重庆市高职高专规划教材

应用高等数学系列

■总主编 曾乐辉

■总主审 龙 辉

应用高等数学 习题册（下册）

YINGYONG GAODENG SHUXUE XITICE

工科类

主 编■燕长轩

副主编■郭洪奇 周凤杰

重庆大学出版社

http://www.cqup.com.cn

内容提要

本习题册与教材《应用高等数学》(工科类)下册配套使用,习题选择以教材为主线,章、节名和先后顺序均与教材吻合.其内容包括常微分方程与拉普拉斯变换、级数、线性代数、概率与数理统计等.

本习题册各章由内容提要、习题、自测试题三部分组成.内容提要概括了教材中的基本概念、基本法则、基本公式和基本方法;习题由浅入深,紧扣教材并预留了练习空白;自测试题可供学生测试学习效果.自测试题配有解答,供学生做题后对照参考.

本习题册可供三年制高职高专工科类专业数学教学使用.

图书在版编目(CIP)数据

应用高等数学(工科类)习题册.下册/燕长轩主编.—重庆:重庆大学出版社,2012.6

重庆市高职高专规划教材.应用高等数学系列

ISBN 978-7-5624-6687-1

Ⅰ.①应… Ⅱ.①燕… Ⅲ.①高等数学—高等职业教育—习题集 Ⅳ.①013-44

中国版本图书馆 CIP 数据核字(2012)第 080403 号

重庆市高职高专规划教材

应用高等数学系列

应用高等数学(工科类)习题册(下册)

主　编　燕长轩

副主编　郭洪奇　周凤杰

责任编辑:范春青　　版式设计:范春青

责任校对:刘雯娜　　责任印制:赵　晟

*

重庆大学出版社出版发行

出版人:邓晓益

社址:重庆市沙坪坝区大学城西路 21 号

邮编:401331

电话:(023) 88617183　88617185(中小学)

传真:(023) 88617186　88617166

网址:http://www.cqup.com.cn

邮箱:fxk@cqup.com.cn(营销中心)

全国新华书店经销

重庆科情印务有限公司印刷

*

开本:787×1092　1/16　印张:7.5　字数:187 千

2012 年 6 月第 1 版　　2012 年 6 月第 1 次印刷

印数:1—8 000

ISBN 978-7-5624-6687-1　定价:15.00 元

前言

根据教育部制定的《高职高专教育专业人才培养目标及规格》和《高职高专教育高等数学课程教学基本要求》精神，由一批富有高职高专教育教学经验的专家、教授组成的高等数学教材编写组，在认真总结了编写出版的国家示范高职院校《高等数学》及《应用高等数学》教材编写和使用经验，研究了高职高专教育面临的新形势和新问题的基础上，尝试了因材施教的创新举措，编写了《应用高等数学系列教材》.

为了进一步增强高等数学课程"培养能力，重在应用"的功能，编写组编写了与教材配套的习题册. 习题册以教材为主线，章、节名和先后顺序均与教材吻合. 习题选用以"必需、够用"为度，突出了高职高专数学课程为专业服务的特色. 习题册中各节的内容提要，可使学生掌握本节的知识纲要. 各节编有与教材对应内容配套的习题. 每章末编有自测试题 A 卷和 B 卷，自测试题紧扣本章教学要求，便于进行同步测试. 自测试题配有解答，供学生做题后对照参考. 这样一本习题册极具可导、可练、可测性.

本习题册为下册，内容包括常微分 方程与拉普拉斯变换、级数、线性代数、概率与数理统计.

