

考研数学大纲配套系列用书推荐

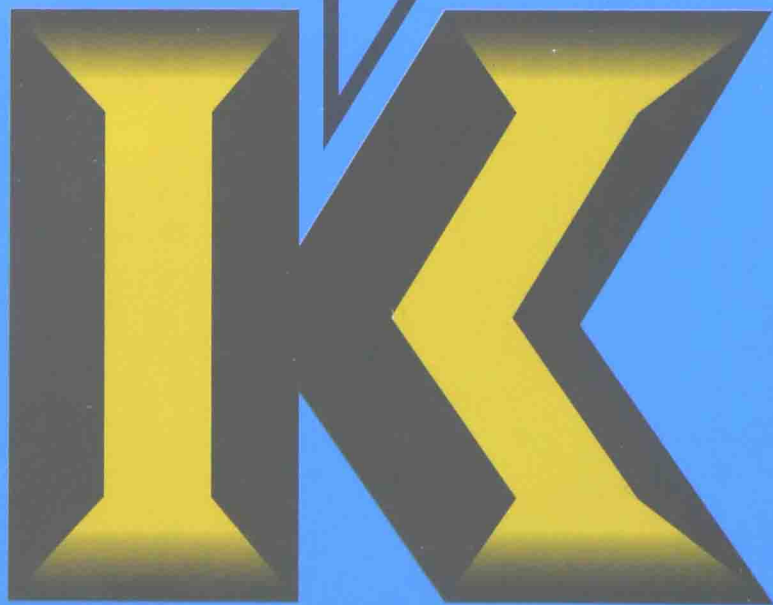
高教版

考研数学 基础过关500题

主 编 王 莉

高等教育出版社

- 送精讲导学课程
- 登录官方微博 <http://weibo.com/wl1966>



考研数学大纲配套系列用书推荐

考研数学 基础过关500题

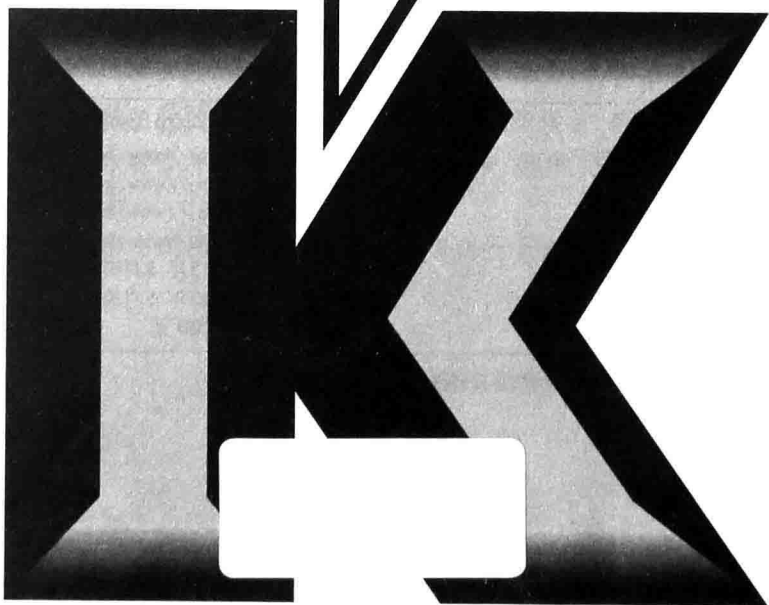


KAOYAN SHUXUE JICHU GUOGUAN 500 TI

主 编 王 莉

高等教育出版社·北京

- 送精讲导学课程
- 登录官方微博 <http://weibo.com/wl1966>



内容提要

《考研数学基础过关 500 题》分题目和答案与解析两部分,各部分含高等数学、线性代数、概率论与数理统计三篇,每篇基本上与考研数学大纲同步划分章节,设置有选择题和填空题两种题型,选择题侧重考查对基本概念和基本理论的理解程度,填空题侧重考查对基本公式和运算法则的掌握程度。书中有的题目数学一、数学二、数学三等不同的卷种不作要求,请读者阅读时注意。

图书在版编目(CIP)数据

考研数学基础过关 500 题 / 王莉主编. --北京:高等教育出版社,2015.5

ISBN 978-7-04-042592-5

I. ①考… II. ①王… III. ①高等数学-研究生-入学考试-习题集 IV. ①O13-44

中国版本图书馆 CIP 数据核字(2015)第 079037 号

策划编辑 张耀明
责任校对 李大鹏

责任编辑 张耀明
责任印制 张福涛

封面设计 王洋

版式设计 于婕

出版发行 高等教育出版社
社 址 北京市西城区德外大街 4 号
邮政编码 100120
印 刷 北京市鑫霸印务有限公司
开 本 787mm×1092mm 1/16
印 张 22
字 数 540 千字
购书热线 010-58581118

