



新华传媒
XINHUA MEDIA



读交大之星 圆名校之梦

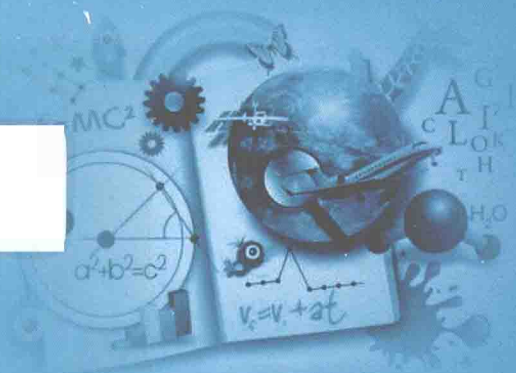
初中数学考题

中考

全解与精练

丛书主编 姜启时

本册编写 吴 锋



上海交通大学出版社
SHANGHAI JIAO TONG UNIVERSITY PRESS



初中数学考题全解与精练 (中考)

丛书主编 姜启时

本册编写 吴 锋

指点难题分析方法

破解自主招生技巧

领会中考命题规律

分享名师教学智慧

上海交通大学出版社

内容提要

本书通过对近年初中数学难题压轴题深入细致的研究,追寻中考难题压轴题的突破方法,有效地指导考生备考复习,培养考生理性的逻辑思维方式,掌握中考应试方法和答题技巧,另外,精选了部分名校复习模拟试题,为优等生冲刺重点高中考试架设桥梁.本书通过思路点拨指出解题思路,排除考生答题中可能遇到的思维障碍;通过方法导析,总结解题方法,注意思维方法的拓展;通过相关难题压轴题精练,促使考生转换陈旧的思维方式,拥有严谨灵活的思维品质,提升综合的发散思维能力.本书介绍了中考数学各种题型的突破方法,全面追寻中考命题思路,指明中考应试策略.

本书设置如下板块:难点分析、难题压轴题全解、难点突破方法总结、难题压轴题精练、初中数学各种题型的突破方法、自主招生题的应对策略、初中数学解题方法索引等,满足尖子生攻坚克难、拓宽拔高的需要.

图书在版编目(CIP)数据

初中数学考题全解与精练.中考/吴锋编写. —上海:上海交通大学出版社, 2014

(交大之星)

ISBN 978-7-313-11376-4

I. ①初… II. ①吴… III. ①中学数学课—初中—题解—升学参考资料 IV. ①G634.605

中国版本图书馆 CIP 数据核字(2014)第 146604 号

初中数学考题全解与精练(中考)

编 写: 吴 锋

出版发行: 上海交通大学出版社

邮政编码: 200030

出 版 人: 韩建民

印 制: 上海宝山译文印刷厂

开 本: 787 mm×1092 mm 1/16

字 数: 315 千字

版 次: 2014 年 8 月第 1 版

书 号: ISBN 978-7-313-11376-4/G

定 价: 30.00 元

地 址: 上海市番禺路 951 号

电 话: 021-64071208

经 销: 全国新华书店

印 张: 13

印 次: 2014 年 8 月第 1 次印刷

版权所有 侵权必究

告读者: 如发现本书有印装质量问题请与印刷厂质量科联系

联系电话: 021-56482128

前言

如今的中考及自主招生考试,更多意义上成为考入重点高中的竞争,要想在中考中脱颖而出,考生除具有扎实的基础知识外,还必须具备解析难题压轴题的能力.近年各地普通高中招生考试,试题拓宽拔高,为冲刺重点高中,尖子生更须具备解析难题的能力.每年中考试卷上,都会有几道为拉开考分而设置的难题、压轴题,它的特点是:情景新颖、综合性强、难度较大、渗透方法探究.为了使广大考生深入了解新中考考试命题趋势,培养考生的分析才能,深层开发考生的潜能,本丛书编委会约请了具有丰富教学经验的知名教师共同编写了这套丛书.本丛书通过对近几年中考压轴题和各地考前模拟题的深入细致研究,追寻难题突破方法,有效地指导考生复习备考,培养考生理性的逻辑思维方式,掌握中考应试方法和答题技巧,提升考生的发散思维能力.本丛书使广大考生深入了解中考命题规律,领会难题突破方法,借鉴状元应试技巧,分享名师教学智慧.

本书有的放矢,注重内容的针对性和实用性,切实从学生角度出发,做到题型精选与专项指导相结合,使同学们在最短的时间内对各科目核心内容有系统的了解,而且学会高效、科学的应试技巧,具有可读性、启迪性和实用性.