本习题册由重庆工程职业技术学院燕长轩任主编，重庆工业职业技术学院郭洪奇与重庆青年职业技术学院周凤杰任副主编。

第 7 章由重庆工程职业技术学院曾乐辉，重庆工业职业技术学院龙辉、郭洪奇编写；第 8 章由重庆工程职业技术学院徐敏、管哲、徐江涛编写；第 9 章由重庆正大软件职业技术学院赵占兴，重庆工程职业技术学院徐江涛、燕长轩编写；第 10 章由重庆工程职业技术学院郭思、罗淑君，重庆青年职业技术学院周凤杰编写。

本习题册在编写过程中得到了重庆市数学学会高职高专委员会的指导，得到了在渝主要高职高专院校以及一些举办了高职高专教育的各级各类学校领导和教师的大力支持和帮助，在此表示诚挚的感谢.

由于本习题册是第一版，且编者水平有限，时间仓促，难免有缺点和错误，恳请读者批评指正.

《应用高等数学系列教材》编审委员会

2012 年 3 月

目录

7　常微分方程与拉普拉斯变换

7.1　微分方程的概念

内容提要

(1)含有自变量,自变量的未知函数以及未知函数的导数或微分的方程称为微分方程.其中,未知函数是一元函数的,称为常微分方程;未知函数是多元函数的,称为偏微分方程.

(2)微分方程中所出现的未知函数的最高阶的阶数,称为微分方程的阶.

如果把某一函数代入一个微分方程后,使得该方程成为恒等式,那么这个函数就称为微分方程的一个解; 如果微分方程中含有任意常数,且任意常数相互独立(即它们不能通过合并而使得任意常数的个数减少)的个数与微分方程的阶数相同,这样的解称为微分方程的通解;不含有任意常数的解,即确定了通解中任意常数的值的解称为特解.

用来确定微分方程通解中任意常数的值的条件称为初始条件, 带有初始条件的微分方程的求解问题称为初值问题.

(3)平面方程的一个解对应于平面上的一条曲线,称为微分方程的积分曲线;通解对应于平面上的无穷多条曲线,称为该方程的积分曲线族.

习题 7.1

1. 选择题.

(1)以下各式不是微分方程的是(　　).

A. $\mathrm{d}y-\sqrt{y}\,\mathrm{d}x=0$　　　B. $x^2=2y+x$

C. $x\mathrm{d}y+y^2\sin x\mathrm{d}x=0$　　　D. $\dfrac{\mathrm{d}^2y}{\mathrm{d}t^2}+3y=\mathrm{e}^{2t}$

(2)以下微分方程为二阶微分方程的是(　　).

A. $y''+y'=3x$　　　B. $\mathrm{d}y=\dfrac{y}{x+y^2}\mathrm{d}x$

C. $xy'''-(y')^2=0$　　　D. $(y')^2-2y'+x^2=0$

2. 填空题.

(1)微分方程 $x^3y''+xy'+4=0$ 的阶是______________.

(2)微分方程 $x\frac{d^2y}{dx^2}+y\left(\frac{dy}{dx}\right)^3+xy^4=x$ 的阶是______________.

3. 判断下列函数是否是相应微分方程的解,是通解还是特解?

(1)微分方程 $xy'=2y$,函数 $y=cx^2$ 与 $y=x^2$.

(2)微分方程$\frac{dy}{dx}=2y$,函数 $y=e^x$ 与 $y=ce^{2x}$.

(3)微分方程 $y''=-y$,函数 $y=\sin x$ 与 $y=3\sin x-4\cos x$.

4. 求微分方程$\frac{dy}{dx}=\sin x$ 满足初始条件 $y|_{x=0}=1$的特解.

5. 求微分方程 $y'''=3x^2+1$ 的通解.

7.2 可分离变量的微分方程

内容提要

(1)如果一个一阶微分方程能变形成 $g(y)\mathrm{d}y=f(x)\mathrm{d}x$ 的形式,则称之为可分离变量的微分方程.

(2)解可分离变量的微分方程的一般步骤是:

①分离变量;

②两边同时积分;

③求积分得通解;

④若给出了初始条件,确定 c 的值,求出特解.

习题 7.2

1. 选择题.

