考研数学命题人土豪金系列丛书

2016

分类归纳+紧贴大纲+考点全覆盖+真题精析+习题精练

考研数学命题人复习全书

（数学三）

全国硕士研究生入学考试辅导用书编委会 编著

北京大学 尤承业 教授 清华大学 徐荣 教授

北京大学 刘德荫 教授 首都师范大学 童武 教授

1 本书每章习题答案与详解 + 2 篇北大、清华数学满分秘笈 + 2 套原命题组成员密押试卷 + 5 大考研命题人快速解题方法 + 8 小时命题人数学串讲精华

北京航空航天大学出版社
BEIHANG UNIVERSITY PRESS

考研数学命题人土豪金系列

2016

分类归纳+紧贴大纲+考点全覆盖+真题精析+习题精练

考研数学命题人复习全书

（数学三）

全国硕士研究生入学考试辅导用书编委会 编著

北京大学 尤承业 教授 清华大学 徐 荣 教授

北京大学 刘德荫 教授 首都师范大学 童 武 教授

赠

1 本书每章习题答案与详解 + 2 篇北大、清华数学满分秘笈 + 2 套原命题组成员密押试卷 + 5 大考研命题人快速解题方法 + 8 小时命题人数学串讲精华

登录 www.buaapress.com.cn 获超多增值服务

北京航空航天大学出版社
BEIHANG UNIVERSITY PRESS

内 容 简 介

作者根据教育部制定的《数学考试大纲》的要求，深入研究考研命题的特点及动态，结合多年数学命题、阅卷以及全国考研数学辅导班的经验，编写了这本复习全书。

本书详解大纲规定的所有考点，每章涵盖大纲基本要求。详解基本概念、重要定理与方法，精辟分析典型例题。每章后都有历年真题链接，对历年统考中常见题型进行了归纳分类，注重一题多解，以期开阔考生的解题思路。

本书精选了适量的同步辅导习题，并附有参考答案与解析。考生可以通过习题的演练将基本考点融会贯通，把握每章的命题特点与思路，从而从容应考，轻取高分。

本书适用于参加研究生入学数学考试的广大考生。

图书在版编目(CIP)数据

2016考研数学命题人复习全书. 数学三 / 全国硕士研究生入学考试辅导用书编委会编著. -- 北京：北京航空航天大学出版社，2015.3

ISBN 978-7-5124-1694-9

Ⅰ. ①2… Ⅱ. ①全… Ⅲ. ①高等数学—研究生—入学考试—自学参考资料 Ⅳ. ①O13

中国版本图书馆CIP数据核字(2015)第030235号

2016考研数学命题人复习全书(数学三)

全国硕士研究生入学考试辅导用书编委会 编著

责任编辑 杨 昕

*

北京航空航天大学出版社出版发行

北京市海淀区学院路37号(邮编100191) http://www.buaapress.com.cn

发行部电话：(010)82317024 传真：(010)82328026

读者信箱：bhpress@263.net 邮购电话：(010)82316936

保定市中画美凯印刷有限公司印装 各地书店经销

*

开本：787×1 092 1/16 印张：42.25 字数：1 076千字

2015年4月第1版 2015年4月第1次印刷

ISBN 978-7-5124-1694-9 定价：58.80元

编 委 会

前 言

考研整体形势分析

众所周知,“考研热”从兴起到如今的愈演愈烈已是不争的事实.我国每年报考硕士研究生的人数持续快速增长,考研的激烈竞争在不断升温.事实上,成功之路有多条,毕竟条条大路通罗马,但为什么我国的青年一代会把目光聚焦在考研这条路上呢?笔者认为,其中的原因是多方面的,但最根本的原因在于,考研这条路是将广大青年学子的个人发展与国家、社会的发展趋势紧密有机地联系在一起的,有着高度的内在统一性.我国从20世纪80年代开始改革开放,对内以经济建设为中心,对外学习西方先进的科学技术,至今已逾30年.我国经济发展所取得的成就已为世界瞩目.中国为什么能成功?关键的因素就在于人才.国家的发展需要大量高素质、高学历的人才,这就为当代大学生提供了一个鲜明的导向.而从每个青年人渴望成功、实现自我价值的角度讲,将个人的前途命运与国家、人民的需要结合起来,无疑是明智的选择.由此,考研成为广大青年学生的首选之路就不足为奇了.

