁而由 E_1 向 E_2 跃迁的原子数。

$$W_{12} = B_{12}\rho_\nu \quad (1.14)$$

式中:比例系数 B_{12} 称为受激吸收跃迁爱因斯坦系数,它与原子的性质有关。

3) 受激辐射

受激吸收跃迁的反过程就是受激辐射跃迁。在辐射场的作用下,处于上能级 E_2 的原子在频率为 ν 的辐射场作用下,跃迁至低能级 E_1 并辐射一个能量为 $h\nu$ 的光子。受激辐射跃迁几率为

$$W_{21} = \left(\frac{dn_{21}}{dt} \right)_{st} \frac{1}{n_2} \quad (1.15)$$

$$W_{21} = B_{21}\rho_\nu \quad (1.16)$$

式中: B_{21} 为受激辐射跃迁爱因斯坦系数。由式(1.14)和式(1.16)可见,受激吸收和受激辐射几率不仅和原子性质有关,还和辐射场的 ρ_ν 成正比。

3. A_{21} 、 B_{21} 、 B_{12} 的相互关系

由热平衡下的黑体辐射普朗克公式和原子数在能级上的玻耳兹曼分布可得

$$B_{12}f_1 = B_{21}f_2 \quad (1.17)$$

$$\frac{A_{21}}{B_{21}} = \frac{8\pi h\nu^3}{c^3} = n_\nu h\nu \quad (1.18)$$

式中: f_2 和 f_1 分别为上、下能级的统计权重。上述爱因斯坦系数关系式虽然是在热平衡状态下推导的,但用量子电动力学可以证明其普适性。

4. 受激辐射的相干性

相干性是受激辐射与自发辐射的极为重要的区别。受激辐射光子与入射(激励)光子属于同一光子态;或者说,受激辐射场与入射辐射场属于同一模式。激光就是一种受激辐射相干光。而大量原子的自发辐射则是非相干光。

三、光的受激辐射放大

1. 实现光放大的条件——集居数反转

对于前面提到的二能级系统,当 $n_2 < (f_2/f_1)n_1$ 时,物质对光子能量与能级差相当的入射光呈吸收状态。而当 $n_2 > (f_2/f_1)n_1$ 时,物质的光吸收可以转化为自己的对立面——光放大,这一条件称为集居数反转(也称为粒子数反转)。当物质处于热平衡状态(即它与外界处于能量平衡状态)时,原子数在能级上的分布服从玻耳兹曼分布,即

$$\frac{n_2}{n_1} = \frac{f_2}{f_1} e^{-\frac{(E_2-E_1)}{k_b T}} \quad (1.19)$$

集居数反转是不可能的,只有当外界向物质供给能量(称为激励或者泵浦过程)从而使物质处于非热平衡状态时,集居数反转才可能实现。激励(泵浦)过程是光放大的必要条件。

2. 光放大物质的增益系数

处于集居数反转状态的物质称为激活物质(或激光介质)。一段激活物质就是一个光放大器。放大作用的大小通常用放大(或增益)系数 g 来描述

$$g = \frac{dI(z)}{dz} \frac{1}{I(z)} \quad (1.20)$$

四、光的自激振荡

将具有光放大作用的激活物质置于光谐振腔中,可构成激光器。

当激活物质的单程增益大于光谐振腔的单程损耗时形成光的自激振荡,激光器输出激光。

光谐振腔的作用是提供轴向的光波模反馈及保证激光器的单模(或少数轴向模)振荡。

五、激光的特性

激光具有四种特性:单色性、相干性、方向性和高亮度。这四种特性本质上可归结为,激光具有很高的光子简并度。即激光可以在很大的相干体积内有很高的相干光强。激光的这一特性正是由于受激辐射的本性和光腔的选模作用才得以实现的。