(1)以下微分方程中,可分离变量的微分方程是(　　).

A. $\dfrac{\mathrm{d}y}{\mathrm{d}x}=\dfrac{x^2}{x+y}$　　B. $\mathrm{d}y+\sin x\cos y\mathrm{d}x=0$

C. $y'+x+y^2=0$　　D. $\mathrm{d}y+\ln(x^2+y)\mathrm{d}x=0$

(2)微分方程 $xy\mathrm{d}x+(x^2+1)\mathrm{d}y=0$ 的通解是(　　).

A. $y+\sqrt{x^2+1}=c$　　B. $y\sqrt{x^2+1}=c$

C. $y^2\sqrt{x^2+1}=c$　　　　D. $y(x^2+1)^2=c$

2. 填空题.

(1)微分方程$\frac{\mathrm{d}y}{\mathrm{d}x}=xy$的通解是______________.

(2)微分方程$y'-\cos^2 y\cos x=0$的通解是______________.

3. 解下列微分方程.

(1)$y'=\mathrm{e}^{x-y}, y|_{x=0}=0$

(2)$\mathrm{d}y=\sqrt{y}\,\mathrm{d}x, y|_{x=0}=1$

(3)$2x\sin y\mathrm{d}x+(x^2+3)\cos y\mathrm{d}y=0, y|_{x=0}=\frac{\pi}{6}$

(4)$x(y^2-1)\mathrm{d}x+y(x^2-1)\mathrm{d}y=0, y|_{x=2}=3$

4. 已知放射性物质镭的衰变速度与该时刻现有存镭量成正比，由经验得知，镭经过 1 600年后只余原始量 R_0 的一半，试求镭的量 R 与时间 t 的函数关系.

5. 已知某厂的纯利润 L 对广告费 x 的变化率$\frac{\mathrm{d}L}{\mathrm{d}x}$与常数 A 和纯利润 L 之差成正比，当 $x=0$时，$L=L_0$，试求纯利润 L 与广告费 x 之间的函数关系.

7.3 一阶线性微分方程

内容提要

(1)形如$\frac{\mathrm{d}y}{\mathrm{d}x}+P(x)y=Q(x)$的方程称为一阶线性微分方程. 当 $Q(x)=0$ 时，方程为一阶齐次线性微分方程；当 $Q(x)\neq 0$ 时，方程为一阶非齐次线性微分方程.

(2)一阶齐次线性微分方程用可分离变量的微分方程的求解方法求解.

一阶非齐次线性微分方程的解法为:

①常数变易法:将一阶非齐次线性微分方程对应的一阶齐次线性微分方程的通解中的常数 c 用一个函数 $c(x)$ 来代替,然后再去求出这个待定的函数 $c(x)$,就是一阶非齐次线性微分方程的解;

②直接使用公式 $y = e^{-\int P(x)dx}\left[\int Q(x)e^{\int P(x)dx}dx + c\right]$求解.

习题 7.3

1. 选择题.

(1)以下微分方程中,为一阶非齐次线性微分方程的是(　　).

A. $yy' + y = x$　　B. $x + \sin y + y' = 0$

C. $\frac{dy}{x} = xydx$　　D. $(1+y)dx + (1+x)dy = 0$

(2)微分方程$\frac{dy}{dx} = 2xy$ 的通解是(　　).

A. $y = e^{x^2} + c$　　B. $y = c\ln x$

C. $y = ce^{x^2}$　　D. $y = \ln x + c$

2. 填空题.

(1)微分方程 $y' - \frac{2}{x+1} = 0$ 的通解是____________.

(2)微分方程 $y' - y = e^{2x}$满足初始条件 $y|_{x=0} = 0$ 的特解是____________.

3. 求下列微分方程的通解.

(1)$xy'\ln x - y = 0$　　(2)$y' - y\cot x = 0$

(3)$x^2dy + (2xy - x + 1)dx = 0$　　(4)$y'' - \frac{1}{x}y' = x^2$

4. 求下列满足所给初始条件的微分方程的特解.