考研数学(数学三)考点分析与复习备考策略

一、考研数学(数学三)考点分析

1. 考查基本概念、基本理论、基本方法

从原则上讲,试卷中的选择题、填空题基本上都是反映出题者考查考生“三基”的意图的.

例1 当 a 取下列哪个值时,函数 $f(x)=2x^3-9x^2+12x-a$ 恰有两个不同的零点?( )

(A) 2 (B) 4 (C) 6 (D) 8

【解析】 由题意,不妨令函数

$$g(x)=2x^3-9x^2+12x.$$

由

$$g'(x)=6x^2-18x+12=6(x-1)(x-2)=0$$

可得函数 $g(x)$ 恰有两个驻点 $x=1$ 与 $x=2$.

因为 $\lim\limits_{x\to-\infty}g(x)=-\infty$, $\lim\limits_{x\to+\infty}g(x)=+\infty$,所以有 $g(1)=5$, $g(2)=4$ 分别是函数 $g(x)$ 的唯一极大值与唯一极小值,且函数 $g(x)$ 的单调性如下表:

x	$(-\infty,1)$	1	$(1,2)$	2	$(2,+\infty)$
$g'(x)$	+	0	-	0	+
$g(x)$	从 $-\infty\nearrow$	极大值 5	$\swarrow$	极小值 4	$\nearrow$到 $+\infty$

由上表可知曲线 $y=g(x)$ 与水平直线 $y=4$ 恰有两个不同的交点，即当 $a=4$ 时，函数 $f(x)=2x^3-9x^2+12x-a$ 恰有两个不同的零点. 所以选(B).

【点评】 本题考查考生对函数的零点、驻点、极值点等的掌握情况. 这部分内容属于较基础的范畴，但在考试中出现的频率较高，考生应该予以重视.

例 2 设 $f(u)$ 具有二阶连续导数，且 $g(x,y)=f\left(\frac{y}{x}\right)+yf\left(\frac{x}{y}\right)$，求 $x^2\frac{\partial^2 g}{\partial x^2}-y^2\frac{\partial^2 g}{\partial y^2}$.

【解析】 因

$$\frac{\partial g}{\partial x}=f'\left(\frac{y}{x}\right)\left(\frac{y}{x}\right)'_x+yf'\left(\frac{x}{y}\right)\left(\frac{x}{y}\right)'_x=-\frac{y}{x^2}f'\left(\frac{y}{x}\right)+f'\left(\frac{x}{y}\right),$$

$$\begin{aligned}\frac{\partial^2 g}{\partial x^2}&=-\left(\frac{y}{x^2}\right)'_x f'\left(\frac{y}{x}\right)+\left(-\frac{y}{x^2}\right)^2 f''\left(\frac{y}{x}\right)+\frac{1}{y}f''\left(\frac{x}{y}\right)\\&=\frac{2y}{x^3}f'\left(\frac{y}{x}\right)+\frac{y^2}{x^4}f''\left(\frac{y}{x}\right)+\frac{1}{y}f''\left(\frac{x}{y}\right),\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\frac{\partial g}{\partial y}&=f'\left(\frac{y}{x}\right)\left(\frac{y}{x}\right)'_y+f\left(\frac{x}{y}\right)+yf'\left(\frac{x}{y}\right)\left(\frac{x}{y}\right)'_y\\&=\frac{1}{x}f'\left(\frac{y}{x}\right)+f\left(\frac{x}{y}\right)-\frac{x}{y}f'\left(\frac{x}{y}\right),\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\frac{\partial^2 g}{\partial y^2}&=\frac{1}{x^2}f''\left(\frac{y}{x}\right)-\frac{x}{y^2}f'\left(\frac{x}{y}\right)+\frac{x}{y^2}f'\left(\frac{x}{y}\right)+\frac{x^2}{y^3}f''\left(\frac{x}{y}\right)\\&=\frac{1}{x^2}f''\left(\frac{y}{x}\right)+\frac{x^2}{y^3}f''\left(\frac{x}{y}\right),\end{aligned}$$

故

$$\begin{aligned}x^2\frac{\partial^2 g}{\partial x^2}-y^2\frac{\partial^2 g}{\partial y^2}&=\frac{2y}{x}f'\left(\frac{y}{x}\right)+\frac{y^2}{x^2}f''\left(\frac{y}{x}\right)+\frac{x^2}{y}f''\left(\frac{x}{y}\right)-\frac{y^2}{x^2}f''\left(\frac{y}{x}\right)-\frac{x^2}{y}f''\left(\frac{x}{y}\right)\\&=\frac{2y}{x}f'\left(\frac{y}{x}\right).\end{aligned}$$

【点评】 本题考查复合函数的二阶混合偏导数的知识，求解步骤是常规性的，原则上为送分题，但仍有部分考生因概念不清而失分.

