



测绘地理信息科技出版资金资助

CEHUI DILI XINXI KEJI CHUBAN ZIJIN ZIZHU

Theory and Method of Parameter Estimation in
Mixed Integer GNSS Model

李博峰 著

混合整数GNSS模型 参数估计理论与方法



测绘出版社

测绘地理信息科技出版资金资

混合整数 GNSS 模型参数估计 理论与方法

Theory and Method of Parameter Estimation
in Mixed Integer GNSS Model

李博峰 著

测绘出版社

· 北京 ·

© 李博峰 2014

所有权利(含信息网络传播权)保留,未经许可,不得以任何方式使用。

内 容 简 介

本书系统地介绍了混合整数 GNSS 函数模型和随机模型参数估计理论与方法。在函数模型方面,研究了 P 范分布混合整数模型极大似然估计理论、混合整数病态模型的正则化方法,以及附线性实参数与非线性整参数约束条件的混合整数模型参数估计理论;构建了 GNSS 多基线联合求解的简化等价差分观测方程;介绍了三频 GNSS 数据处理理论与方法;提出了无距离限制的三频模糊度求解方法以及基于三频 GNSS 的中长距离 RTK 方法。在随机模型方面,基于等效残差,构建了方差分量估计(VCE)基本方程,由此导出了各种 VCE 方法估计公式,揭示了不同 VCE 方法的本质;研究了基于等效残差积粗差探测的 VCE 理论,并提出了一种高计算效率的 VCE 方法;系统性地研究了评估短基线以及中长基线 GNSS 观测值随机特性的方法。

本书可作为高等院校大地测量专业高年级数据处理理论的选修教材、卫星大地测量专业研究生教材或参考用书,也可供混合整数模型理论研究学者的参考。

图书在版编目(CIP)数据

混合整数 GNSS 模型参数估计理论与方法/李博峰著. —北京:测绘出版社, 2014.9
ISBN 978-7-5030-3547-0

I. ①混… II. ①李… III. ①混合整数规划—应用—卫星导航—全球定位系统 IV. ①O221.4②P228.4

中国版本图书馆 CIP 数据核字(2014)第 205916 号

责任编辑	赵福生	封面设计	李 伟	责任校对	董玉珍	责任印制	喻 迅
出版发行	测绘出版社			电 话	010-83543956(发行部)		
地 址	北京西城区三里河路 50 号				010-68531609(门市部)		
邮政编码	100045				010-68531363(编辑部)		
电子信箱	smp@sinomaps.com			网 址	www.chinasmp.com		
印 刷	三河市世纪兴源印刷有限公司			经 销	新华书店		
成品规格	169mm×239mm						
印 张	11			字 数	210 千字		
版 次	2014 年 9 月第 1 版			印 次	2014 年 9 月第 1 次印刷		
印 数	0001—1500			定 价	38.00 元		

书 号 ISBN 978-7-5030-3547-0/P·743

本书如有印装质量问题,请与我社门市部联系调换。

前 言

全球导航卫星系统(GNSS)作为 20 世纪革命性的科技成果已被广泛地应用于导航、大地测量、地球动力学、气象学等地球科学领域,引入了含有实参数和整参数的混合整数模型。与传统实参数模型不同,混合整数模型中整参数估计是精确求解其他实参数的前提,因此有必要系统地研究混合整数模型的参数估计方法。

本书从大地测量数据处理角度研究混合整数模型的参数估计理论,并针对不同 GNSS 应用实例所对应的混合整数模型的特点,深入研究这些具体模型的参数估计方法。研究内容总体分为三大块:混合整数模型参数估计理论与 GNSS 模糊度解算方法、三频 GNSS 的数据处理理论与方法、方差-协方差分量估计理论(VCE)与 GNSS 观测值随机模型评估。

首先概述了 GNSS 系统及其应用技术的发展,系统地总结了线性实参数模型参数估计方法,在不同的假设前提下导出了各种方法的估计公式,并深入分析了不同估计方法的本质及其相互关系;分析了最小二乘混合整数模型参数估计准则,明确指出混合整数模型最小二乘准则等价于最小二乘整参数搜索准则,其他准则可理解为最小二乘整参数搜索的辅助计算。