1. 激光的空间相干性和方向性

光束的空间相干性和它的方向性(用光束发散角描述)是紧密联系的。激光的方向性越好,它的空间相干程度就越高。激光的发散角和它的横模模式有关,基横模具有最小的远场发散角。同时,激光所能达到的最小光束发散角还要受到衍射效应的限制,它不能小于激光通过输出孔径时的衍射角 θ_m (称为衍射极限)。设光腔输出孔径为 $2a$, 则

$$\theta_m \approx \frac{\lambda}{2a} \quad (1.21)$$

2. 激光的时间相干性和单色性

激光的相干时间 τ_c 和激光线宽 $\Delta\nu$ 存在简单的关系

$$\tau_c = \frac{1}{\Delta\nu}$$

即单色性越高,相干时间越长。

3. 激光的高亮度

光源的单色亮度正比于光子简并度。由于激光具有极好的方向性和单色性,因而具有极高的光子简并度和单色亮度。对基横模单纵模激光束而言,单色亮度

$$B_\nu = \frac{P}{A\Delta\nu_s(\pi\theta_0^2)} \quad (1.22)$$

式中: P 为激光束功率; A 为激光束截面积; θ_0 为基横模的远场发散角; $\Delta\nu_s$ 为单模激光线宽(见第四章)。

思考题

1.1 由于激光的出现大大提高了光源的时间相干性,相干长度可达几米、几十米甚至几十千米,这样就很难采用一般的迈克耳逊干涉仪来测量激光器的相干长度,因而要寻找其他办法。试叙述一种原理上可行的激光器相干长度的测量方法。

1.2 为什么一个光子态或一个光波模在相空间所占体积是 h^3 ?

1.3 试由坐标与位置的测不准关系导出能量与时间的测不准关系 $\Delta E \cdot \Delta t \approx h$ (也称为第四个海森堡测不准关系),由能量与时间的测不准关系你能否得出原子的基态能级与激发态能级的不同之处?

1.4 ①考虑某一物质,其原子只有两个能级 E_1 和 E_2 , E_1 为下能级, E_2 为上能级。问该物质能否作为光泵激光器的工作物质,为什么?
②你能否采用某种措施(假定这是可以做到的)利用二能级气体作为激光器的工作物质?

1.5 某三能级系统的三个能级分别为 $E_1 = 0$, $E_2 = mE$, $E_3 = nE$, 其中 $E > 0$, m 和 n 为正数,且 $n > m$ 。试证明,在热平衡状态下,在任何温度 T 都不会出现集居数反转状态。为简单计,假定能级 E_1 、 E_2 和 E_3 非简并。

1.6 原子的自发跃迁系数只与原子本身的性质有关,它可以通过实验测出。假定原子是一个二能级系统,试叙述 A_{21} 的测量原理。

1.7 激光是受激辐射光。但在工作物质中,自发辐射、受激辐射和受激吸收是同时存在的,试讨论使受激辐射过程占优势的条件,采取什么措施可以满足这个条件?

1.8 激光器为什么不能采用在微波技术中普遍使用的那种封闭式谐振腔?

1.9 试叙述普通光与激光的差别,并从物理本质上阐明造成这一差别的原因。

1.10 举出几种形成集居数反转的方法。

1.11 如何提高激光器输出激光的相干性?

1.12 采取什么方法可提高激光的亮度?

例 题

例 1.1 由两个全反射镜组成的稳定光学谐振腔腔长为 0.5m,腔内振荡光的中心频率为 632.8nm,求该光的频带宽度 $\Delta\lambda$ 的近似值。

解:

由于光波被完全约束在谐振腔内,因此可近似认为光子的位置不确定量就是腔长,即

$$\Delta x = L$$

由 $P = h/\lambda$, 可得

$$\Delta P = h \cdot \Delta\lambda \cdot \left(-\frac{1}{\lambda^2} \right)$$

所以有

$$\left| \frac{\Delta P}{P} \right| = \left| \frac{\Delta\lambda}{\lambda} \right|$$

又因为

$$\Delta x \cdot \Delta P \approx h$$

可得

$$|\Delta\lambda| \approx \left| \frac{\lambda^2}{\Delta x} \right| = \left| \frac{\lambda^2}{L} \right| = \frac{(6328 \times 10^{-10})^2}{0.5} = 8 \times 10^{-13} (\text{m})$$

例 1.2 在 2 cm^3 的空腔内存在着带宽为 $1 \times 10^{-4} \mu\text{m}$, 波长为 $5 \times 10^{-1} \mu\text{m}$ 的自发辐射光。试问:

(1) 此光的频带范围是多少?