(1) $y'\sin^2 x = y\ln y, y|_{x=\frac{\pi}{2}} = \mathrm{e}$

(2) $y' + y\cos x = \mathrm{e}^{-\sin x}, y|_{x=0} = 1$

(3) $\mathrm{d}y - (3x - 2y)\mathrm{d}x = 0, y|_{x=0} = 0$

7.4　二阶常系数线性齐次微分方程

内容提要

(1)形如 $y''+py'+q=f(x)$(p,q 均为常数)的微分方程被称为二阶常系数线性微分方程. 当 $f(x)=0$ 时,称其为二阶常系数齐次线性微分方程;当 $f(x)\neq 0$ 时,称其为二阶常系数非齐次线性微分方程.

(2)若 y_1 和 y_2 是二阶常系数齐次线性微分方程的两个线性无关的特解,则 $y=c_1y_1+c_2y_2$(c_1,c_2 为常数)就是二阶常系数齐次线性微分方程的通解.

(3)一元二次方程 $r^2+pr+q=0$ 被称为二阶常系数齐次线性微分方程 $y''+py'+q=0$ 的特征方程,它的根称为方程 $y''+py'+q=0$ 的特征根.

若 $r^2+pr+q=0$ 有两个不等的实数根 r_1,r_2,则 $y''+py'+q=0$ 的解为 $y=c_1\mathrm{e}^{r_1x}+c_2\mathrm{e}^{r_2x}$;若 $r^2+pr+q=0$ 有唯一的实数根 r,则 $y''+py'+q=0$ 的解为 $y=(c_1+c_2x)\mathrm{e}^{rx}$;若 $r^2+pr+q=0$ 有一对共扼复数根 $\alpha\pm\beta i$,则 $y''+py'+q=0$ 的解为 $y=\mathrm{e}^{\alpha x}(c_1\cos\beta x+c_2\sin\beta x)$.

习题 7.4

1. 选择题.

(1)微分方程 $y''-4y=0$ 的通解是(　　).

A. $y=c_1\mathrm{e}^{2x}+c_2\mathrm{e}^{-x}$　　B. $y=c_1\mathrm{e}^{-2x}+c_2\mathrm{e}^{x}$

C. $y=c_1\mathrm{e}^{2x}+c_2\mathrm{e}^{-2x}$　　D. $y=c_1\mathrm{e}^{2x}+c_2\mathrm{e}^{x}$

(2)$y''+4y'+4y=0$ 的通解是(　　).

A. $y=(c_1+c_2x)\mathrm{e}^{-2x}$　　B. $y=(c_1+c_2x)\mathrm{e}^{2x}$

C. $y=(c_1+c_2x)\mathrm{e}^{-\frac{1}{2}x}$　　D. $y=(c_1+c_2x)\mathrm{e}^{\frac{1}{2}x}$

2. 填空题.

(1)微分方程 $y''+y'-2y=0$ 的通解是______________.

(2)微分方程 $y''+8y'+16y=0$ 的通解是______________.

(3)微分方程 $y''-2y'+3y=0$ 的通解是______________.

3. 求下列二阶齐次常系数线性微分方程的通解.

(1)$y''+9y=0$　　(2)$\dfrac{\mathrm{d}^2y}{\mathrm{d}x^2}+4\dfrac{\mathrm{d}y}{\mathrm{d}x}+3y=0$

(3) $y'' - 8y' + 16y = 0$ (4) $y'' + y' - y = 0$

(5) $\frac{1}{3}y'' + 2y' + 3y = 0$ (6) $2y'' - 5y' + 3y = 0$

4. 求下列二阶齐次常系数线性微分方程的特解.