通常数据处理假设观测值服从正态分布,但由于实际数据采集处理等各种人为因素的影响,实际观测值并非正态分布。研究了 P 范分布混合整数模型极大似然估计理论,导出了估计公式并设计了算法流程,证明最小二乘估计只是它的特例。

根据等价性原理和 GNSS 非差观测方程系数阵的特点,研究了多基线网解的简化等价差分观测方程。假设多个测站跟踪不同卫星且观测值不等权,导出了构成单差、双差方程的简化等价算法。简化等价差分算法回避了推导复杂的多基线协方差阵,能显著地提高多基线网解的计算效率,为多系统、多频率 GNSS 联合解算提供理论支持。

研究混合整数模型的病态问题理论,并将其应用于快速 GPS 模糊度解算。研究分别对坐标参数和模糊度参数正则化的模糊度求解方法;正则化方法能求解高精度的浮点模糊度,提高模糊度固定解的成功概率。

引入线性实参数和非线性整参数两类约束方程,研究了附约束条件的混合整数模型参数估计理论,导出了参数估计公式。理论上整参数约束对浮点解没有贡献,只能用于减小整参数的搜索空间,提高搜索效率。针对 GPS 应用实例,构造了多种具体的实参数约束和整参数约束条件,并分析它们对 GPS 模糊度解的改善效

果。此外,基于截尾正则化构造一种强模糊度线性约束方程,当模糊度参数较多时,能显著提高模糊度搜索效率。

针对未来三频 GNSS 所对应的混合整数模型的特点,系统地研究了已有的三频模糊度解算模型,分析了制约中长基线三频窄巷模糊度解的主要因素,提出了 Geo-Iono-free 模型。该模型能在几分钟内有效地固定中长距离窄巷模糊度且不受距离的限制。此外,提出了基于三频 GNSS 的中长距离实时精密定位方法,该方法能实现上百千米厘米级实时定位,意味着对于我国中等城市只需要一个参考站即可实现精密导航和基本测绘服务。

VCE 的本质是利用等效残差(即观测值间的闭合差)来估计它的二阶统计量,所有 Gauss-Markov 函数模型系数阵的正交补矩阵都能用于计算等效残差。采用正交分解提取等效残差并建立 VCE 基本方程,由此导出了各种 VCE 方法的估计公式,揭示了不同 VCE 方法的实质和相互关系。提出了利用系数阵本身构造它的正交补矩阵,从而导出了不变的等效残差,基于该等效残差的 VCE 方法在确保与已有算法等价的前提下,能有效地提高计算效率。此外,研究了基于等效残差粗差探测的 VCE 理论,分析了 VCE 的一些理论问题。

基于已知基线和模糊度约束的超短基线 GPS 单差观测模型,建立了估计 GPS 不同类型观测值精度、精度与高度角关系、时间相关性以及不同观测类型间交叉相关性的数学模型,计算分析了多种不同 GPS 接收机观测数据。研究了中长基线 GPS 双差观测值的随机模型评估方法,提出了采用历元间高次差分的高通滤波方法有效地消除了残留的系统误差,只保留高频噪声,建立了评估中长基线观测值精度、交叉相关性和时间相关性的数学模型。

将三频 GNSS 的数据处理理论与方法单独着重介绍,是因为三频 GNSS 是未来导航卫星系统的发展方向,研究适合三频 GNSS 特点的数据处理方法很有必要。

该书是作者博士期间主要研究成果的提炼与总结,绝大部分内容已发表到国内外专业期刊。在此期间,得到了同济大学沈云中教授和澳大利亚昆士兰科技大学冯延明教授的指导,以及国家自然科学基金(40474006,40674003,40874016)和澳大利亚 CRC-SI(P1.04)基金的资助,也得到了国家重大科技计划(“973”项目 2012CB957703)和国家自然科学基金(41074018,41374031)的支持,在此一并表示感谢!

