



普通高等教育“十一五”国家级规划教材

可靠性工程基础

(第四版)

主编 刘岚岚 刘 品
主审 周 真



中国质检出版社
中国标准出版社



普通高等教育“十一五”国家级规划教材

可靠性工程基础

(第四版)

主编 刘岚岚 刘 品
主审 周 真

中国质检出版社
中国标准出版社

北 京

图书在版编目 (CIP) 数据

可靠性工程基础/刘岚岚, 刘品主编. —4 版. —北京: 中国质检出版社, 2014. 8
ISBN 978-7-5026-4014-9

I. ①可… II. ①刘…②刘… III. ①可靠性工程—高等学校—教材 IV. ①TB114. 3

中国版本图书馆 CIP 数据核字 (2014) 第 141001 号

内 容 提 要

可靠性技术在航空航天、电子、化工、机电工业等许多领域中得到广泛应用。本书共十二章, 内容包括: 可靠性概论、系统可靠性模型、可靠性预计和分配、失效模式和影响分析、故障树分析、电子系统和机械结构的可靠性设计、可靠性试验、单元产品和复杂产品的可靠性评估、软件可靠性以及可靠性管理。

本书根据作者多年的教学和科研经验编写, 书后所附光盘中包含教学课件, 100 道结合实际应用的例题, 并附有 5 份考试试题。本书可作为高等院校各理工科专业本科生、研究生的“可靠性工程”教材, 也可供相关企业管理和工程技术人员学习参考。

中国质检出版社 出版发行
中国标准出版社

北京市朝阳区和平里西街甲 2 号 (100029)
北京市西城区三里河北街 16 号 (100045)

网址: www.spc.net.cn

总编室: (010) 64275323 发行中心: (010) 51780235

读者服务部: (010) 68523946

中国标准出版社秦皇岛印刷厂印刷
各地新华书店经销

*

开本 787×1092 1/16 印张 15 字数 359 千字
2014 年 8 月第四版 2014 年 8 月第十三次印刷

*

定价: 36.00 元

如有印装差错 由本社发行中心调换
版权专有 侵权必究
举报电话: (010) 68510107

第 四 版 前 言

伴随着科学技术的进步与发展,工业产品的功能愈加先进,体积越来越小。这也就导致了产品的结构越来越复杂,使用环境也越来越严格,从而对产品的质量和可靠性的要求也越来越高。因此,无论是对于军用产品还是民用产品来说,其可靠性设计和可靠性评估的作用就显得越来越重要。

为了满足广大工程技术人员学习可靠性技术的需要,自 20 世纪 80 年代起,哈尔滨工业大学对精密仪器和其他理工科有关专业的本科生和硕士研究生开设了可靠性基础选修课。在多年教学和科研工作的基础上,于 1995 年由中国计量出版社出版了《可靠性工程基础》教材,并于 2002 年和 2009 年进行了两次修订再版。本教材于 2006 年被评为“普通高等教育‘十一五’国家级规划教材”。又经过近几年的教学应用,为适应科学技术和本学科的发展,更进一步便于教学,与时俱进,编者决定出版第四版《可靠性工程基础》教材。

本书对第三版教材及其电子课件的内容作了较多的更新,突出反映了国内外最新成就,在编排上也有所改进,更加便于教与学。

本书采用了最新国家标准和国家军用标准(现行)。第四章和第五章按新标准(GB/T 7826—2012和 GB/T 4888—2009)进行了改编。

本书修改了第三版中有关文字、图和表中的多处错误及遗漏,精简了一些内容,并增加了一些应用实例。

本书精选了约 100 道结合实际应用的例题,以便帮助读者更好地理解基本概念和便于自学。为了巩固课堂教学效果,配合教学需要,每章都酌量编写了习题,且大部分习题都有答案(见本书所附光盘中的电子课件),解题所需要的相关数值表见本书的附录。

为了满足广大读者的要求和多媒体教学的需要,编者根据多年教学和科研的经验编制了本书的电子课件。电子课件可作为本科生、硕士研究生授课使用,其中有多多个生活、工程中通俗易懂的示例,并附有 5 份本科生考试试题,供读者自学参考。

本书编写由浅入深,通俗易懂,可供具有一定概率论、数理统计和工程技术基础知识的本科生、研究生和在职工程技术人员学习参考。

本书由北京交通大学刘岚岚、哈尔滨工业大学刘品主编,哈尔滨工业大学马惠萍任副主编,哈尔滨理工大学周真主审。第四版教材参加编写的人员如下:刘岚岚(第一、第二、第六、第九和第十二章),马惠萍(第三和第七章),哈尔滨理工大学苏子美(第四和第八章),河南工业大学周全申(第五章),黑龙江东方学院孙曙光(第十和第十一章)。