本书每一专题设4个小栏目:

【难点分析】

指点本专题重点、难点、中考考试命题方向,破解难题组成方式,领会中考命题规律.

【难题压轴题全解】

精选近年中考考题中的难题和压轴题,配备了一定量的题意新颖的名校中考模拟题,分类编排,满足优生拓宽拔高的需要.

【难点突破方法总结】

对中考及自主招生考试难题和压轴题进行思路点拨,方法总结,指导考生找到突破难题的切入口.对自主招生中的试题,进行方法导析,为尖子生冲刺自主招生指点迷津.

【难题压轴题精练】

精选近年各地中考试题、模拟题,进行详解精析,使学生开阔思路,融会贯通,提升考生的解题能力.

这套丛书有如下特点:

权威性 以国家教育部考试中心颁布的《新课程大纲》为依据,由长期参与中考阅卷的知名教师执笔,由全国著名的教育专家和特级、高级教师审定丛书书稿.

新颖性 丛书根据教育部颁布的初中课程标准编写,体现了中考改革和课程改革的新思路,突出了中考的“知识、能力、素质”命题模式、启迪方法,侧重应试技巧的指导.

前瞻性 通过对近几年中考压轴题进行深入细致的研究,把握了中考改革的方向,本丛书突出了新中考的能力要求,充分挖掘考生潜能,以提升其发散思维能力。

实用性 本丛书有资深一线教师的精辟分析和指导考生应试技巧,使考生方便、有效地进行自测,参考答案中对难度大的试题均有提示点拨,便于考生核对。

科学性 本丛书的编写,按思维能力培养规律循序渐进,对考生进行科学的指导,有效培养考生思维的科学性、敏捷性和发散性。

参加本丛书编写的有:姜启时、瞿兵、宋岳春、吴锋、陈东卫、刘长安、张继斌、李永进、金卫、钱耀兵、李彩红、施红卫、顾荣华、张林、李明、谢宏雷、周裕冲、黄惠平、邓振宇、周锋、陈玉、丁海健、彭利平、周雅俊、黄敏、朱丽霞、陈丽华、顾珏珍、姜昱、李如芬、沈华辉、陈坚、王九琴、徐博文、贺方、施勇、梁瑞、陶晓霞、樊春燕、邱金林、倪庆华、施建峰、袁杰、马淑娟、成爱华、王新星、倪红华、吴兴国、周永春、黄燕、瞿德明、黄建辉、曹芬、秦娟、张文军、王淦华、黄俊、陈勇军、徐雪春等。这套丛书在策划、编写、审核过程中,得到了上海师范大学、中国科协教育专家委员会有关专家的支持和指导,在此一并致谢。我们真诚地希望本书能成为同学们的良师益友,在这收获的季节,我们会感到我们的每一滴汗水都没有白流,更希望本书能够伴随着你一起成长。

编 者

本书导读

中考数学重要专题【难点分析】

指明本专题知识重点、难点、难题组成、命题方向,使考生明确复习方向.

难题、压轴题全解

【例题】 精选近年中考及各地模拟试题中的难题、压轴题、经典题.

【思路点拨】 指导考生思维,点拨解题方法,指出解题思路,点明突破方法.

【方法导析】 设有【方法总结】、【错解分析】、【突破方法】等项目,重视思维方法的归纳,注意思维方法的拓展.

难点突破方法总结

全面总结本专题的解题规律,以中考最新考核要求进行科学系统的方法指导,提高考生发散思维能力和应试能力.

难题、压轴题精练

精选近年各地中考、模拟试题,进行详解精析,提升考生的解题能力.

中考数学各种题型的突破方法

数学函数型综合型解题方法,几何型综合题解题方法,中考压轴题解题技能.
全面追寻中考命题思路,指明中考应试策略.

中考数学压轴题的应试技巧

1. 全面认识,
2. 分步得分,
3. 解题步骤,
4. 得分技巧.