由于作者水平有限,错误和不足之处在所难免,恳请读者批评指正。

目 录

第 1 章 绪 论	1
§ 1.1 GNSS 的发展	1
§ 1.2 实数模型数据处理理论的发展	2
§ 1.3 混合整数模型的数据处理理论	5
第 2 章 线性实数模型的参数估计理论	8
§ 2.1 最优估计的性质	8
§ 2.2 线性模型的估计准则	9
§ 2.3 不适定问题的正则化解	16
第 3 章 混合整数模型参数估计理论的发展	18
§ 3.1 混合整数模型最小二乘估计准则	18
§ 3.2 三种整数容许估计方法	19
§ 3.3 去相关技术	21
§ 3.4 整参数估值的可靠性评估	23
第 4 章 P 范分布混合整数模型的参数估计	25
§ 4.1 P 范分布整数搜索准则	25
§ 4.2 正态分布整参数搜索准则	27
§ 4.3 P 范分布混合整数模型参数估计算法	28
§ 4.4 P 范分布混合整数模型参数估计算例分析	30
第 5 章 GPS 多基线网解的简化等价差分观测方程	32
§ 5.1 GPS 观测模型	32
§ 5.2 等价性原理	35
§ 5.3 GPS 多基线网解的简化等价差分观测方程	36

第 6 章 混合整数模型的病态问题理论及与 GPS 模糊度求解	44
§ 6.1 GPS 整周模糊度解算	44
§ 6.2 病态逆问题的正则化方法	45
§ 6.3 GPS 快速定位观测方程与 LS 解	47
§ 6.4 快速 GPS 模糊度解的正则化方法	48
§ 6.5 正则化模糊度解的有效性论证	51
§ 6.6 正则化模糊度解的效果分析	55
第 7 章 附约束条件的混合整数模型参数估计	60
§ 7.1 附约束条件的混合整数模型与 GPS 模糊度解算	60
§ 7.2 几种坐标参数线性约束方程	62
§ 7.3 几种模糊度线性约束方程	63
§ 7.4 附约束条件的模糊度解算效果分析	68
第 8 章 三频 GNSS 数据处理理论与方法	75
§ 8.1 三频 GNSS 的发展	75
§ 8.2 利用双频 GPS 数据生成三频数据的“准模拟”方法	75
§ 8.3 三频 GNSS 观测值组合理论	82
§ 8.4 三频模糊度解算方法	84
第 9 章 基于三频 GNSS 的中长距离实时精密定位	93
§ 9.1 三频 GNSS 精密定位数学模型	93
§ 9.2 三频 GNSS 精密定位算法流程	95
§ 9.3 实验与分析	97
第 10 章 方差-协方差分量估计	105
§ 10.1 方差-协方差分量估计理论的发展	105
§ 10.2 Helmert 方法	107
§ 10.3 极大似然估计	108
§ 10.4 最小范数二次无偏估计	109
§ 10.5 其他 VCE 方法与实际应用	111

第 11 章 基于等效残差的 VCE	113
§ 11.1 基于等效残差的 VCE 基本方程	113
§ 11.2 一种高计算效率的 VCE 方法	114
§ 11.3 基于等效残差积粗差探测的 VCE 方法	119
§ 11.4 VCE 的理论问题	125
第 12 章 GPS 观测值的随机特性评估	130
§ 12.1 GPS 随机模型评估研究进展	130
§ 12.2 不同 GPS 接收机观测值的随机特性评估	131
§ 12.3 中长基线 GPS 观测值随机特性评估方法	140
§ 12.4 GPS 随机模型应用分析	146
参考文献	149
附 录	161
A 常用矩阵公式	161
B 几种算子的运算准则	162
C 简化等价差分观测方程的相关推导	163
D 附约束方程的模糊度解算	164
E 最小二乘 VCE 公式推导	166

Contents

Chapter 1	Introduction	1
§ 1.1	Development of GNSS	1
§ 1.2	Development of data processing in real-valued model	2
§ 1.3	Development of data processing in mixed integer model	5
Chapter 2	Parameter estimation of linear real-valued model	8
§ 2.1	Property of optimal estimation	8
§ 2.2	Estimation criterium of linear model	9
§ 2.3	Regularization of ill-posed model	16
Chapter 3	Development of parameter estimation in mixed integer model	18
§ 3.1	Least squares estimation criterion of mixed integer model	18
§ 3.2	Three integer admissible estimation	19
§ 3.3	Decorrelation	21
§ 3.4	Reliability evaluation of integer estimate	23
Chapter 4	Mixed integer model with p-norm distribution	25
§ 4.1	Integer search criterion of p-norm distribution	25
§ 4.2	Integer search criterion of normal distribution	27
§ 4.3	Parameter estimation of p-norm distributed mixed integer model	28
§ 4.4	Experiment analysis of p-norm distributed mixed integer model	30
Chapter 5	Simplified equivalent difference equation	32
§ 5.1	GPS observation model	32
§ 5.2	Equivalent theory	35
§ 5.3	Simplified equivalent difference equation of GPS multi-baselines	36