本书电子课件由刘岚岚、刘嵬嵬和李莉编制。

由于水平所限,书中的缺点和错误在所难免,敬请广大读者批评指正。

编 者

2014 年 2 月

目 录

第一章 可靠性概论	(1)
第一节 可靠性基本概念	(1)
第二节 可靠性特征量	(2)
第三节 常用失效分布	(7)
习题一	(14)
第二章 系统可靠性模型	(15)
第一节 产品定义和系统可靠性框图	(15)
第二节 布尔代数、容斥原理和不交型算法简介	(17)
第三节 串联系统的可靠性模型	(23)
第四节 并联系统的可靠性模型	(24)
第五节 混联系统的可靠性模型	(27)
第六节 n 中取 k 的表决系统的可靠性模型	(29)
第七节 贮备系统的可靠性模型	(31)
第八节 一般网络的可靠性模型	(33)
习题二	(40)
第三章 可靠性预计和分配	(42)
第一节 可靠性预计概述	(42)
第二节 元器件的可靠性预计	(43)
第三节 系统的可靠性预计	(46)
第四节 可靠性分配	(51)
习题三	(59)
第四章 失效模式和影响分析	(61)
第一节 概述	(61)
第二节 失效模式和影响分析(FMEA)	(63)
第三节 失效模式、影响及危害性分析(FMECA)	(73)
习题四	(77)
第五章 故障树分析	(78)
第一节 建立故障树	(78)
第二节 故障树的数学描述	(85)
第三节 故障树的定性分析	(88)
第四节 故障树的定量分析	(93)
习题五	(98)
第六章 电子系统可靠性设计	(100)

第一节	元器件的选用与控制	(100)
第二节	电路与系统的可靠性设计	(107)
第三节	电子设备的热设计	(114)
第四节	参数优化设计	(117)
习题六		(124)
第七章	机械结构可靠性设计	(125)
第一节	应力与强度的分布	(125)
第二节	安全系数与可靠性	(127)
第三节	可靠性设计计算	(132)
第四节	疲劳强度可靠性设计	(139)
习题七		(144)
第八章	可靠性试验	(145)
第一节	可靠性筛选和电子元器件老炼	(145)
第二节	环境适应性试验	(149)
第三节	寿命试验和加速寿命试验	(150)
第四节	可靠性增长试验	(156)
第五节	抽样方法	(164)
习题八		(168)
第九章	单元产品的可靠性评估	(169)
第一节	单元产品可靠性评估的基本概念	(169)
第二节	成败型单元产品可靠性评估	(171)
第三节	单元产品性能可靠性评估	(173)
第四节	单元产品平均寿命评估	(179)
习题九		(187)
第十章	复杂产品(系统)的可靠性评估	(189)
第一节	系统可靠性综合的金字塔模型	(189)
第二节	系统可靠性的经典精确置信限	(190)
第三节	系统可靠性的经典近似置信限	(192)
第四节	系统可靠性评定的一般步骤	(196)
习题十		(198)
第十一章	软件可靠性	(199)
第一节	软件可靠性的基本概念	(199)
第二节	软件可靠性的基本特征量	(202)
第三节	软件可靠性模型	(203)
习题十一		(210)
第十二章	可靠性管理	(211)
第一节	可靠性控制计划	(211)
第二节	可靠性保证体系	(212)

第三节	元器件与外协件控制	(213)
第四节	设计评审	(214)
第五节	可靠性增长管理	(214)
第六节	失效反馈、分析与改正制度	(215)
第七节	数据管理	(215)
第八节	产品技术状态管理	(216)
第九节	可靠性标准	(216)
第十节	可靠性教育	(217)
习题十二		(217)
附录一	典型函数数值表	(218)
附表 1	正态分布函数表	(218)
	正态分布分位数表	(219)
附表 2	二项分布可靠性单侧下限表	(220)
附表 3	二项分布可靠性单侧上限表	(222)
附表 4	t 分布分位数表	(224)
附表 5	χ^2 分布分位数表	(226)
附表 6	正态分布单侧统计允许限系数表	(228)
附录二	可靠性、维修性、保障性国家军用标准目录	(229)
附表 7	可靠性、维修性、保障性国家军用标准目录	(229)
附录三	可靠性、维修性相关国家标准目录	(231)
附表 8	可靠性、维修性相关国家标准目录	(231)
参考文献		(232)

第一章 可靠性概论

第一节 可靠性基本概念

一、可靠性的定义

产品的质量指标有很多种,例如,一辆摩托车的指标就有功率、耗油率、最大速度、噪音等。这类指标通常称为性能指标,即产品完成规定功能所需要的指标。除此之外,产品还有另一类质量指标,即可靠性指标。它反映产品保持其性能指标的能力,如摩托车出厂时的各项性能指标经检验都符合标准,但行驶十万公里后摩托车是否仍能保持其出厂时的各项性能指标呢?这是用户十分关心的问题。生产厂为了说明自己产品保持其性能指标的能力,就要提出产品的可靠性指标(可靠性特征量)。如:可靠度、平均寿命、失效率等。