中考数学思想方法

1. 整体思想方法, 2. 转化思想方法,
3. 分类讨论思想方法, 4. 函数与方程思想

初中数学解题方法 索引

配方法、换元法、待定系数法、整体代入法、直接求解法、实际操作法、归纳猜想法、排除法、逆向思维法、构造法、化归法、数形结合法、分类讨论法……

目 录

本书导读·····	1
专题一 《数与式》·····	1
专题二 《方程与不等式》·····	9
专题三 《函数》·····	19
专题四 《统计与概率》·····	32
专题五 《线段、角与三角形》·····	46
专题六 《四边形》·····	58
专题七 《圆》·····	71
专题八 《锐角三角函数与解直角三角形》·····	85
专题九 《图形的变换》·····	97
专题十 《中考常见数学思想方法》·····	111
专题十一 《中考数学压轴题解题技巧》·····	120
专题十二 《中考数学常见压轴题型突破方法》·····	133
答案与解析·····	151
初中数学解题方法 索引·····	198

专题一 《数 与 式》



难点分析

中考数学命题在实数部分,着重对相反数、绝对值、倒数、平方根(立方根)、科学计数法等考查.实数的运算也是考查的难点部分,近年中考各地区的数学试卷均有体现.预计今后中考数学命题将继续考查实数的有关概念,通过创设新的情境,结合实际运用,加强学科之间的渗透来考查近似数、有效数字、科学记数法等.而科学计数法预计将继续围绕社会热点问题而进行考查.在代数式求值中,命题者会更关注数学思想方法(如整体法、分类讨论、化归等)的应用.分式的考查很可能仍继续以计算和化简形式出现.



难题压轴题全解

【例1】在实数 $-\frac{2}{3}$, 0 , $\sqrt{2}$, π , $\sqrt{9}$ 中,无理数有().

A. 1个

B. 2个

C. 3个

D. 4个

【解析】部分学生容易对 $\sqrt{9}$ 等形式的数产生错误判断,对于实数的分类,要“淡化形式,注重本质”.不能一见到用根号表示的数或三角函数符号表示的数就认为是无理数,如 $\sin 30^\circ$, $\sqrt{0.16}$, $(\sqrt{3})^0$ 等,应从数的本质特征来区别判断,有理数和无理数的根本区别在于能否用既约分数来表示.答案选B.

方法讲解

判定一个实数是有理数还是无理数,关键是正确理解无理数的概念,它的本质属性是“无限不循环小数”,不要被实数的外形所迷惑.

【例2】根据下表中的规律,从左到右的空格中应依次填写的数字是().

000	110	010			111	001	111

A. 100, 011

B. 011, 100

C. 011, 101

D. 101, 110

【解析】通过观察,不难发现两个并排的短横表示0,而一条长横表示1,所表示的数是从上往下看,因而表格中的两个空格中所填的数是011和100.答案选B.

方法讲解

部分学生不能够读懂题意,无法做出正确选择,往往会随便猜出一个答案.突破方

法: 根据表格中所提供的信息, 找出规律, 容易发现短横与长横所表示的不同意义. 然后对照分析出两个空格中所应填写的数字. 解题关键: 对题目中提供的信息要仔细观察分析, 理解其表示的意义.

【例3】 用同样规格的黑白两种颜色的正方形瓷砖按图 1-1 方式铺地板, 则第(3)个图形中有黑色瓷砖_____块, 第 n 个图形中需要黑色瓷砖_____块(用含 n 的代数式表示).

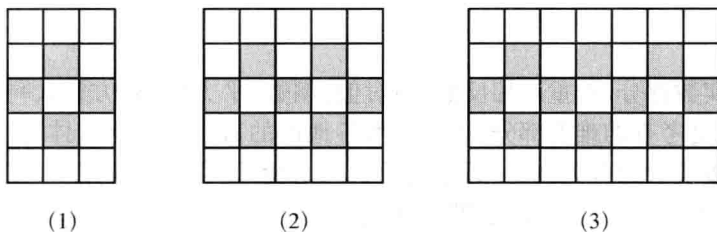


图 1-1

【解析】 根据图形可得出以下数据: 第 1 个图形, 黑色瓷砖 4 块; 第 2 个图形, 黑色瓷砖 7 块; 第 3 个图形, 黑色瓷砖 10 块……不难看出, 每幅图形中的黑色瓷砖依次增加 3 块, 如果把第一个图形中的黑色瓷砖表示为 $1+3$, 则第 2 个图形中的黑色瓷砖可表示为 $1+3 \times 2$ ……所以第 n 个图形中的黑色瓷砖为 $1+3n$.

方法讲解

部分学生缺乏一定的图形鉴别能力, 不知如何分析. 突破方法: 抓住其中的黑色瓷砖数目的变化规律, 结合图形, 观察其变化规律.

【例4】 我国自行研制的“神舟十号”载人飞船于 2013 年 6 月发射, 并与已在太空中的“天宫一号”进行多次对接, 以每秒约 7.820 185 km 的速度, 在距地面 343 km 的轨道上绕地球一圈只需 90 分钟, 飞行距离约 42 229 000 km. 请将这一数字用科学计数法表示为_____ km. (要求保留两位有效数字).