Chapter 6	Ill-posed mixed integer model and fast GPS ambiguity resolution	44
§ 6.1	GPS integer ambiguity resolution	44
§ 6.2	Regularization of ill-posed inverse problem	45
§ 6.3	Observation equation and LS solution for fast GPS positioning	47
§ 6.4	Regularization method for fast GPS ambiguity resolution	48
§ 6.5	Validation of regularized ambiguity solution	51
§ 6.6	Efficiency of regularized ambiguity solution	55
Chapter 7	Mixed integer model with constraints	60
§ 7.1	Constrained mixed integer model and fast ambiguity resolution	60
§ 7.2	Several coordinate constraint equations	62
§ 7.3	Several ambiguity constraint equations	63
§ 7.4	Result analysis of constrained integer model	68
Chapter 8	Data processing theory and method of three frequency GNSS	75
§ 8.1	Development of three frequency GNSS	75
§ 8.2	Semi-simulation method for generating triple frequency GNSS data	75
§ 8.3	Optimal combinations of three frequency GNSS	82
§ 8.4	Three frequency ambiguity resolution	84
Chapter 9	Long-baseline RTK using three frequency GNSS	93
§ 9.1	Mathematic model of three frequency GNSS precision positioning	93
§ 9.2	Flowchart of three frequency GNSS precision positioning	95
§ 9.3	Experiment and analysis	97
Chapter 10	Variance-covariance component estimation	105
§ 10.1	Development of VCE theory	105
§ 10.2	Helmert method	107
§ 10.3	Maximum likelihood estimation	108
§ 10.4	Minimum norm quadratic unbiased estimation	109

§ 10.5	Other VCE methods and applications	111
Chapter 11	Equivalent residual based VCE	113
§ 11.1	Equivalent residual based VCE fundamental equations	113
§ 11.2	An efficient VCE method	114
§ 11.3	Equivalent residual product based VCE method	119
§ 11.4	Theory problem of VCE	125
Chapter 12	GPS stochastic model evaluation	130
§ 12.1	Development of GPS stochastic model	130
§ 12.2	Stochastic model evaluation of different GPS receivers	131
§ 12.3	Stochastic model evaluation of long baseline GPS observations	140
§ 12.4	Application analysis of GPS stochastic model	146
References		149
Appendix		161
A	Frequently used matrix equations	161
B	Several operators	162
C	Derivation of simplified equivalent difference equations	163
D	Constrained equation of ambiguity resolution	164
E	Derivation of least squares VCE method	166

第 1 章 绪 论

§ 1.1 GNSS 的发展

1.1.1 GNSS 的发展

GPS 是美国从 20 世纪 70 年代开始研制,于 1994 年全面建成的全球导航卫星定位系统。目前 30 颗卫星分布在 6 个倾角 55° 的平面,具有在海、陆、空进行全方位实时三维导航与定位能力,已被成功地应用于大地测量、航空摄影测量、运载工具导航和管制、地壳运动监测、资源勘察、地球动力学等多种学科,给测绘领域带来一场深刻的技术革命(GPS-history,2009)。GLONASS 是原苏联 20 世纪 60 年代末提出的全球卫星计划,然而由于政治、经济等因素,使得该计划未能顺利进行。截至 2002 年,在轨卫星只有 8 颗,无法实现覆盖全球的目标。近年来,随着俄罗斯经济的复苏,GLONASS 系统得到迅速完善(GLONASS-history,2009)。Galileo 系统是德国、法国、意大利和英国在 1999 年达成的由欧盟共建的全球卫星系统。该系统计划发射 30 颗卫星,均匀地分布在 3 个倾角 56° 的轨道平面。与 GPS 不同的是, Galileo 系统的初衷是民用化,并非强调军事化。迫于美国压力和经费问题,该系统一度搁浅。随着欧盟的再次协定以及以色列、乌克兰、摩洛哥、韩国和挪威等国的加入, Galileo 系统迅速发展(Galileo-history,2009)。为了提高亚太地区的定位精度和我国军事、国防安全,我国正在建立自主的全球导航卫星系统,即北斗二代(COMPASS)。此外,为了提高区域内的定位精度,近年来诸多国家纷纷提出建立局部卫星增强系统,如印度的 IRNSS、日本的 QZSS 等。