关于复合函数求导的题目是比较基本的题型，要注意分清中间变量和自变量，尤其注意不要漏项.

例 3 游客乘电梯从底层到电视塔顶层观光. 电梯于每个整点的第 5 分钟、25 分钟和 55 分钟从底层起行. 假设一游客在早八点的第 X 分钟到达底层候梯处，且 X 在 $[0,60]$ 上均匀分布，求该游客等候时间的数学期望.

【解析】 由题设，X 在 $[0,60]$ 上均匀分布，从而 X 的概率密度函数为

$$f_X(x)=\begin{cases}\frac{1}{60}, & 0\leqslant x\leqslant 60,\\0, & \text{其他}.\end{cases}$$

设 Y 是游客的等候时间,则

$$Y = g(X) = \begin{cases} 5 - X, & 0 < X \leqslant 5, \\ 25 - X, & 5 < X \leqslant 25, \\ 55 - X, & 25 < X \leqslant 55, \\ 60 - X + 5, & 55 < X \leqslant 60, \end{cases}$$

则由随机变量的数学期望得

$$\begin{aligned} E(Y) &= E[g(X)] = \int_{-\infty}^{+\infty} g(x) \cdot f_X(x)\mathrm{d}x = \frac{1}{60}\int_0^{60} g(x)\mathrm{d}x \\ &= \frac{1}{60}\left[\int_0^5 (5 - x)\mathrm{d}x + \int_5^{25}(25 - x)\mathrm{d}x + \int_{25}^{55}(55 - x)\mathrm{d}x + \int_{55}^{60}(65 - x)\mathrm{d}x\right] \\ &= \frac{1}{60}(12.5 + 200 + 450 + 37.5) = 11.67. \end{aligned}$$

【点评】 本题考查随机变量的数学期望. 随机变量的数学期望计算是最常见的考点,亦属“三基”类题目.

2. 考查重要定理、重要公式

数学中有不少重要定理和公式,考生必须在正确理解的基础上加以灵活运用.

例 4 设函数 $f(x)$ 在 $[0,\pi]$ 上连续,且 $\int_0^\pi f(x)\mathrm{d}x = 0$, $\int_0^\pi f(x)\cos x\mathrm{d}x = 0$. 试证:在 $(0,\pi)$ 内至少存在两个不同的点 ξ_1,ξ_2, 使 $f(\xi_1) = f(\xi_2) = 0$.

【解析】 本题考查考生对零点定理、积分中值定理、罗尔定理等的灵活运用. 有以下两种较常见的做法:

证法 1 令 $F(x) = \int_0^x f(t)\mathrm{d}t\ (0 \leqslant x \leqslant \pi)$,显然 $F(0) = F(\pi) = 0$. 由题设知

$$\int_0^\pi f(x)\cos x\mathrm{d}x = 0, \quad 即 \quad \int_0^\pi \cos x\mathrm{d}F(x) = 0,$$

从而

$$F(x)\cos x\Big|_0^\pi + \int_0^\pi F(x)\sin x\mathrm{d}x = \int_0^\pi F(x)\sin x\mathrm{d}x = 0.$$

由积分中值定理知,存在 $0 < \alpha < \pi$,使 $\pi F(\alpha)\sin\alpha = 0$. 而 $\sin\alpha \neq 0$,所以 $F(\alpha) = 0$. 综上可知