咨询电话 400-810-0598
网 址 <http://www.hep.edu.cn>
<http://www.hep.com.cn>
网上订购 <http://www.landaco.com>
<http://www.landaco.com.cn>
版 次 2015 年 5 月第 1 版
印 次 2015 年 5 月第 1 次印刷
定 价 38.00 元

本书如有缺页、倒页、脱页等质量问题,请到所购图书销售部门联系调换

版权所有 侵权必究
物 料 号 42592-00

前 言

为了帮助有志于报考硕士学位研究生的广大同学全面、系统、深入、高效地复习数学课程,提高考研应试能力,并为今后研究生学业奠定坚实的数学基础,作者根据教育部考试中心最新颁布的《数学考试大纲》,结合作者多年在全国各地辅导班的授课经验,以作者的考研辅导讲义为蓝本,切实考虑到考研学子的不同需求,编写了《考研数学复习教程》《考研数学基础过关 500 题》《考研数学考试大纲配套 1000 题》《考研数学历年真题汇编及超详解》以及《考研数学冲刺模拟 5 套卷》等系列丛书。其中《考研数学基础过关 500 题》适宜于复习前期配合教材使用——夯实基础;《考研数学复习教程》与《考研数学考试大纲配套 1000 题》适宜于复习中期攻坚阶段使用——强化解题定式训练,培养解题能力;《考研数学历年真题汇编及超详解》与《考研数学冲刺模拟 5 套卷》适宜于后期使用——模拟演练、巩固提高。考生可根据自己的具体情况选用。

《考研数学基础过关 500 题》的结构及特点如下:

本书分题目和答案与解析两部分,各部分含高等数学、线性代数、概率论与数理统计三篇,每篇基本上与考研《数学大纲》同步划分章节,设置有选择题和填空题两种题型,选择题侧重考查对基本概念和基本理论的理解程度,填空题侧重考查对基本公式和运算法则的掌握程度。本书只设置两种题型主要是针对于考研数学试卷的 23 道题中有 8 个选择题、6 个填空题,题量占了整个试卷的 60%,为了解决考生选择题和填空题得分偏低的问题。

本书每章选编的题目力争覆盖本章的所有知识点,围绕定义、定理、性质以及基本公式和运算法则,由易到难,由简到繁,注意梯次,既注重基础知识的解读,也注重了典型问题的方法总结,能够有效地帮助读者搞懂概念、搞透原理、搞熟方法,夯实基础。书中的每道题都有详细的分析求解过程和必要的总结说明,建议读者先动脑思考、动笔去做,然后再看解答过程,认真体会题后的总结。

书中有的题目数学一、数学二、数学三等不同的卷种不作要求,请读者阅读时注意。

本书可供大学本、专科院校的学生在学习高等数学、线性代数、概率论与数理统计时参考。

在编写本书过程中,作者参考了许多教材和有关著作,引用了其中的一些例子,恕不一一列出,在此谨向有关作者致谢。

鉴于作者水平有限,书中疏漏之处在所难免,恳请同行专家和读者批评指正。

编 者

目 录

第一部分 题 目

第一篇 高等数学

第一章 函数、极限与连续	2	第五章 多元函数微分学	20
第二章 一元函数微分学	6	第六章 多元函数积分学	24
第三章 一元函数积分学	12	第七章 无穷级数	29
第四章 向量代数与空间解析几何	18	第八章 常微分方程	34

第二篇 线性代数

第一章 行列式	38	第五章 矩阵的特征值、特征向量与相似 对角化	52
第二章 矩阵	40	第六章 二次型	56
第三章 向量	44		
第四章 线性方程组	48		

第三篇 概率论与数理统计

第一章 随机事件与概率	60	第四章 随机变量的数字特征、大数定律 与中心极限定理	72
第二章 随机变量及其概率分布	64	第五章 数理统计初步	76
第三章 二维随机变量及其概率分布	68		

第二部分 答案与解析

第一篇 高等数学

第一章 函数、极限与连续	82	第五章 多元函数微分学	145
第二章 一元函数微分学	97	第六章 多元函数积分学	161
第三章 一元函数积分学	120	第七章 无穷级数	177
第四章 向量代数与空间解析几何	140	第八章 常微分方程	195

第二篇 线性代数

第一章 行列式	206	第五章 矩阵的特征值、特征向量与相似 对角化	252
第二章 矩阵	211	第六章 二次型	264
第三章 向量	226		
第四章 线性方程组	240		

第三篇 概率论与数理统计

第一章 随机事件与概率	274	第四章 随机变量的数字特征、大数定律	
第二章 随机变量及其概率分布	287	与中心极限定理	318
第三章 二维随机变量及其概率分布	299	第五章 数理统计初步	331



第一部分 目 录

第一篇 高等数学

第一章 函数、极限与连续

一、选择题

1. 设函数 $f(x) = x \sin x \ln(1 + |\cos x|)$, 则 $f(x)$ 是
(A) 偶函数. (B) 有界函数. (C) 周期函数. (D) 单调函数.