未来的全球导航卫星系统(GNSS)将发射 3 个甚至 3 个以上频率的观测值。GPS 的现代化将在现有 L1 和 L2 基础上引入 L5 观测值;Galileo 系统将发射 4 个频率观测值;我国 COMPASS 也将发射四个频率,表 1.1 给出了不同 GNSS 系统的载波频率。

表 1.1 MGPS(现代化的 GPS)、Galileo、COMPASS 和 QZSS 的频率 单位:MHz

系统	L1	E1	E2	L2	E6	E5B	E5A/L5
MGPS	1 575.42			1 227.40			1 176.45

续表

系统	L1	E1	E2	L2	E6	E5B	E5A/L5
Galileo	1 575.42				1 278.750	1 207.140	1 176.45
北斗		1 589.742	1 561.098		1 268.52	1 207.140	
QZSS	1 575.42			1 227.40			1 176.45

1.1.2 GPS 应用技术的发展

经过近 20 年的发展, GPS 发展了多种应用技术。单点定位(SPP)是最初级、最简单的定位技术, 通常采用伪距观测值。由于 SPP 不能有效地消除大气误差且伪距精度较低, 只能达到米级定位精度。为了有效地减小大气误差, 相对定位模式被广泛采用, 且在双差模式中模糊度的整数特性得以保留, 固定整周模糊度可有效地提高定位精度(Hofmann-Wellenhof et al, 2001; Leick, 2004; Teunissen et al, 1998)。

随着 GPS 理论研究的深入和 GPS 观测值精度的不断提高, 实时动态差分定位(RTK)技术应运而生。参考站实时播发改正信息给流动站, 流动站接收改正信息实现厘米级实时定位。为了保证定位精度, 通常要求流动站距离参考站 20 km 以内。为了确保厘米级实时定位精度的同时, 扩展参考站服务范围, 发展了网络 RTK(NRTK)技术。该技术的核心是采用多个参考站网观测数据联合计算并改正参考站网内流动站的观测值误差, 从而提高参考站网内流动站的定位精度, 目前 NRTK 参考站的距离大约 50 km(Chen et al, 2001, 2004; Dai et al, 2003; Hu et al, 2003; Schüler, 2006)。

尽管 SPP 技术定位精度比差分定位精度差, 但其最大的优点是不需要参考站。在严格考虑各项误差改正模型的基础上, 采用相位观测值能有效地提高 SPP 精度, 即精密单点定位(PPP)。由于非差相位模糊度的整数性难以分离, 因此, 研究如何固定实数模糊度或者采用网络 PPP 技术精确估计硬件延迟, 从而有效分离非差整周模糊度成为当前 PPP 研究的热点(Han et al, 2001; Hu et al, 2008; Ge et al, 2007; Geng et al, 2009)。

§ 1.2 实数模型数据处理理论的发展

传统测量数据处理理论都是针对实参数模型, 通常待估参数与观测值之间存在确定性的函数模型, 在尽可能满足估计结果最优(即一致性、无偏性和有效性)的前提下, 采用合理的估计准则求解未知参数的估值。常用的估计准则有: 极大似然估计(MLE)、最小二乘估计(LS)、Bayes 估计和线性最小方差估计(LMVE)等。

其中, Bayes 估计类还可根据不同的风险函数得到不同的估计方法, 常用的有极大验后估计(MAP)和最小方差估计(MVE)。MLE、MAP 估计和 MVE 都需要观测值与参数的联合概率密度函数或条件概率密度函数, 它们的估计公式与分布信息有关, 且不一定是观测值的线性组合。而 LS 估计和 LMVE 不需要参数和观测值的分布信息, 参数估值是观测值的线性组合, 其中 LS 估计需要观测值的统计信息, LMVE 需要观测值和参数的统计信息。此外, 在一定条件下, 这些估计准则导出的参数估值等价。值得一提的是, 当待估参数与观测值不存在确定性的函数关系, 但已知参数与观测值的统计信息(即参数与观测值的期望和协方差阵)时, 也可计算参数的估值, 这就是著名的 Collocation 模型, 又称 Trend-signal-noise 模型, 这里通常称参数为信号, 其理论背景为 MAP 估计。该模型已被成功地应用于地球重力场反演(Hofmann-Wellenhof et al, 2006)、高程系统转换(Yang et al, 2009)、GIS 误差纠正(杨元喜等, 2008)、大气误差预报(Zhang et al, 2001)等。此外, Teunissen(2007a, 2007b)将该模型扩展到混合整数模型的实参数预报。