(1) $y'' - 25y = 0, y|_{x=0} = 2, y'|_{x=0} = 5$

(2) $y'' - 4y' + 3y = 0, y|_{x=0} = 2, y'|_{x=0} = 6$

(3) $y''+2y=0, y\big|_{x=0}=0, y'\big|_{x=0}=\sqrt{2}$

(4) $4y''-4y'+y=0, y\big|_{x=0}=2, y'\big|_{x=0}=0$

7.5 微分方程初值问题的拉普拉斯变换解法

内容提要

(1) 设函数 $f(t)$ 的定义域为 $[0,+\infty)$，若广义积分 $F(p)=\int_0^{+\infty} f(t)\mathrm{e}^{-pt}\mathrm{d}t$ 对于 p 在某一范围内的值收敛，称 $F(p)$ 为 $f(t)$ 的拉普拉斯变换；若 $F(p)$ 为 $f(t)$ 的拉普拉斯变换，称 $f(t)$ 为 $F(p)$ 的拉普拉斯逆变换.

(2) 拉普拉斯变换的主要性质有：

①$L[a_1 f_1(t)+a_2 f_2(t)]=a_1 L[f_1(t)]+a_2 L[f_2(t)]$

②$L[\mathrm{e}^{-at}f(t)]=F(p+a)$

③$L[f^{(n)}(t)]=p^nF(p)-[p^{n-1}f(0)+p^{n-2}f'(0)+\cdots+f^{(n-1)}(0)]$

(3)拉普拉斯逆变换的主要性质有：

①$L^{-1}[a_1F_1(p)+a_2F_2(p)]=a_1L^{-1}[F_1(p)]+a_2L^{-1}[F_2(p)]$

②$L^{-1}[F(p-a)]=e^{at}L^{-1}[F(p)]$

(4)用拉普拉斯变换解二阶常系数线性微分方程的方法是:对二阶常系数线性微分方程作拉普拉斯变换得到像函数的代数方程,解代数方程得到像函数,求拉普拉斯逆变换得到微分方程的解.

习题 7.5

1. 选择题.

(1)以下表达式正确的是(　　).

A. $L[t^3]=\dfrac{3}{p^4}$　　B. $L[t^3]=\dfrac{4}{p^4}$

C. $L[t^3]=\dfrac{6}{p^4}$　　D. $L[t^3]=\dfrac{6}{p^3}$

(2)$L[e^{-t}\cos 2t]$的值为(　　).

A. $\dfrac{p+1}{(p+1)^2+\omega^2}$　　B. $\dfrac{p+1}{(p+1)^2+4}$

C. $\dfrac{4}{(p+1)^2+4}$　　D. $\dfrac{p-1}{(p-1)^2+4}$

(3)$F(p)=\dfrac{1}{(p-2)^3}$的拉氏逆变换为(　　).

A. $\dfrac{1}{2}t^2e^{2t}$　　B. t^2e^{2t}

C. $\dfrac{1}{2}e^{2t}$　　D. e^{2t}

2. 填空题.

(1)若$f(t)=\cos 2t$,则$L[f(t)]=$____________.

(2)$f(t)=e^{-t}$,则$L[f(t)]=$____________.

(3)$F(p)=\dfrac{1}{p^2+4}$的拉氏变换为____________.

(4)$F(p)=\dfrac{2}{(p+2)^2}$的拉氏变换为____________.

3. 求下列函数的拉氏变换.

(1)$f(t)=-2e^{3t}$　　(2)$f(t)=t^3-t^2+2t-1$

(3) $f(t)=2\sin 2t+3\cos t$

(4) $f(t)=\mathrm{e}^{-2t}\sin t$

4. 求下列函数的拉氏逆变换.

(1) $F(p)=\dfrac{3}{p(p+1)}$

(2) $F(p)=\dfrac{1}{(p+1)(p-1)^2}$

(3) $F(p)=\dfrac{p}{(p+2)(p^2+4)}$

(4) $F(p)=\dfrac{p-2}{p^2+2p-3}$