【解析】 用科学计数法表示绝对值较大的数时, 关键是 10 的指数, 可归纳为指数 n 等于原数整数部分的位数减一. 所以这一数字可表示为 4.2×10^7 .

方法讲解

部分学生在用科学计数法表示较大或者较小的数时, 对于 10 的指数容易弄错. 突破方法: 掌握规律, 记住幂的指数的确定方法. 解题关键: 科学记数法 $a \times 10^n$ 中, a 是整数数位只有一位的数, 10 的指数是由小数点移动的位数决定的, 也可以简单地记作用原数的数位减去 1 所得到的数值.

【例5】 某单位需以“挂号信”或“特快专递”方式向五所学校各寄一封信. 这五封信的重量分别是 72 g, 90 g, 215 g, 340 g, 400 g. 根据这五所学校的地址及信件的范围, 在邮局查得相关邮费标准如下:

业务种类	计费单位	资费标准/元	挂号费/(元/封)	特制信封/(元/个)
挂号信	首重 100 g 内, 每重 20 g	0.8	3	0.5
	续重 101~2 000 g, 每重 100 g	2.00		
特快专递	首重 1 000 g 内	5.00	3	1.0

(1) 重量为 90 g 的信若以“挂号信”方式寄出, 邮寄费为多少元? 若以“特快专递”方式寄出呢?

(2) 这五封信分别以怎样的方式寄出最合算? 请说明理由.

(3) 通过解答上述问题, 你有何启示? (请你用一两句话说明)

【解析】(1) 重量为 90 g 的信以“挂号信”方式寄出, 则邮寄费为 $5 \times 0.8 + 3 + 0.5 = 7.5$ (元), 以“特快专递”方式寄出, 邮寄费为 $5 + 3 + 1 = 9$ (元). (2) 因为这五封信的重量均小于 1 000 g, 所以若以“特快专递”方式寄出, 邮寄费为 $5 + 3 + 1 = 9$ (元). 由(1)得知, 重量为 90 g 的信以“挂号信”方式寄出, 费用为 7.5 元小于 9 元; 因为 $72 \text{ g} < 90 \text{ g}$, 重量为 72 g 的信以“挂号信”方式寄出小于 9 元; 若重量为 215 g 的信以“挂号信”方式寄出, 则邮寄费为 $5 \times 0.8 + 2 \times 2 + 3 + 0.5 = 11.5$ (元) > 9 (元). $400 \text{ g} > 340 \text{ g} > 215 \text{ g}$, 重量为 400 g, 340 g 的信以“挂号信”方式寄出, 费用均超过 9 元. 因此, 将这五封信的前两封以“挂号信”方式寄出, 后三封以“特快专递”方式寄出最合算. (3) 学生言之有理即可.

信函资费常识

• 挂号信:

首重、续重计费方法:

如: 信的重量为 260 g, 则其中 100 g 为“首重”, 每 20 g 按 0.8 元计费 (不足 20 g 按 20 g 计费); 其余 160 g 为“续重”, 每 100 g 按 2 元计费. 160 g 超过 100 g, 但不足 200 g, 按 200 g 计费.

邮寄费 (每封) = 首重资费 + 续重资费 + 挂号费 + 特制信封费

• 特快专递:

如: 首重不超过 1 000 g, 则

邮寄费 (每封) = 首重资费 (5 元) + 挂号费 (3 元) + 特制信封费 (1 元)

方法讲解

本题特点是信息量大, 涉及数据多, 有一定综合性, 不少考生会感到难以下手. 突破方法: 需要认真审题, 正确理解题意及相关信息, 结合题目所提问题选取相关信息进行计算. 至于第三问这类问题的求解, 并无固定答案, 只需言之成理即可, 所以这类问题考试一定要认真回答, 以确保得分.

【例 6】我们把分子为 1 的分数叫做单位分数. 如 $\frac{1}{2}, \frac{1}{3}, \frac{1}{4}, \dots$ 任何一个单位分数都可以拆分成两个不同的单位分数的和, 如 $\frac{1}{2} = \frac{1}{3} + \frac{1}{6}, \frac{1}{3} = \frac{1}{4} + \frac{1}{12}, \frac{1}{4} = \frac{1}{5} + \frac{1}{20}, \dots$

(1) 根据对上述式子的观察, 你会发现 $\frac{1}{5} = \frac{1}{\square} + \frac{1}{\bigcirc}$, 请写出 $\square, \bigcirc$ 所表示的数;

(2) 进一步思考, 单位分数 $\frac{1}{n}$ (n 是不小于 2 的正整数) $= \frac{1}{\triangle} + \frac{1}{\odot}$, 请写出 $\triangle, \odot$ 所表示的式, 并加以验证.