测量数据处理在对参数估计的同时, 要对估计结果的合理性做出判断, 即对估计结果做假设检验。假设检验的本质是根据样本来查明总体是否服从某个特定的概率分布或者根据给定的总体概率分布来判断是否该样本在给定的置信水平下有效, 即该样本是否与总体在统计意义上有本质的区别(周江文, 1989)。经典的假设检验理论是由 Neymann 和 Pearson 于 1933 年提出的, 其后, Baarda 针对测量平差系统, 提出了仅含单个一维备选假设的可靠性理论, 并被推广到单个多维备选假设的情况。然而, 单个备选假设不可能对命题做出正确的回答, 李德仁系统性地研究了存在多个备选假设时的假设检验理论(李德仁, 1985; 李德仁等, 2002)。欧吉坤(1999)基于拟稳平差思想, 提出了粗差的拟准检验方法。假设检验常用的分布有: 正态分布、 χ^2 分布、t 分布、F 分布等(Koch, 1988a)。

稳健估计(robust estimation), 又称为抗差估计, 主要是针对 LS 抗粗差性差这一缺陷而提出, 其目的在于构造某种估计方法, 使其满足(崔希璋等, 2001; Huber, 1963): ①当实际模型与假定模型符合时, 该方法具有良好的性能, 但不必要在某种标准下最优; ②当实际模型与假定模型有少许差异时, 其性能所受到的影响也较小; ③当实际模型与假定模型有严重偏离时, 其性能仍“过得去”。Tukey、Huber、Hampel、Rousseeuw 等人对参数的稳健估计进行了卓有成效的研究, 我国著名大地测量学家周江文教授和杨元喜教授对抗差估计做了系统性地研究, 并提出了 IGG 等价权方案, 发展了相关观测值等价权理论(杨元喜, 1993; 周江文, 1989; Yang, 1991, 1994; Yang et al, 2002)。

当观测方程病态时, LS 解往往是不稳定的, 这就需要在有偏线性估计类中找到某种估计, 使其在均方误差下优于 LS 估计(陈希儒, 1981)。Tikhonov(1963)提出的正则化方法是求解病态方程的常用方法, 由 Hoerl(1970a, 1970b)提出的岭估

计方法也是一种正则化算法,且能在有偏估计的均方误差意义下给出参数估值精度的评定。近年来,随着正则化方法研究的深入,正则化方法被广泛地应用于重力场反演(沈云中,2000;Xu,1992,1998a;Xu et al,1994;Xu et al,2006a,2006b)、三维坐标转换(沈云中等,2006)、快速模糊度求解(韩保民等,2002;李博峰等,2008b;欧吉坤等,2004a,2004b;Gui et al,2007;Shen et al,2005,2007)等领域。并发展了截尾正则化、多元正则化方法(Xu,1998a;Xu et al,2006a)。此外,沈云中等(2002a)通过对正则化解的残差二次型改正,得到了正则化解单位权方差的无偏估计公式,Xu等(2006b)则直接改正正则化解的残差,采用已有的方差分量估计公式(如 MINQUE)计算无偏的方差分量估值。最近,Shen等(2012)研究了对正则化估值进行偏差改正的理论,得到了偏差改正后的正则化估值。