$$F(0) = F(\alpha) = F(\pi) = 0.$$

由罗尔定理知,$\exists \xi_1 \in (0,\alpha)$, $\xi_2 \in (\alpha,\pi)$,使

$$F'(\xi_1) = F'(\xi_2) = 0, \quad 即 \quad f(\xi_1) = f(\xi_2) = 0.$$

证法 2 反证法. 首先由积分中值定理知,$\exists \xi_1 \in (0,\pi)$,使 $f(\xi_1) = \frac{1}{\pi}\int_0^\pi f(x)\mathrm{d}x = 0$. 然后假设 ξ_1 是 $f(x)$ 在 $(0,\pi)$ 内的唯一零点,则 $f(x)$ 在 $(0,\xi_1)$ 与 (ξ_1,π) 内不变号. 而由 $\int_0^\pi f(x)\mathrm{d}x = 0$ 知 $f(x)$ 在 $(0,\xi_1)$ 与 (ξ_1,π) 内异号. 不失一般性,设在 $(0,\xi_1)$ 内 $f(x) > 0$,则在 (ξ_1,π) 内 $f(x) < 0$. 由已知 $\int_0^\pi f(x)\cos x\mathrm{d}x = 0$, $\int_0^\pi f(x)\mathrm{d}x = 0$ 及 $\cos x$ 在 $[0,\pi]$ 上单调递减,有

$$0=\int_0^{\pi}f(x)(\cos x-\cos\xi_1)\mathrm{d}x$$
$$=\int_0^{\xi_1}f(x)(\cos x-\cos\xi_1)\mathrm{d}x+\int_{\xi_1}^{\pi}f(x)(\cos x-\cos\xi_1)\mathrm{d}x>0,$$

矛盾. 由此在$(0,\pi)$内除ξ_1外$f(x)$至少还存在一个零点ξ_2. 结论得证.

【点评】 高等数学中零点定理、积分中值定理等的概念性、技巧性都很强，需经过大量练习才能掌握并灵活运用.

例 5 一生产线生产的产品成箱包装，每箱的重量是随机的. 假设每箱平均重 50 千克，标准差为 5 千克. 若用最大载重量为 5 吨的汽车承运，试利用中心极限定理说明每辆车最多可以装多少箱，才能保证不超载的概率大于 0.977. （$\Phi(2)=0.977$，其中$\Phi(x)$是标准正态分布函数）

【解析】 由题设，设$X_i(i=1,2,\cdots,n)$是装运的第i箱的重量(单位：千克)，n是所求箱数，则由已知条件$X_1,X_2,\cdots,X_n$是独立同分布的随机变量. 设n箱的总重量为T_n，则$T_n=X_1+X_2+\cdots+X_n$. 又由题设，$E(X_i)=50,D(X_i)=25$，$i=1,2,\cdots,n$，从而
$$E(T_n)=n\cdot 50=50n,\quad D(T_n)=25n.$$
由中心极限定理知，T_n近似服从参数为$50n,25n$的正态分布，即$N(50n,25n)$. 由条件
$$P(T_n\leqslant 5000)=P\left(\frac{T_n-50n}{5\sqrt{n}}\leqslant\frac{5000-50n}{5\sqrt{n}}\right)\approx\Phi\left(\frac{1000-10n}{\sqrt{n}}\right)>0.977=\Phi(2),$$
可得出$\dfrac{1000-10n}{\sqrt{n}}>2$，即$n<98.0199$. 所以最多可以装 98 箱.

【点评】 本题考查中心极限定理. 考生对中心极限定理应该理解和掌握，并能灵活运用.

3. 考查综合运用多个知识点

例 6 设函数$f(x)$有导数，且$f(0)=0$，$F(x)=\int_0^x t^{n-1}f(x^n-t^n)\mathrm{d}t$. 证明
$$\lim_{x\to 0}\frac{F(x)}{x^{2n}}=\frac{1}{2n}f'(0).$$

【解析】 由已知$F(x)$的被积函数中含x，则令$x^n-t^n=u$，从而
$$F(x)=\frac{1}{n}\int_0^{x^n}f(u)\mathrm{d}u,$$
因此
$$\lim_{x\to 0}\frac{F(x)}{x^{2n}}=\lim_{x\to 0}\frac{\int_0^{x^n}f(u)\mathrm{d}u}{nx^{2n}}=\frac{1}{n}\lim_{x\to 0}\frac{f(x^n)\cdot n\cdot x^{n-1}}{2nx^{2n-1}}$$
$$=\frac{1}{2n}\lim_{x\to 0}\frac{f(x^n)}{x^n}=\frac{1}{2n}\lim_{x\to 0}\frac{f(x^n)-f(0)}{x^n}=\frac{1}{2n}f'(0).$$
证毕.

【点评】 这是一道综合题，主要考查定积分的变量代换、变上限积分求导、洛必达法则及导数定义.