【解析】(1) 通过对三组式子的观察, 不难找出规律. 等式右边的第一个分母是左边的分母加 1, 第二个分母是前两个分母的乘积, 如果设左边的分母为 n , 则右边第一个分母为 $(n+1)$, 第二个分母为 $n(n+1)$. 所以问题(1)中, $\square$ 表示的数为 6, $\bigcirc$ 表示的数为 30; (2) 问题(2)中, $\triangle$ 表示的式为 $n+1$, $\odot$ 表示的式为 $n(n+1)$.

验证: $\frac{1}{n+1} + \frac{1}{n(n+1)} = \frac{n}{n(n+1)} + \frac{1}{n(n+1)} = \frac{n+1}{n(n+1)} = \frac{1}{n}$, 所以上述结论成立.

方法讲解

部分学生不能看出题目已知条件中所反映出的规律. 突破方法: 对比已知的三个式子, 进行比较分析, 可以看出每个等式中的各个分子都是 1, 而分母也有特殊关系, 得到这些信息后, 完成解题不再困难. 解题关键: 当题中有一组并列条件时, 往往将它们放在一起进行观察、比较、分析, 从中发现重要信息.

【例 7】 已知: $\frac{1}{a} - \frac{1}{b} = 4$, 则 $\frac{a-2ab-b}{2a-2b+7ab}$ 的值为().

- A. 6 B. -6 C. $-\frac{2}{15}$ D. $-\frac{2}{7}$

【解析】 由已知 $\frac{1}{a} - \frac{1}{b} = 4$, 得 $\frac{b-a}{ab} = 4$, 从而得到 $b-a = 4ab$, 所以 $a-b = -4ab$. 然后再将原式进行整理得, $\frac{a-2ab-b}{2a-2b+7ab} = \frac{(a-b)-2ab}{2(a-b)+7ab}$, 利用整体思想, 将 $a-b = -4ab$ 代入整理后的原式当中, 再进行约分化简, 从而可求得结果. 答案选 A.

方法讲解

少数学生在完成此题时会感到困难, 或是根本无从下手. 突破方法: 此题求代数式的值采取的是: 应用整体数学思想, 将已知条件变形后整体代入, 因为根据已知条件求不出 a, b 的具体值, 所以应将已知与要求的分别变形, 再用整体法代入, 许多学生因不会观察式子的特点, 而想不到此法.

【例 8】 已知 x, y 是实数, 且 $\sqrt{3x+4} + (y^2-6y+9) = 0$, 若 $axy-3x=y$, 则实数 a 的值是().

- A. $\frac{1}{4}$ B. $-\frac{1}{4}$ C. $\frac{7}{4}$ D. $-\frac{7}{4}$

【解析】 因为 $\sqrt{3x+4}$ 和 $(y-3)^2$ 均为非负数, 它们的和为零, 只有 $3x+4=0$, 且 $y-3=0$, 由此可求得 x, y 的值, 将其代入 $axy-3x=y$ 中, 即求得 a 的值. $\sqrt{3x+4} + (y-3)^2 = 0$, 所以 $3x+4=0, y-3=0$, 所以 $x=-\frac{4}{3}, y=3$. 又因 $axy-3x=y$, 所以 $-\frac{4}{3} \times 3a - 3 \times (-\frac{4}{3}) = 3$, 所以 $a = \frac{1}{4}$, 答案选 A.

方法讲解

本题考查二次根式、完全平方的非负性知识应用,同时考查方程的解的用法,要求能够熟练运用完全平方公式进行代数式变形.另外,要记住结论,若几个非负数之和等于零,则每个非负数均等于零.这是非负数具有的一个重要性质.

【例9】 先化简 $\left(\frac{x^2-4}{x^2-4x+4} + \frac{2-x}{x+2}\right) \div \frac{x}{x-2}$, 然后请你任取一个合适的数作为 x 的值代入求值.

$$\begin{aligned} \text{【解析】 原式} &= \left(\frac{x^2-4}{x^2-4x+4} + \frac{2-x}{x+2}\right) \div \frac{x}{x-2} \\ &= \frac{(x+2)(x-2)}{(x-2)^2} \times \frac{x-2}{x} - \frac{x-2}{x+2} \times \frac{x-2}{x} = \frac{x+2}{x} - \frac{(x-2)^2}{x(x+2)} \\ &= \frac{(x+2)^2 - (x-2)^2}{x(x+2)} = \frac{8}{x+2} \quad (x \text{ 只要不取 } 0, \pm 2 \text{ 均可}) \end{aligned}$$

取 $x=6$, 得原式 $= 1$.