在测量数据处理中,最优的参数估计和合理的精度评定都以正确的观测值随机模型(协方差阵)为前提,方差-协方差分量估计(VCE)具有与参数估计同等重要的地位。从 Helmert 在间接平差模型下导出利用残差估计分类观测数据方差分量的无偏估计公式起(Helmert,1907),许多学者对 VCE 理论做了深入的研究(崔希璋等,2001)。针对 Helmert 方法,Ebner 和 Förstner 在确保最终估值无偏的前提下,给出了两种简化的迭代算法(李德仁等,2002);Grafarend(1984)将 Helmert 公式推广到条件平差模型;Yu(1992)从概括平差模型出发,导出了 Helmert VCE 的通用公式(於宗涛,1991a,1991b)。Rao(1971)在方差-协方差估值满足无偏性和不变性的前提下,以估值与理论值之差的二次范数最小为准则导出了著名的最小范数二次无偏估计(MINQUE);Koch(1980)在同样的约束条件下,提出了以方差最小为目标的最优不变二次无偏估计(BIQUE);Sjöberg(1983,1984)将 MINQUE 推广到条件平差和附有参数的条件平差模型,他还给出了 BIQUE 的一种迭代算法;Crocetto等(2000)在每组观测值有多个方差的假设下,给出了一种简便的 BIQUE 算法。当观测误差服从正态分布时,Kubik(1970)采用附有参数的条件平差模型导出了极大似然 VCE 公式,并采用牛顿迭代法计算;Koch(1986)给出了间接平差模型下的极大似然 VCE 估计公式;Ou(1989)也给出了一种极大似然 VCE 算法并证明他的算法与 Helmert 和 Koch 的极大似然迭代算法是等价的,还将该算法推广到条件平差模型;Grodecki(2001)给出了不需要先验信息的极大似然估计 VCE 公式;Yu(1996)同样从概括平差模型出发,导出了极大似然 VCE 的通用公式,并指明 Kubik 与 Koch 的极大似然估计公式只是他的特例(於宗涛,1994)。此外,Koch(1987,1988b)、Ou(1991)以及 Ou等(1994)在间接平差模型下导出了方差分量的近似和严密的贝叶斯估计和贝叶斯置信区间。近年来,VCE 再次成为测量数据处理的研究热点,Teunissen等(2008)等系统地论述了 LS VCE 的优越性;Xu P等(2007)讨论了方差分量的可估性问题,并明确了最多只有 $r(r+1)/2$ 个方差-协方差元素可估,其中 r 是多余观测数。李博峰等(2010c)利用等效残差

建立了 VCE 基本方程, 以此导出了不同 VCE 方法的估计公式, 揭示了不同 VCE 方法之间的关系。李博峰等(2011)还研究了基于等效残差积粗差探测的 VCE 理论。事实上, 任意 Gauss-Markov 模型系数阵的正交补矩阵都能用于计算等效残差, Li 等(2011)基于系数阵本身构造它的正交补矩阵, 从而提出了一种高计算效率的 VCE 方法。

§ 1.3 混合整数模型的数据处理理论

传统大地测量的电磁波测距需要求解整型参数, 只因其整参数可通过多个测尺频率容易求解, 所以未被大地测量数据处理所重视。直到 20 世纪 80 年代末, GPS 技术已被广泛地应用于导航、大地测量、地球动力学、气象学等地球空间科学领域, 引入了新的数据处理模型——整数最小二乘(ILS)(Teunissen, 1993), 也被称为混合整数模型(Xu et al, 1995)。在实际应用中, 无法直接计算整参数估值, 通常先采用最小二乘准则求解浮点解, 然后采用等价的整数搜索准则搜索固定整数, 最后利用固定的整数修正其他实参数的浮点解。因此, 混合整数模型参数估计的核心是整参数的求解。

高精度 GPS 应用必须采用模糊度固定的载波相位观测值, 因此如何快速、可靠、有效地固定模糊度是 GPS 长期研究的热点课题。模糊度解算通常分三步: ①忽略模糊度的整数特性, 采用给定的实参数估计准则(如 LS 准则)求解浮点模糊度; ②利用浮点解及其协方差阵以及特定的整参数估计准则, 搜索固定模糊度; ③对整周模糊度估值的有效性检验, 如果通过检验, 则利用固定的整周模糊度修正其他实参数的浮点解。