例 7 设函数$f(t)$在$[0,+\infty)$上连续，且满足方程
$$f(t)=\mathrm{e}^{4\pi t^2}+\iint\limits_{x^2+y^2\leqslant 4t^2}f\left(\frac{1}{2}\sqrt{x^2+y^2}\right)\mathrm{d}x\mathrm{d}y.$$

求 $f(t)$.

【解析】 由题设所给 $f(t)$ 中的二重积分的积分区域与被积函数可知,应采用极坐标来计算. 由于

$$\iint\limits_{x^2+y^2\leqslant 4t^2} f\left(\frac{1}{2}\sqrt{x^2+y^2}\right)\mathrm{d}x\mathrm{d}y = \int_0^{2\pi}\mathrm{d}\theta\int_0^{2t} f\left(\frac{1}{2}r\right)r\mathrm{d}r = 2\pi\int_0^{2t} rf\left(\frac{1}{2}r\right)\mathrm{d}r,$$

于是
$$f(t) = \mathrm{e}^{4\pi t^2} + 2\pi\int_0^{2t} rf\left(\frac{1}{2}r\right)\mathrm{d}r.$$

将此式两边对 t 求导,得

$$f'(t) = 8\pi t\mathrm{e}^{4\pi t^2} + 2\pi\cdot 2tf(t)\cdot 2,$$

此即
$$f'(t) = 8\pi t\mathrm{e}^{4\pi t^2} + 8\pi tf(t).$$

此为一阶线性非齐次微分方程,解之得

$$f(t) = \left(\int 8\pi t\mathrm{e}^{4\pi t^2}\cdot\mathrm{e}^{-\int 8\pi t\mathrm{d}t}\mathrm{d}t + C\right)\mathrm{e}^{\int 8\pi t\mathrm{d}t} = \left(8\pi\int t\mathrm{d}t + C\right)\mathrm{e}^{4\pi t^2} = (4\pi t^2 + C)\mathrm{e}^{4\pi t^2}.$$

又由原方程知 $f(0)=1$,代入上式得 $C=1$. 所以

$$f(t) = (4\pi t^2 + 1)\mathrm{e}^{4\pi t^2}.$$

【点评】 本题考查二重积分、变上限定积分求导、一阶微分方程的计算,涉及的知识点较多,难度较大. 综合题涉及的知识点较多,且如何将各个知识点在题设条件下有机地联系起来也是一个难点,考生只有在全面掌握所有知识点的前提下,多加练习,才能顺利解决此类题型.

二、考研数学(数学三)复习备考策略

研究生入学考试是选拔性考试,当然重在考查考生的能力高低. 能力是建立在基础之上的,基本功不扎实,一切无从谈起. 从考试大纲来看,要求考生对基本知识、基本概念的掌握理解要深、透、准. 尽管大学期间的期中、期末考试基本反映了这一要求,但从程度上讲,远没有考研的要求高.

总而言之,考研准备工作的第一阶段(当然周期长短因人而异)应落脚于基础知识、基本概念的学习、巩固. 第二阶段的展开要以第一阶段为前提,不可急功近利,跨越第一阶段. 进入第二阶段,主要工作就是训练、提高能力. 能力反映在解答题目的准确性和速度上,反映在思路是否开阔、严密上,这就需要大量练习,认真钻研各种题型. 在开始具体钻研考点、题目、技巧后,注意不必强迫自己所有遇见的题目都要做出来,总会碰到百思不得其解的问题. 钻研固然是好事,但钻牛角尖则费时费力,得不偿失,此时可以借助于解答,只要彻底弄懂,下次再遇到同样的或同类型的问题可以顺利解决就行了. 尤其要注意的一点是,学习一个阶段后要善于自我归纳总结,不断从各类题目中提炼出最本质、最精髓、最易于自己掌握,应用起来得心应手的东西. 学而不思则罔,进入题海只是手段,不是目的,最终要跳出题海,站在更高角度看待题海,这就需要不断深入和卓有成效的思考.