2. 设 $f(x) = \frac{1}{2}(x + |x|)$, $g(x) = \begin{cases} x, & x < 0, \\ x^2, & x \geq 0. \end{cases}$ 则

(A) $f[g(x)] = \begin{cases} 0, & x < 0, \\ x, & x \geq 0. \end{cases}$

(B) $f[g(x)] = \begin{cases} x, & x < 0, \\ x^2, & x \geq 0. \end{cases}$

(C) $f[g(x)] = \begin{cases} 0, & x < 0, \\ x^2, & x \geq 0. \end{cases}$

(D) $f[g(x)] = \begin{cases} x^2, & x < 0, \\ x, & x \geq 0. \end{cases}$

3. 下列命题中错误的是

(A) 若 $\lim_{n \rightarrow \infty} x_n$ 存在, 则 $\lim_{n \rightarrow \infty} |x_n|$ 存在.

(B) 若 $\lim_{n \rightarrow \infty} |x_n|$ 存在, 则 $\lim_{n \rightarrow \infty} x_n$ 存在.

(C) 若 $\lim_{n \rightarrow \infty} x_n = 0$, 则 $\lim_{n \rightarrow \infty} |x_n| = 0$.

(D) 若 $\lim_{n \rightarrow \infty} |x_n| = 0$, 则 $\lim_{n \rightarrow \infty} x_n = 0$.

4. 下列数列收敛的是

(A) $f(n) = \begin{cases} \frac{1}{n} + 1, & n \text{ 为奇数,} \\ \frac{1}{n} - 1, & n \text{ 为偶数.} \end{cases}$

(B) $f(n) = \begin{cases} \frac{1+3^n}{3^n}, & n \text{ 为奇数,} \\ \frac{1-3^n}{3^n}, & n \text{ 为偶数.} \end{cases}$

(C) $f(n) = (-1)^{n-1} \frac{3n^2}{n^2+1}$.

(D) $f(n) = \begin{cases} \frac{1}{2n}, & n \text{ 为奇数,} \\ \frac{1}{n-1}, & n \text{ 为偶数.} \end{cases}$

5. 下列命题正确的是

(A) 若 $\lim_{x \rightarrow x_0} [f(x) + g(x)]$ 存在, 则 $\lim_{x \rightarrow x_0} [f(x) + g(x)] = \lim_{x \rightarrow x_0} f(x) + \lim_{x \rightarrow x_0} g(x)$.

(B) 若 $\lim_{x \rightarrow x_0} f(x)g(x)$ 存在, 则 $\lim_{x \rightarrow x_0} f(x)g(x) = \lim_{x \rightarrow x_0} f(x) \cdot \lim_{x \rightarrow x_0} g(x)$.

(C) 若 $\lim_{x \rightarrow x_0} [f(x) + g(x)]$ 与 $\lim_{x \rightarrow x_0} f(x)$ 都存在, 则 $\lim_{x \rightarrow x_0} g(x)$ 存在.

(D) 若 $\lim_{x \rightarrow x_0} f(x)g(x)$ 与 $\lim_{x \rightarrow x_0} f(x)$ 都存在, 则 $\lim_{x \rightarrow x_0} g(x)$ 存在.

6. 考虑下列式子

$$\textcircled{1} \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{\sin x}{x} = 1;$$

$$\textcircled{2} \lim_{x \rightarrow 0} \frac{x}{\sin x} = 0;$$

$$\textcircled{3} \lim_{x \rightarrow \infty} x \sin \frac{1}{x} = 1;$$

$$\textcircled{4} \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{1}{x} \sin \frac{1}{x} = 0.$$

其中正确的个数为

- (A) 1 个. (B) 2 个. (C) 3 个. (D) 4 个.

7. 下列各式中正确的是

$$(A) \lim_{x \rightarrow 0} \left(1 + \frac{1}{x}\right)^x = e.$$

$$(B) \lim_{x \rightarrow \infty} \left(1 - \frac{\sin x}{x}\right)^{\frac{\sin x}{x}} = e^{-1}.$$

$$(C) \lim_{x \rightarrow \infty} \left(1 - \frac{1}{x}\right)^x = -e.$$

$$(D) \lim_{x \rightarrow \infty} \left(1 + \frac{\sin x}{x}\right)^{\frac{x}{\sin x}} = e.$$

8. 当 $x \rightarrow 1$ 时, 函数 $\frac{x^2-1}{x-1} \arctan \frac{1}{x-1}$ 的极限

- (A) 不存在. (B) 等于 $-\pi$. (C) 等于 π . (D) 等于 0.

9. 当 $x \rightarrow 0$ 时, 函数 $f(x) = \frac{1}{x^2} \cos \frac{1}{x}$ 是

- (A) 无穷小. (B) 无穷大.
(C) 有界的, 但不是无穷小. (D) 无界的, 但不是无穷大.