为了提高浮点模糊度解的质量(即提高浮点解精度, 减小其协方差阵的相关性), 可针对不同的 GPS 应用实例(如: 变形监测), 选择适当的实参数估计准则并尽可能地利用各种实参数约束条件。通常采用 LS 准则计算 GPS 浮点解, 但在快速定位中, 模糊度的法方程严重病态, LS 浮点模糊度的方差较大且协方差阵相关性强, 许多学者利用处理病态问题的正则化方法改善了浮点模糊度(韩保民等, 2002; 李博峰等, 2008a; 欧吉坤等, 2004a, 2004b; 王振杰, 2002; 王振杰等, 2005; Cai et al, 2007; Gui et al, 2007; Shen et al, 2005, 2007; Wang et al, 2006)。此外, 在 GPS 实际应用中存在多种实参数约束条件, 利用这些约束条件可不同程度地改善浮点模糊度解(韩绍伟, 1994b; 李博峰等, 2009a; 李征航等, 2005, 2007; 唐卫明等, 2005; 周非等, 2004; Lu et al, 1995)。Counselman 等(1981)提出的模糊度函数法是基于坐标域的搜索方法, Remondi(1984)将该方法应用于静态和准动态定位中。模糊度函数法的最大优点是避免了相位观测值可能出现的周跳, 但要求初始基线信息足够精确, 否则可能会收敛到错误的位置解(韩绍伟, 1994b)。因此,

模糊度函数法本质上利用了基线先验信息。

模糊度搜索固定是模糊度解算的核心,因为在一定的整参数估计准则下,高效率的搜索方法很大程度上能降低对浮点模糊度的质量要求。模糊度固定包括采用的整数容许估计方法和整数搜索方法。

整数容许估计方法包括:四舍五入,Bootstrapping,和整数 LS 容许估计。四舍五入取整是模糊度解算最早也是最简单的方法,根据各浮点模糊度解及其方差确定搜索区间,所有模糊度搜索区间构成多组备选组合,然后逐个测试备选组合。该算法的效率最低,尤其在快速定位中,构成的搜索空间往往过大,而无法满足实时定位的要求。Dong 等(1989)使用电离层约束条件,在确定模糊度搜索区间时,考虑了相邻模糊度的相关性,有效地减小了模糊度搜索区间,即 Bootstrapping 方法。无论是四舍五入还是 Bootstrapping 方法,都没有充分利用浮点模糊度的协方差阵,即没有充分考虑模糊度解向量的相关性。Teunissen(1993)首次尝试用 LS 理论严格求解模糊度(即 ILS),以 LS 浮点模糊度的二次赋范范数最小作为整数模糊度的搜索准则,充分完整地利用了模糊度浮点解的协方差阵,并发明了以去相关技术为核心的 LAMBDA 算法(de Jonge et al, 1996; Teunissen, 1993, 1994, 1995, 1996; Teunissen et al, 1997)。随后,去相关技术成为模糊度解算的研究热点,提出了不同的去相关技术(Grafarend, 2000; Liu et al, 1999; Lou et al, 2002; Xu, 2001; Xu et al, 1995)。

整周模糊度搜索算法的实质是通过构造整数约束条件快速剔除大量错误的备选模糊度组合。Frei 等(1990)提出了 FARA 算法,该算法利用任意两个模糊度差值的分布以及给定的置信水平确定搜索区间,从而剔除了大量的备选组合,提高搜索效率;Hatch(1990)提出了 LS 搜索技术,即只要固定了单历元三个双差模糊度,位置参数就可求解,相应地,其他模糊度也可求解,其实质是利用单历元双差模糊度只有三个独立的约束条件,提高模糊度搜索效率;Euler 等(1992)提出了 Cholesky 分解算法来快速计算各备选模糊度统计量,提高了求解效率;Chen(1993)提出了一种快速滤波算法,该算法在计算模糊度搜索空间时顾及了模糊度之间的相关关系;Park 等(1996, 1997)提出了 ARCE 算法,该算法实质与 Hatch 的 LS 算法等价;Li 等(2010a)直接从模糊度法方程导出了模糊度间的线性关系。

近年来,随着模糊度解算方法研究的不断深入,对模糊度可靠性的研究越来越被重视。类似于实数模型数据处理理论,估计参数的同时还需要对参数估值的精度做出合理的评定。相应地,估计整周模糊度的同时也需要对其有效性做出合理的评定。不同的是整周模糊度是离散的,不能用协方差阵来刻画其精度,通常采用显著性检验和成功概率指标来描述整数估值的有效性(Hassibi et al, 1998; Teunissen, 1998, 1999, 2001, 2002; Verhagen, 2003, 2004, 2005; Verhagen et al, 2006; Xu, 2006; Zhu et al, 2007)。任何一种模糊度估计方法都定义了一种模糊度求解