方法讲解

分式综合运算,按照先乘除后加减,有括号先算括号里的或按照乘法的分配律去括号.考虑到本题算式的特点,可先将各分子分母中的多项式进行因式分解,同时将后面的除法转化为乘法,再用乘法分配律进行计算.本题最后 x 取值容易发生错误,主要是取值时要考虑分式的意义,不仅要考虑原来算式的最终结果,也要考虑计算过程中的分母,确保所有分母均不为 0.



难点突破方法总结

(一) 实数是初中数学基础知识,中考试题中的实数问题各种题型都会涉及,在解决实数问题时,要注意以下几点:

1. 要准确掌握各个概念. 概念是组成数学知识的基本元素. 实数一章中的概念较多,基础性强,对后续学习影响大,不少概念还含有运算性质. 如相反数、倒数、绝对值、算术平方根、负整数指数幂、科学计数法等,所以必须弄清各个概念的区别或者联系,防止应考过程中出现混淆.

2. 要熟练各种运算. 明白各种运算法则和运算性质,要通过一定量的练习使实数的有关运算形成一定的运算技能.

3. 在解答有关实数的选择题、填空题和计算题时,一般采用直接求解法. 对于体现创新意识的探索规律型问题,可采用图示、猜想、归纳、计算验证等各种方法.

(二) 整式和分式及二次根式是代数中的重要内容,填空、选择题以基本概念为主,而解答题则以化简、求值为主. 一般要注意如下内容:

1. 要准确理解和辨析单项式次数、系数、同类项,分式的通分和约分、最简分式、最简二次根式等概念的内涵. 特别要关注简单整式和分式及二次根式的运算.

2. 运用公式或法则进行计算,首先要判断题目是否具备某一公式或者法则的结构特征,在此基础上正确选用公式或法则进行计算.

3. 灵活运用分式的基本性质、变号法则、因式分解、整体变换等解题技能进行分式的约分和通分运算.

4. 充分关注数形结合思想、整体思想、分类讨论思想,在整式和分式变换求值中的应用.

5. 此外,试题呈现的背景贴近生活,贴近社会,而不再是拘泥于抽象的纯数学问题,因而要求学生学会观察、分析、猜想、验证、表达等基本的解决辨别及解决问题的能力 and 策略.



难题压轴题精练

1. 明天数学课要学“勾股定理”,小明在“百度”搜索引擎中输入“勾股定理”,能搜索到与之相关的结果个数约为 12 500 000,这个数用科学计数法表示为().

- A. 1.25×10^5 B. 1.25×10^6 C. 1.25×10^7 D. 1.25×10^8

2. 四个数 -5 , -0.1 , $\frac{1}{2}$, $\sqrt{3}$ 中,为无理数的是().

- A. -5 B. -0.1 C. $\frac{1}{2}$ D. $\sqrt{3}$

3. 已知实数 m 、 n 在数轴上的对应点的位置如图 1-2 所示,则下列判断正确的是().

- A. $m > 0$ B. $n < 0$
C. $mn < 0$ D. $m - n > 0$



图 1-2

4. 下列各数中,比 0 小的数是().

- A. -1 B. 1 C. $\sqrt{2}$ D. π

5. $-(-2) = ()$.

- A. -2 B. 2 C. ± 2 D. 4

6. -2 的倒数是().

- A. 2 B. -2 C. $\frac{1}{2}$ D. $-\frac{1}{2}$

7. 下列等式一定成立的是().

- A. $a^2 + a^3 = a^5$ B. $(a+b)^2 = a^2 + b^2$
C. $(2ab^2)^3 = 6a^3b^6$ D. $(x-a)(x-b) = x^2 - (a+b)x + ab$

8. 如果 $3x^{2n-1}y^m$ 与 $-5x^my^3$ 是同类项,则 m 和 n 的取值是().

- A. 3 和 -2 B. -3 和 2 C. 3 和 2 D. -3 和 -2

9. 设 $m > n > 0$, $m^2 + n^2 = 4mn$, 则 $\frac{m^2 - n^2}{mn} = ()$.

- A. $2\sqrt{3}$ B. $\sqrt{3}$ C. $\sqrt{6}$ D. 3

10. 如图 1-3 所示,从边长为 $(a+4)$ cm 的正方形纸片中剪去一个边长为 $(a+1)$ cm 的正方形 ($a > 0$), 剩余部分沿虚线又剪拼成一个矩形(不重叠无缝隙),则矩形的面积为().