10. 设 $f(x) = a^x + b^{3x} - 2$, 其中 a, b 是大于 1 的常数, 且 $ab^3 \neq e$, 则当 $x \rightarrow 0$ 时,

- (A) $f(x)$ 与 x 是等价的无穷小.
(B) $f(x)$ 与 x 是同阶但非等价的无穷小.
(C) $f(x)$ 是比 x 高阶的无穷小.
(D) $f(x)$ 是比 x 低阶的无穷小.

11. 当 $x \rightarrow 0$ 时, 下列无穷小量中比其他三个都高阶的是

- (A) $x \ln(1+x)$. (B) $1 - \cos^2 x$.
(C) $\sqrt[3]{1+x^2} - 1$. (D) $\tan x - \sin x$.

12. 设 $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{a \tan x + b(1 - \cos x)}{c \ln(1-2x) + d(1 - e^{-x^2})} = 2$, 其中 a, b, c, d 为常数, 且 $ac \neq 0$, 则必有

- (A) $a = 4c$. (B) $a = -4c$. (C) $b = 4d$. (D) $b = -4d$.

13. 设 $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\ln(1+x) - (ax + bx^2)}{x^2} = 2$, 则

(A) $a=0, b=-\frac{5}{2}$.

(B) $a=0, b=-2$.

(C) $a=1, b=-\frac{5}{2}$.

(D) $a=1, b=-2$.

14. 设 $f(x) = \begin{cases} (x-1) \arctan \frac{1}{x^2-1}, & x \neq \pm 1, \\ 0, & x = \pm 1, \end{cases}$ 则函数 $f(x)$

(A) 在 $x=-1$ 处连续, 在 $x=1$ 处间断.(B) 在 $x=-1$ 处间断, 在 $x=1$ 处连续.(C) 在 $x=-1, x=1$ 处都连续.(D) 在 $x=-1, x=1$ 处都间断.

15. 设 $F(x) = \begin{cases} \frac{f(x)}{x}, & x \neq 0, \\ f(0), & x = 0, \end{cases}$ 其中 $f(x)$ 在 $x=0$ 处可导, $f'(0) \neq 0, f(0) = 0$. 则 $x=0$ 是函数

 $F(x)$ 的

(A) 连续点.

(B) 第一类间断点.

(C) 第二类间断点.

(D) 连续点或间断点不能确定.

16. 下列函数中, 以 $x=0$ 为跳跃间断点的是

(A) $f(x) = \begin{cases} \frac{\sin x}{x}, & x \neq 0, \\ 1, & x = 0. \end{cases}$

(B) $f(x) = \begin{cases} e^{\frac{1}{x}}, & x \neq 0, \\ 0, & x = 0. \end{cases}$

(C) $f(x) = \begin{cases} \arctan \frac{1}{x}, & x \neq 0, \\ 1, & x = 0. \end{cases}$

(D) $f(x) = \begin{cases} x \operatorname{arccot} \frac{1}{x}, & x \neq 0, \\ 0, & x = 0. \end{cases}$

17. 设函数 $f(x) = \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{1+x}{1+x^{2n}}$, 讨论函数 $f(x)$ 的间断点, 其结论为

(A) 不存在间断点.

(B) 存在间断点 $x=-1$.(C) 存在间断点 $x=0$.(D) 存在间断点 $x=1$.

18. 函数 $f(x) = \frac{|x| \sin(x-2)}{x(x-1)(x-2)^2}$ 在下列哪个区间内有界?

(A) $(-1, 0)$.(B) $(0, 1)$.(C) $(1, 2)$.(D) $(2, 3)$.

二、填空题

19. $\lim_{n \rightarrow \infty} (\sqrt{n+5\sqrt{n}} - \sqrt{n-\sqrt{n}}) = \underline{\hspace{2cm}}$.

20. $\lim_{n \rightarrow \infty} \left(\frac{1}{3n^2+2n-1} + \frac{2}{3n^2+2n-2} + \cdots + \frac{n}{3n^2+n} \right) = \underline{\hspace{2cm}}.$

21. $\lim_{x \rightarrow +\infty} (3^x + 5^x)^{\frac{1}{x}} = \underline{\hspace{2cm}}.$

22. $\lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{1 - \sqrt{\cos x}}{(1 - \cos \sqrt{x}) \ln(1+2x)} = \underline{\hspace{2cm}}.$

23. $\lim_{x \rightarrow 0} \cot x \left(\frac{1}{\sin x} - \frac{1}{\tan x} \right) = \underline{\hspace{2cm}}.$

24. $\lim_{x \rightarrow +\infty} \left(\sin \frac{1}{x} + \cos \frac{3}{\sqrt{x}} \right)^{2x} = \underline{\hspace{2cm}}.$

25. 设 $\lim_{x \rightarrow 0} \left(1 + x + \frac{f(x)}{x} \right)^{\frac{1}{x}} = e^{\frac{3}{2}}$, 则 $\lim_{x \rightarrow 0} \left(1 + \frac{f(x)}{x} \right)^{\frac{1}{x}} = \underline{\hspace{2cm}}.$