(2) 在此频带宽度范围内,腔内存在的模式数是多少?

(3) 一个自发辐射光子出现在某一模式的几率是多少?

解:

(1) 因为 $\nu = c/\lambda$, 所以

$$\Delta\nu = \frac{c}{\lambda^2} \Delta\lambda = \frac{(3 \times 10^8) \times (1 \times 10^{-10})}{(5 \times 10^{-7})^2} = 1.2 \times 10^{11} \text{ (Hz)}$$

(2) 空腔体积 $V = 2\text{cm}^3$, 则根据式(1.4), 其所含模式数

$$N_\nu = \frac{8\pi\nu^2}{c^3} V d\nu = \frac{8\pi}{\lambda^2 c} V d\nu = \frac{8\pi \times 2 \times 10^{-6}}{(5 \times 10^{-7})^2 \times 3 \times 10^8} \times 1.2 \times 10^{11} = 8 \times 10^{10}$$

(3) 一个自发辐射光子出现在某一模式的几率

$$P = \frac{1}{N_\nu} = \frac{1}{8 \times 10^{10}} = 1.25 \times 10^{-11}$$

例 1.3 (1) 如果原子的能级 E_1 和 E_2 的统计权重 f_1 和 f_2 不相等, 求受激跃迁几率 W_{21} 和 W_{12} 间的关系; (2) 证明 W_{21} 和 W_{12} 可写成如下形式

$$W_{21} = \tilde{\sigma}_{21} F(\nu); W_{12} = \tilde{\sigma}_{12} F(\nu)$$

式中: $F(\nu)$ 是单色光子流强度 (单位面积上流过的频率在 ν 附近单位频率间隔中的光子数); (3) 写出 $\tilde{\sigma}_{12}$ 和 $\tilde{\sigma}_{21}$ 的量纲并求 $\tilde{\sigma}_{12}$ 和 $\tilde{\sigma}_{21}$ 间的关系。

解:

(1) 因为 $f_1 B_{12} = f_2 B_{21}$, 所以两边同乘以 $\rho(\nu)$, 有

$$f_1 B_{12} \rho(\nu) = f_2 B_{21} \rho(\nu)$$

此即为

$$\begin{aligned} f_1 W_{12} &= f_2 W_{21} \\ (2) \quad W_{21} &= B_{21} \rho(\nu) = \frac{A_{21}}{n_\nu} \frac{\rho(\nu)}{h\nu} = \frac{A_{21}}{n_\nu} N(\nu) = \\ \frac{A_{21} N(\nu) v}{n_\nu v} &= \frac{A_{21}}{n_\nu v} F(\nu) = \tilde{\sigma}_{21} F(\nu) \end{aligned}$$

式中

$$\tilde{\sigma}_{21} = \frac{A_{21}}{n_\nu v}$$

$N(\nu)$ 为单色光子数密度 (单位体积内, 频率处于 ν 附近的单位频率间

隔中的光子数); v 为介质中光速。类似地可以得到

$$W_{12} = \tilde{\sigma}_{12} F(\nu)$$

式中

$$\tilde{\sigma}_{12} = \frac{f_2 A_{21}}{f_1 n_v v}$$

(3) 由 $\tilde{\sigma}_{21}$ 及 $\tilde{\sigma}_{12}$ 的表达式可得其量纲为

$$\text{s}^{-1} \cdot (\text{m}^{-3} \text{s} \cdot \text{ms}^{-1})^{-1} = \text{m}^2 \text{s}^{-1}$$

习 题

1.1 试证明, 由于自发辐射, 原子在 E_2 能级的平均寿命 $\tau_{s_2} = 1/A_{21}$ 。

解题提示:

若 $t=0$ 时单位体积中 E_2 能级的粒子数为 n_{20} , 单位体积中在 $t \rightarrow t+dt$ 时间内因自发辐射而减少的 E_2 能级的粒子数 $-dn_2 = A_{21} n_{20} e^{-A_{21}t} dt$, 这部分粒子的寿命为 t , 因此 E_2 能级粒子的平均寿命 $= \left(\int_0^\infty t A_{21} n_{20} e^{-A_{21}t} dt \right) / n_{20}$ 。

1.2 试证明爱因斯坦系数间的关系式: 式(1.17)和式(1.18)。

1.3 试从爱因斯坦系数间的关系说明下述概念: 分配在一个模式中的自发辐射跃迁几率等于在此模式中的一个光子引起的受激辐射几率。

解题提示:

$W_{21} = B_{21} \rho_\nu = B_{21} n_\nu h\nu \bar{n}$, 根据爱因斯坦系数间的关系, $A_{21} = B_{21} n_\nu h\nu$ 。

1.4 为使氦氖激光器相干长度达到 1km, 它的单色性 $\Delta\lambda/\lambda$ 应是多少?

1.5 设一光子的波长 $\lambda = 5 \times 10^{-1} \mu\text{m}$, 单色性 $\Delta\lambda/\lambda = 10^{-7}$, 试求

光子位置的不确定量 Δx 。若光子波长变为 $5 \times 10^{-4} \mu\text{m}$ (X 射线) 和 $5 \times 10^{-8} \mu\text{m}$ (γ 射线), 则相应的 Δx 又是多少?

解题提示:

因为 $\Delta x \Delta P \approx h$, 所以 $\Delta x \approx h/\Delta P$ 。又因为 $P = h/\lambda$, 所以 $\Delta P = h \cdot \Delta \lambda \cdot (-1/\lambda^2) = P(-\Delta \lambda/\lambda)$ 。 $\Delta x \approx h/\Delta P = -\lambda/(\Delta \lambda/\lambda)$, 考虑 Δx 为正值, 故有 $\Delta x \approx |\lambda/(\Delta \lambda/\lambda)|$ 。

1.6 填写出下表中的激光频率(或光子能量)的不同表示方法间的换算关系。

	eV	μm	nm	cm^{-1}	Hz
1eV					
$1 \times 10^{-1} \mu\text{m}$					

注: 已知电子电量 $e = 1.6022 \times 10^{-19} \text{C}$, $h = 6.6262 \times 10^{-34} \text{J} \cdot \text{s}$

1.7 如果激光器和微波激射器分别在 $\lambda = 10 \mu\text{m}$, $\lambda = 5 \times 10^{-1} \mu\text{m}$ 和 $\nu = 3000 \text{MHz}$ 输出 1W 连续功率, 试问工作物质中每秒从上能级向下能级受激辐射跃迁的粒子数是多少(假设除输出镜的透射损耗外, 谐振腔无其他损耗)?

1.8 设一对激光(或微波激射)能级为 E_2 和 E_1 ($f_2 = f_1$), 两能级间的跃迁频率为 ν (相应的波长为 λ), 能级上的粒子数密度分别为 n_2 和 n_1 。试求在热平衡时:

- (1) 当 $\nu = 3000 \text{MHz}$, $T = 300 \text{K}$ 时, $n_2/n_1 = ?$
- (2) 当 $\lambda = 1 \mu\text{m}$, $T = 300 \text{K}$ 时, $n_2/n_1 = ?$
- (3) 当 $\lambda = 1 \mu\text{m}$, $n_2/n_1 = 0.1$ 时, $T = ?$

1.9 在热平衡状态下 ($T = 300 \text{K}$), 某一对能级的粒子数密度比值 $n_2/n_1 = 1/e$, 试计算该跃迁所对应的频率, 并指出该频率落在电磁波频谱的那个区。

1.10 如果工作物质的某一跃迁是波长为 100nm 的远紫外光, 自发跃迁几率 A_{10} 等于 $10^6/\text{s}$, 问:

- (1) 该跃迁的受激辐射爱因斯坦系数 B_{10} 是多少?