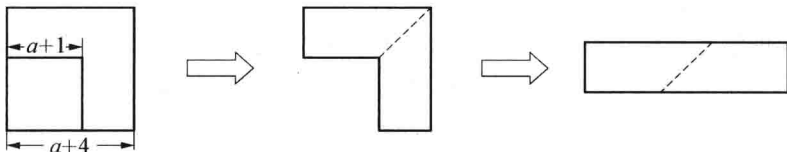


图 1-3

- A. $(2a^2 + 5a) \text{ cm}^2$ B. $(3a + 15) \text{ cm}^2$ C. $(6a + 9) \text{ cm}^2$ D. $(6a + 15) \text{ cm}^2$

11. 根据里氏震级的定义,地震所释放的相对能量 E 与震级 n 的关系为 $E = 10^n$, 那么 2011 年日本 9 级地震所释放的相对能量是 2013 年雅安 7 级地震所释放的相对能量的倍数是_____.

12. 要使式子 $\frac{\sqrt{a+2}}{a}$ 有意义, 则 a 的取值范围为_____.

13. 化简: $\frac{x^2 - 2xy + y^2 - 1}{x - y - 1} =$ _____.

14. 分式方程 $\frac{1}{x} = \frac{3}{x-2}$ 的解为_____.

15. 在 $\sqrt[3]{5}$, π , -4 , 0 这四个数中, 最大的数是_____.

16. 分解因式: $2x^2 - 8 =$ _____.

17. 若 $a_1 = 1 - \frac{1}{m}$, $a_2 = 1 - \frac{1}{a_1}$, $a_3 = 1 - \frac{1}{a_2}$, $\dots$; 则 a_{2014} 的值为_____ (用含 m 的代数式表示).

18. 观察下面的图形(见图 1-4), 它们是按一定规律排列的, 依照此规律, 第_____个图形共有 120 个.



图 1-4

19. 计算: $\sqrt{18} - \frac{2}{\sqrt{2}} + (1 - \sqrt{2}) + \left(\frac{1}{2}\right)^{-1}$.

20. 已知 $\frac{1}{x-1} = 1$, 求 $\frac{2}{x-1} + x - 1$ 的值.

21. 先化简, 再求值: $(a+2)(a-2) + a(1-a)$, 其中 $a = 5$.

22. 先化简,再求值: $\left(\frac{x^2y - 4y^3}{x^2 + 4xy + 4y^2}\right)\left(\frac{4xy}{x - 2y} + x\right)$, 其中 $x = \sqrt{2} - 1$, $y = \sqrt{2} + 1$.

23. 解分式方程: $\frac{3x^2 - 12}{x + 2} = 2x$.

24. 列方程或方程组解应用题:

京通公交快速通道开通后,为响应市政府“绿色出行”的号召,家住通州新城的小王上班由自驾车改为乘坐公交车.已知小王家距上班地点 18 km,他用乘公交车的方式平均每小时行驶的路程比他用自驾车的方式平均每小时行驶的路程的 2 倍还多 9 km,他从家出发到达上班地点,乘公交车方式所用时间是自驾车方式所用时间的 $\frac{3}{7}$.小王用自驾车方式上班平均每小时行驶多少 km?

专题二 《方程与不等式》



难点分析

方程及方程组考查的难点是方程的解法,一元二次方程根的判别式,根与系数的关系,以及方程(组)的解法与应用,试题类型呈多样化,既有填空题、选择题、解答题,又有阅读理解题、分析探索性问题,以后在这部分的中考命题热点仍是方程的解法,一元二次方程根的判别式,根与系数的关系,以及密切联系实际生活的新情景应用题,主要考查解决工程类、方案设计类及决策类问题.特别关注不等式(组)与方程、函数的有关知识结合在一起的运用,把用不等式(组)解决应用题作为重点来抓,主要考查难点是列不等式(组)解决方案设计问题和决策类问题,以解答题为主.命题趋势将会是弱化纯知识性的考题,而更加热衷于数学知识在生活中的应用问题.



难题压轴题全解

【例1】 已知 x 是实数,且满足 $(x^2 + 4x)^2 + 3(x^2 + 4x) - 18 = 0$, 则 $x^2 + 4x$ 的值为_____.