26. 已知当 $x \rightarrow 0$ 时, $(1+ax^2)^{\frac{1}{3}} - 1$ 与 $\cos x - 1$ 是等价的无穷小, 则常数 $a = \underline{\hspace{2cm}}.$

27. 设当 $x \rightarrow 0$ 时, $2^{\tan x} - 2^x$ 与 $x^n \ln(1+x)$ 是同阶的无穷小, 则 $n = \underline{\hspace{2cm}}.$

28. 当 $x \rightarrow 0$ 时, $e^x - (ax^2 + bx + 1)$ 是比 x^2 高阶的无穷小, 则常数 $a = \underline{\hspace{2cm}}, b = \underline{\hspace{2cm}}.$

29. 设函数 $f(x) = \begin{cases} \frac{1}{x^2} (\cos 2x - \cos 3x), & x \neq 0, \\ a, & x = 0 \end{cases}$ 在 $x=0$ 处连续, 则 $a = \underline{\hspace{2cm}}.$

30. 已知函数 $f(x)$ 连续, 且满足 $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{1 - \cos[xf(x)]}{(e^{x^2} - 1)f(x)} = 1$, 则 $f(0) = \underline{\hspace{2cm}}.$

31. 设函数 $f(x) = \begin{cases} x^2 + 1, & |x| \leq c, \\ \frac{2}{|x|}, & |x| > c \end{cases}$ 在 $(-\infty, +\infty)$ 内连续, 则 $c = \underline{\hspace{2cm}}.$

32. 设 $f(x) = \frac{\frac{1}{x} - \frac{1}{x+1}}{\frac{1}{x-1} + \frac{1}{x}}$, 则 $f(x)$ 的无穷间断点的个数为 $\underline{\hspace{2cm}}.$

第二章 一元函数微分学

一、选择题

1. 设 $f(x)$ 在点 x_0 的某邻域内有定义, 考虑以下条件:

① $\lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(x_0) - f(x_0 - h)}{h}$ 存在;

② $\lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(x_0 + h) - f(x_0 - h)}{h}$ 存在;

③ $\lim_{h \rightarrow +\infty} h \left[f\left(x_0 + \frac{1}{h}\right) - f(x_0) \right]$ 存在;

④ $\lim_{h \rightarrow +\infty} h^2 \left[f\left(x_0 + \frac{1}{h^2}\right) - f(x_0) \right]$ 存在.

其中是 $f(x)$ 在点 x_0 处可导的充分必要条件的有

- (A) 1 个. (B) 2 个. (C) 3 个. (D) 4 个.

2. 下列条件中, 当 $\Delta x \rightarrow 0$ 时, 使 $f(x)$ 在点 x_0 处不可导的条件是

- (A) Δy 与 Δx 是等价的无穷小量.
(B) Δy 与 Δx 是同阶但非等价的无穷小量.
(C) Δy 是比 Δx 高阶的无穷小量.
(D) Δy 是比 Δx 低阶的无穷小量.

3. 设 $f(x)$ 在 $x=0$ 处可导, 且 $f(0)=0$, 则 $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{xf(\sin x) - f(\cos x - 1)}{x^2} =$

- (A) $\frac{1}{2}f'(0)$. (B) $f'(0)$. (C) $\frac{3}{2}f'(0)$. (D) $2f'(0)$.

4. 设 $f(x) = \begin{cases} \frac{x}{1+e^{\frac{1}{x}}}, & x \neq 0, \\ 0, & x = 0, \end{cases}$ 则函数 $f(x)$ 在 $x=0$ 处的左、右导数

- (A) 都存在且相等. (B) 都存在但不相等.
(C) 仅有一个存在. (D) 都不存在.

5. 设 $f(x) = \begin{cases} x^2 \sin \frac{1}{1+x^2}, & x \leq 0, \\ \frac{1-\cos x}{\sqrt{x}}, & x > 0, \end{cases}$ 则 $f(x)$ 在 $x=0$ 处

- (A) 极限不存在. (B) 极限存在但不连续.
(C) 连续但不可导. (D) 可导.

6. 设 $f(x) = \begin{cases} \frac{1}{(x-1)^\alpha} \cos \frac{1}{x-1}, & x < 1, \\ 0, & x \geq 1 \end{cases}$ 在 $x=1$ 处可导, 其中 α 为常数, 则 α 的取值范围是

- (A) $\alpha < -1$. (B) $-1 \leq \alpha < 0$. (C) $0 \leq \alpha < 1$. (D) $\alpha \geq 1$.

7. 设周期为3的函数 $f(x)$ 在 $(-\infty, +\infty)$ 内可导,且满足 $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{x}{f(-x) + f(3x)} = -1$,则曲线 $y=f(x)$ 在点 $(3, f(3))$ 处的切线方程为

- (A) $y = \frac{1}{2}x - \frac{3}{2}$. (B) $y = -\frac{1}{2}x + \frac{3}{2}$. (C) $y = 2(x-3)$. (D) $y = -2(x-3)$.