经过了前两个阶段,考生应该已经有了长足的进步,最后一个阶段当然是冲刺阶段. 此时每个考生都可能会感到疲惫,甚至厌学,出现这样的心理反应并不可怕,可怕的是不能正确对待、自我调整. 临近考试,心理压力增大,体力、精力下降,学会自我调节、

自我减负是顺利通过考试的有力保障.这一阶段应以查缺补漏、归纳总结、实战模拟为主要内容.其间,效率问题尤为重要,不能再将过多精力投入于细枝末节,要着眼于以点带面,让所有知识点、难点在脑海中以系统化的状态呈现出来.实战模拟是不可或缺的,最好的模拟题当然就是历年的真题,但真题不只是按要求做完、纠错这么简单,应该作为重点对象反复研究、体会,从中发现规律性的东西.除此之外,多做一些其他的模拟试题,以强化熟练程度、解题技巧.

关于临场应试经验或技巧,笔者认为最重要的是心理素质要过硬.经过长期准备之后,考生的大体水平已不会在短时间内有大的变化,能否考出好成绩,甚至超水平发挥,基本上取决于临场发挥.考前最后阶段,一方面考生要学会心理状态调节,一方面在实战模拟中培养考场应变能力.题目有难有易,会做的一定要拿分,不会的尽量多答出一些可以拿分的环节,争取结果最优,千万不可患得患失,影响大局.在实战模拟的每一套模拟题解答中,学会估计真正应试中自己会遇到哪些困难,思想准备充分了,才能临阵不乱.实际考试中,预料不到的困难也时有发生.这大体上分为两种情况:一种是非技术性因素,即与知识水平、考题难易无关的因素,比方说答题时看错题目或漏答题目,考试用具出现差错等,这些虽属于低级失误,却可能造成不堪设想的后果,考生应在考前充分考虑周到,坚决杜绝;另一种就是纯技术性因素了,如遇见无从下手的题目或似曾相识但也不知所措的题目,此时考生唯一要做的是平心静气,积极思考应对方法,切不可自乱阵脚.事实上,考试意图中已包含了考查考生应付困难的能力,而不仅考查考生的知识水平.总而言之,知识水平高、应付困难能力高者必然会脱颖而出.

本书是广大数学教师及原考研命题组的专家、教授智慧和劳动的结晶,是一份宝贵的资料,其中的每一道试题,既反映了《数学考试大纲》对考生数学知识、能力和水平的要求,又蕴涵着命题的指导思想、基本原则和趋势.因此,对照考试大纲分析、研究这些试题,考生不仅可以了解考研以来数学考试的全貌,而且可以方便地了解有关试题和信息,从中发现规律,归纳出各部分内容的重点、难点,以及常考的题型,进一步把握考试的特点及命题的思路和规律,从而从容应考,轻取高分.

编者　于北大燕园

目 录

第一部分 高等数学

第二部分　线性代数

第三部分　概率论与数理统计

第一部分 高等数学

第1章 函数、极限与连续

第1节 函 数

大纲基本要求

(1) 理解函数的概念,掌握函数的表示法,并会建立简单应用问题中的函数关系.

(2) 了解函数的有界性、单调性、周期性和奇偶性.

(3) 理解复合函数及分段函数的概念,了解反函数及隐函数的概念.

(4) 掌握基本初等函数的性质及图形,了解初等函数的概念.

一、基本概念

1. 函数的概念

定义1 设 x 和 y 是两个变量,D 是一个给定的数集. 如果对于每个数值 $x \in D$,变量 y 按照一定法则总有确定且唯一的值与它对应,则称变量 y 是变量 x 的**函数**,记作 $y = f(x)$,其中数集 D 叫做这个函数的定义域,x 叫做**自变量**,y 叫做**因变量**.

值域 当 x 取遍 D 的各个数值时,对应的函数值全体组成的数集 $W = \{y \mid y = f(x), x \in D\}$ 称为函数 $y = f(x)$ 的**值域**.

确定一个函数的两个要素:**定义域和对应法则**.

命题人点拨

当且仅当两个函数的定义域和对应法则都完全相同时,这两个函数才表示同一函数.

2. 反函数的概念

定义2 设函数 $y = f(x)$ 的定义域为 D,值域为 W. 如果对于值域 W 中的任一 y 值,从关系式 $y = f(x)$ 中可确定唯一的一个 x 值,则称变量 x 为变量 y 的函数,记为 $x = f^{-1}(y)$,并称 $x = f^{-1}(y)$ 为函数 $y = f(x)$ 的**反函数**. 习惯上用 x 表示自变量,用 y 表示因变量,故通常把 $y = f(x)$ 的反函数记为 $y = f^{-1}(x)$.