【解析】 观察所给已知条件的特点,不难发现 $x^2 + 4x$ 可作为一个整体来求解,不妨设 $y = x^2 + 4x$, 则原方程可化为 $y^2 + 3y - 18 = 0$, 再利用因式分解,可将原方程进一步变形为 $(y + 6)(y - 3) = 0$, 从而解得 $y_1 = -6$ 或 $y_2 = 3$, 所以 $x^2 + 4x = -6$ 或 $x^2 + 4x = 3$. 再根据 x 为实数,结合两个方程的特征,利用根的判别式可知 $x^2 + 4x = -6$ 不合题意,需舍去,所以最后结果为 $x^2 + 4x = 3$.

方法讲解

解方程,首先观察方程特点,然后选用适当方法解题.突破方法:本题可采用换元法,先将原方程进行结构上的简化,再利用因式分解法解方程.同时这道题还要考虑 x 是实数的这一隐含条件,从而要确保方程有实数根,即根的判别式要非负.

【例2】 解方程组:
$$\begin{cases} 4x^2 - y^2 = 0, \\ x^2 - xy + 3 = 0. \end{cases}$$

【解析】 解方程组的基本思路就是消元和降次,要根据方程组的特点选取适当方法.

$$\begin{cases} 4x^2 - y^2 = 0, & \textcircled{1} \\ x^2 - xy + 3 = 0. & \textcircled{2} \end{cases}$$

由方程 ① 可得 $(2x + y)(2x - y) = 0$,

所以 $2x + y = 0$ 或 $2x - y = 0$. 它们与方程 ② 分别组成两个方程组:

$$\begin{cases} 2x + y = 0 \\ x^2 - xy + 4 = 0 \end{cases} \quad \begin{cases} 2x - y = 0 \\ x^2 - xy + 4 = 0 \end{cases}$$

解方程组 $\begin{cases} 2x + y = 0 \\ x^2 - xy + 4 = 0 \end{cases}$ 可知,此方程组无解;

解方程组 $\begin{cases} 2x - y = 0 \\ x^2 - xy + 4 = 0 \end{cases}$ 得 $\begin{cases} x_1 = 2 \\ x_2 = 4 \end{cases} \quad \begin{cases} x_2 = -2 \\ y_2 = -4 \end{cases}$

所以原方程组的解是 $\begin{cases} x_1 = 2 \\ x_2 = 4 \end{cases} \quad \begin{cases} x_2 = -2 \\ y_2 = -4 \end{cases}$

方法讲解

少数学生未能掌握二元二次方程组的基本解题思路,不知如何处理.突破方法:将第一个方程通过因式分解,得到两个一次方程,再分别与第二个方程组成两个新的方程组,求解.解题关键:解二元二次方程组的基本解题思想是消元,即化二元为一元.常用的方法就是通过因式分解进行降次,再重新组成新的方程组求解,所求得的结果即为原方程组的解.

【例3】 用换元法解分式方程 $x^2 + x + 1 = \frac{2}{x^2 + x}$ 时,如果设 $y = x^2 + x$,那么原方程可化为关于 y 的一元二次方程的一般形式是_____.

【解析】 整体代换(换元法)也是我们解方程常用的方法之一,它在解方程中起到消元、降次简化运算的作用.把 $y = x^2 + x$ 代入原方程得, $y + 1 = \frac{2}{y}$, 即 $y^2 + y - 2 = 0$, 故答案应填写 $y^2 + y - 2 = 0$.

方法讲解

整体换元要求原方程具备一定结构特点,如果不具备,必须设法通过变形化出相同或者相关的形式再进行换元.

【例4】 若不等式组 $\begin{cases} 2x > 3x - 3 \\ 3x - a > -6 \end{cases}$ 的正整数解只有 2,求 a 的整数值.

【解析】 要求 a 的值,可先求出不等式组中的各不等式的解集,再根据不等式组的正整数解只有 2,列出关于 a 的不等式组,进而求出 a 的值.

$$\begin{cases} 2x > 3x - 3 \\ 3x - a > -6 \end{cases}, \text{解得} \begin{cases} x < 3 \\ x > \frac{a-6}{3} \end{cases}$$

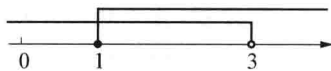


图 2-1

又因为原不等式组只有正整数解 2.

如图 2-1 所示,应有 $1 \leq \frac{a-6}{3} < 2$.

所以 $9 \leq a < 12$, 所以 $a = 9, 10, 11$.

方法讲解

部分学生解出不等式组的解集后,不知如何运用“正整数解只有 2”这一条件.突破方法:用含 a 的代数式表示不等式组的解集,结合数轴表示出不等式组的解集,再转化为关于 a 的不等式组,求出 a 的值.