8. 设 $f(x) = 3x^3 + x^2|x|$,则使 $f^{(n)}(0)$ 存在的最高阶数 n 为

- (A) 0. (B) 1. (C) 2. (D) 3.

9. 函数 $f(x) = (x^2 - x)|x^3 - x|$ 不可导点的个数为

- (A) 0. (B) 1. (C) 2. (D) 3.

10. 设函数 $f(x)$ 在 $(0, +\infty)$ 内有界且可导,则

- (A) 当 $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = 0$ 时,必有 $\lim_{x \rightarrow +\infty} f'(x) = 0$.
 (B) 当 $\lim_{x \rightarrow +\infty} f'(x)$ 存在时,必有 $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = 0$.
 (C) 当 $\lim_{x \rightarrow 0^+} f(x) = 0$ 时,必有 $\lim_{x \rightarrow 0^+} f'(x) = 0$.
 (D) 当 $\lim_{x \rightarrow 0^+} f'(x)$ 存在时,必有 $\lim_{x \rightarrow 0^+} f(x) = 0$.

11. 设函数 $f(u)$ 二阶可导且 $f'(u) \neq 0$,若 $y = f(\ln x)$,则 $\frac{d^2x}{dy^2} =$

- (A) $\frac{f'(\ln x) - f''(\ln x)}{[f'(\ln x)]^2}$. (B) $\frac{f'(\ln x) - xf''(\ln x)}{[f'(\ln x)]^2}$.
 (C) $\frac{x[f'(\ln x) - f''(\ln x)]}{[f'(\ln x)]^3}$. (D) $\frac{x[f'(\ln x) - xf''(\ln x)]}{[f'(\ln x)]^3}$.

12. 设函数 $f(u)$ 可导, $y=f(x^2)$ 当自变量 x 在 $x=-1$ 处取得增量 $\Delta x = -0.1$ 时,相应的函数增量 Δy 的线性主部为0.1,则 $f'(1)$ 等于

- (A) -1. (B) 0.1. (C) 1. (D) 0.5.

13. 设函数 $f(u)$ 可导,且 $y=f(e^x)$,则 $dy =$

- (A) $f'(e^x) dx$. (B) $f'(e^x) de^x$.
 (C) $[f(e^x)]' de^x$. (D) $[f(e^x)]' e^x dx$.

14. 设函数 $f(x)$ 连续,且 $f'(0) > 0$,则存在 $\delta > 0$,使得

- (A) $f(x)$ 在 $(0, \delta)$ 内单调增加.
 (B) $f(x)$ 在 $(-\delta, 0)$ 内单调减少.
 (C) 对任意的 $x \in (0, \delta)$,有 $f(x) > f(0)$.
 (D) 对任意的 $x \in (-\delta, 0)$,有 $f(x) > f(0)$.

15. 设函数 $f(x)$ 在 $(-\infty, +\infty)$ 内可导, 且对任意不同的实数 x_1, x_2 有 $(x_1 - x_2)[f(x_1) - f(x_2)] > 0$, 则
- (A) 对任意 $x, f'(x) > 0$. (B) 对任意 $x, f'(-x) \leq 0$.
 (C) 函数 $f(-x)$ 单调增加. (D) 函数 $-f(-x)$ 单调增加.
16. 设函数 $f(x)$ 在 $(-\infty, +\infty)$ 内有定义, $x_0 \neq 0$ 是 $f(x)$ 的极大值点, 则
- (A) x_0 必是 $f(x)$ 的驻点. (B) $-x_0$ 必是 $-f(-x)$ 的极小值点.
 (C) $-x_0$ 必是 $-f(x)$ 的极小值点. (D) 对 $\forall x \in (-\infty, +\infty)$, 都有 $f(x) \leq f(x_0)$.
17. 设函数 $f(x)$ 在 $(-\infty, +\infty)$ 内具有二阶导数, 且 $f'(x) \neq 0, f^{-1}(x)$ 是 $f(x)$ 的反函数, 则当 $[f^{-1}(x)]' > 0, [f^{-1}(x)]'' > 0$ 时, 在 $(-\infty, +\infty)$ 内必有
- (A) $f(x)$ 单调增加, 曲线 $y=f(x)$ 是凸的.
 (B) $f(x)$ 单调增加, 曲线 $y=f(x)$ 是凹的.
 (C) $f(x)$ 单调减小, 曲线 $y=f(x)$ 是凸的.
 (D) $f(x)$ 单调减小, 曲线 $y=f(x)$ 是凹的.
18. 设 $\lim_{x \rightarrow a} \frac{f(x) - f(a)}{(x-a)^2} = -1$, 则在 $x=a$ 处
- (A) $f(x)$ 的导数不存在. (B) $f(x)$ 的导数存在, 且 $f'(a) \neq 0$.
 (C) $f(x)$ 取得极大值. (D) $f(x)$ 取得极小值.
19. 设函数 $f(x)$ 具有二阶连续导数, 且 $f'(0) = 0, \lim_{x \rightarrow 0} \frac{f''(x)}{|x|} = 1$, 则
- (A) $f(0)$ 是 $f(x)$ 的极大值.
 (B) $f(0)$ 是 $f(x)$ 的极小值.
 (C) $(0, f(0))$ 是曲线 $y=f(x)$ 的拐点.
 (D) $f(0)$ 不是 $f(x)$ 的极值, $(0, f(0))$ 也不是曲线 $y=f(x)$ 的拐点.
20. 设 $y=f(x)$ 满足微分方程 $y'' + y' - e^{\sin x} = 0$, 且 $f'(x_0) = 0$, 则 $f(x)$ 在
- (A) x_0 的某邻域内单调增加. (B) x_0 的某邻域内单调减小.
 (C) x_0 处取得极小值. (D) x_0 处取得极大值.
21. 设 $f'(x_0) = f''(x_0) = 0, f'''(x_0) > 0$, 则下列选项中正确的是
- (A) $f'(x_0)$ 是 $f'(x)$ 的极大值. (B) $f(x_0)$ 是 $f(x)$ 的极大值.
 (C) $f(x_0)$ 是 $f(x)$ 的极小值. (D) $(x_0, f(x_0))$ 是曲线 $y=f(x)$ 的拐点.
22. 曲线 $y = (x-1)^2(x-3)^2$ 的拐点个数为
- (A) 0. (B) 1. (C) 2. (D) 3.
23. 设函数 $f(x)$ 在其定义域内可导, $y=f(x)$ 的图形如图 2-1 所示, 则导函数 $y=f'(x)$ 的图形为

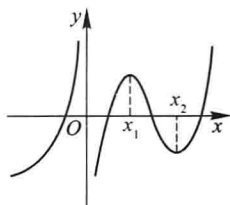
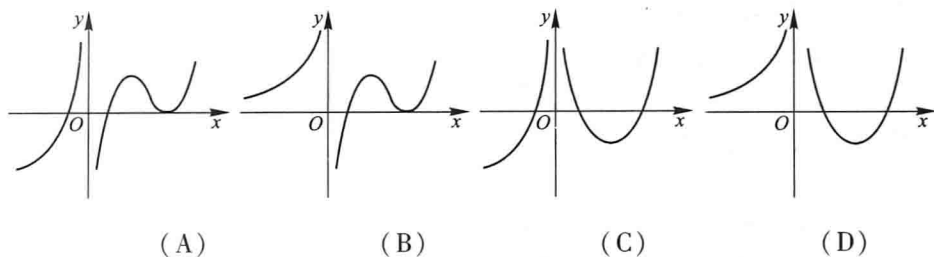


图 2-1

24. 设函数 $f(x)$ 在闭区间 $[a, b]$ 上有定义, 在开区间 (a, b) 内可导, 则

- (A) 当 $f(a)f(b) < 0$ 时, 存在 $\xi \in (a, b)$, 使 $f(\xi) = 0$.
 (B) 对任意 $\xi \in (a, b)$, 有 $\lim_{x \rightarrow \xi} [f(x) - f(\xi)] = 0$.
 (C) 当 $f(a) = f(b)$ 时, 存在 $\xi \in (a, b)$, 使 $f'(\xi) = 0$.
 (D) 存在 $\xi \in (a, b)$, 使 $f(b) - f(a) = f'(\xi)(b - a)$.

25. 曲线 $y = e^{\frac{1}{x^2}} \arctan \frac{x^2 + x - 1}{(x+1)(x-2)}$ 的渐近线有

- (A) 1 条. (B) 2 条. (C) 3 条. (D) 4 条.

26. 曲线 $y = x^2(e^{\frac{1}{x}} - 1)$

- (A) 必有水平渐近线和铅直渐近线. (B) 必有水平渐近线和斜渐近线.
 (C) 必有铅直渐近线和斜渐近线. (D) 三种渐近线都有.

27. 设常数 $k > 0$, 函数 $f(x) = \ln x - \frac{x}{e} + k$ 在 $(0, +\infty)$ 内零点个数为

- (A) 0. (B) 1. (C) 2. (D) 3.

28. 设函数 $f(x) = x^2(x-1)(x-2)$, 则 $f'(x)$ 的零点个数为

- (A) 0. (B) 1. (C) 2. (D) 3.

[1] 29. 某种商品的价格为 p , 售出的商品数量 Q 可表示为 $Q = \frac{a}{p+b} - c$, 其中 a, b, c 均为正数, 且 $a > bc$, 则

[1] 此题只数学三卷种要求.

- (A) p 增加时销售额减小.
 (B) p 增加时销售额增加.
 (C) 存在正数 p_0 , 当 $0 < p < p_0$ 时, 销售额随 p 的增加而增加.
 (D) 存在正数 p_0 , 当 $p > p_0$ 时, 销售额随 p 的增加而增加.

- [1] 30. 设某商品的需求函数为 $Q = 100 - 2p$, 其中 Q, p 分别表示需求量和价格. 若商品需求弹性的绝对值大于 1, 则商品价格的取值范围是
 (A) $(0, 20)$. (B) $(0, 25)$. (C) $(20, 50)$. (D) $(25, 50)$.

二、填空题

31. 设 $y = x[\cos(\ln x) + \sin(\ln x)]$, 则 $y' =$ _____.

32. 设 $y = \arctan e^x - \ln \sqrt{\frac{e^{2x}}{e^{2x} + 1}}$, 则 $\left. \frac{dy}{dx} \right|_{x=1} =$ _____.

33. 设 $f(x) = \left(1 + \frac{1}{2x}\right)^x$, 则 $\left. df(x) \right|_{x=\frac{1}{2}} =$ _____.

34. 已知 $y = f\left(\frac{3x-2}{3x+2}\right)$, $f'(x) = \arcsin x^2$, 则 $\left. \frac{dy}{dx} \right|_{x=0} =$ _____.

35. 设 $f(t) = \lim_{x \rightarrow \infty} t \left(\frac{x+t}{x-t}\right)^x$, 则 $f'(t) =$ _____.

36. 设 $f(x) = x(x+1)(x+2)\cdots(x+2013)$, 则 $f'(-2013) =$ _____.

37. 设函数 $y = f(x)$ 由方程 $e^{2xy} - \cos(xy) = e - 1$ 确定, 则曲线 $y = f(x)$ 在点 $(0, f(0))$ 处的法线方程为 _____.

38. 设函数 $y = y(x)$ 由方程 $y = f(x^2 + y^2) + f(x + y)$ 确定, 且 $y(0) = 2$, 其中 $f(u)$ 可微. 若 $f'(2) = \frac{1}{2}$, $f'(4) = 1$, 则 $y'(0) =$ _____.

39. 设函数 $y = y(x)$ 由参数方程 $\begin{cases} x = t - \ln(1+t) \\ y = t^3 + t^2 \end{cases}$ 所确定, 则 $\frac{dy}{dx} =$ _____, $\frac{d^2y}{dx^2} =$ _____.

40. 设函数 $y = y(x)$ 由方程 $\begin{cases} x = \sin 2t + \tan 3t \\ y = 5^t + \arctan t^2 \end{cases}$ 确定, 则 $\left. \frac{dy}{dx} \right|_{t=0} =$ _____.

[1] 此题只数学三卷种要求.

41. 若曲线 $y = x^2 + ax + b$ 和 $2y = -1 + xy^3$ 在点 $(1, -1)$ 处相切, 则常数 $a =$ _____, $b =$ _____.
42. 曲线 $\begin{cases} x = t^2 + 2t, \\ y = \ln(1+t) \end{cases}$ 上与直线 $8x + y = 1$ 垂直的切线方程为 _____.
43. 心形线 $r = 1 - \cos \theta$ 在 $\theta = \frac{\pi}{4}$ 处的切线的直角坐标方程为 _____.
44. 设函数 $f(x)$ 在 $x=0$ 处可导, 且 $f(0) = 0, f'(0) = -1$, 则极限 $\lim_{x \rightarrow 0} [1 + 2f(x)]^{\frac{1}{\ln(1+x)}} =$ _____.
45. 设函数 $f(x)$ 在 $x=0$ 处存在二阶导数, 且 $f''(0) = 3$. 若函数 $F(x) = \begin{cases} \frac{f(x)}{x^2}, & x \neq 0, \\ a, & x = 0 \end{cases}$ 在 $x=0$ 处连续, 则常数 $a =$ _____.
46. 设 $f(x) = \ln(3x^2 + 5x - 2)$, 则 $f^{(n)}(x) =$ _____.
47. 设 $f(x) = \arctan x$, 则 $f^{(n)}(0) =$ _____.
48. 函数 $y = (x-1)e^{\frac{\pi}{2} + \arctan x}$ 的单调区间为 _____, 极值为 _____, 该函数图形的渐近线为 _____.
49. 曲线 $y = \frac{2x^2}{(1-x)^2}$ 的凹凸区间为 _____, 拐点为 _____, 渐近线为 _____.
- (1) 50. 设某产品的成本函数为 $C = aq^2 + bq + c$, 需求函数 $q = \frac{1}{e}(d - p)$, 其中 C 为成本, q 为需求量 (即产量), p 为价格, a, b, c, d, e 都是正的常数, 且 $d > b$. 则边际成本函数为 _____, 边际收益函数为 _____, 最大利润为 _____, 收益对价格的弹性为 _____, 需求对价格的弹性的绝对值为 1 时的产量为 _____.
- (2) 51. 曲线 $y = \ln x$ 上曲率最大的点的坐标为 _____.

〔1〕 本题只数学三卷种要求.

〔2〕 本题只数学一、数学二卷种要求.