可靠性是指“产品在规定条件下和规定时间区间内完成规定功能的能力”。这种能力以概率(可能性)表示,故可靠性也称可靠度。定义中的“产品”是指作为单独研究和分别试验对象的任何元件、器件、零部件、组件、设备和系统;“规定条件”是指产品的使用条件、维护条件、环境条件和操作技术;“规定时间区间”是指产品的工作期限,可以用时间单位,也可以用周期、次数、里程或其他单位表示;“规定功能”通常用产品的各种性能指标来表示。对以上“产品”、“规定条件”、“规定时间区间”和“规定功能”四个方面内容必须有明确的规定,研究产品可靠性才有意义。

二、可靠性常用的三大指标

可靠性有狭义和广义两种意义。狭义可靠性仅指产品在规定条件下和规定时间区间内完成规定功能的能力。以后对“可靠性”一词若不加以注明,均指狭义可靠性。广义可靠性通常包含狭义可靠性和维修性等方面的内容。我们将产品在规定的维护修理使用条件下,产品在执行任务期间某一时刻处于良好状态的能力称为广义可靠性。

维修是为了保持或恢复产品能完成规定功能而采取的技术管理措施,仅适用于可修复产品。维修性则是在规定条件下使用的产品在规定的时间内,按规定的程序和方法进行维修时,保持或恢复到能完成规定功能的能力。

狭义可靠性和维修性两方面的内容合起来称为有效性。有效性是指可维修产品在某时刻具有或维持规定功能的能力。

产品长期贮存,其材料将会老化变质。在规定的贮存条件下,产品从开始贮存到丧失其规定功能的时间称为贮存寿命。

狭义可靠性、广义可靠性、维修性、有效性和贮存寿命的相互关系,可由图 1—1 表示。图中的狭义可靠性、有效性和贮存寿命,称为可靠性的三大指标。

这里还需指出的是，为什么不把广义可靠性作为可靠性的一个指标而用有效性代替？这是因为当前工程界对维修性的研究和应用还暂不如狭义可靠性，特别是定量研究分析方面。本书主要研究产品的狭义可靠性问题。

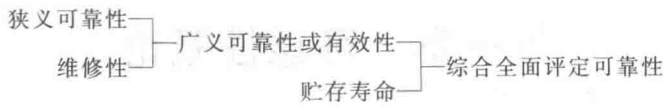


图 1-1 可靠性的三大指标

第二节 可靠性特征量

可靠性的特征量主要有可靠度、失效概率、失效率、失效概率密度和寿命等，它们代表了产品可靠性的主要内容。

一、可靠度 $R(t)$

1. 可靠度定义

可靠度是指产品在规定的条件下和规定的时间内，完成规定功能的概率。它是时间的函数，记作 $R(t)$ ，为可靠度函数的简称，即可靠度。

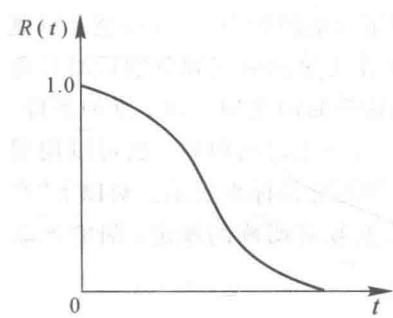


图 1-2 可靠度分布函数

设 T 为产品寿命的随机变量，则

$$R(t) = P(T > t) \quad (1-1)$$

式(1-1)表示产品的寿命 T 超过规定时间 t 的概率，即产品在规定时间 t 内完成规定功能的概率。

根据可靠度的定义，可以得出 $R(0) = 1.0, R(\infty) = 0$ 。即开始使用时，所有产品都是好的；只要时间充分大，全部产品都会失效。

可靠度与时间的关系曲线如图 1-2 所示。

2. 可靠度估计值 $\hat{R}(t)$

(1)对于不可修复的产品，可靠度估计值是指在规定的区间 $(0, t)$ 内，能完成规定功能的产品数 $n_s(t)$ 与在该时间区间开始时投入工作的产品数 n 之比。

(2)对于可修复的产品，可靠度估计值是指一个或多个产品的无故障工作时间达到或超过规定时间 t 的次数 $n_s(t)$ 与观测时间内无故障工作总次数 n 之比。

因此，不论对可修复产品还是对不可修复产品，可靠度估计值的公式相同，即

$$\hat{R}(t) = n_s(t)/n \quad (1-2)$$

对不可修复产品，将在规定时间区间 $(0, t)$ 内失效的产品数记为 $n_f(t)$ ；对可修复产品，将无故障工作时间不超过规定时间 t 的次数记为 $n_f(t)$ ，即 $n_f(t)$ 也是 $(0, t)$ 时间区间的故障次数。故有关系式为

$$n_s(t) = n - n_f(t) \quad (1-3)$$

按规定，在计算无故障工作时间总次数时，每个产品的最后一次无故障工作时间若不超过规定的时间则不予计入。

例 1-1 在规定条件下对 12 个不可修复产品进行无替换试验，试验结果如图 1—3(a)所示；在某观测时间内对 3 个可修复产品进行试验，试验结果如图 1—3(b)所示。图中“×”均为产品出现故障时的时间， t 为规定时间，求以上两种情况的产品可靠度估计值 $\hat{R}(t)$ 。

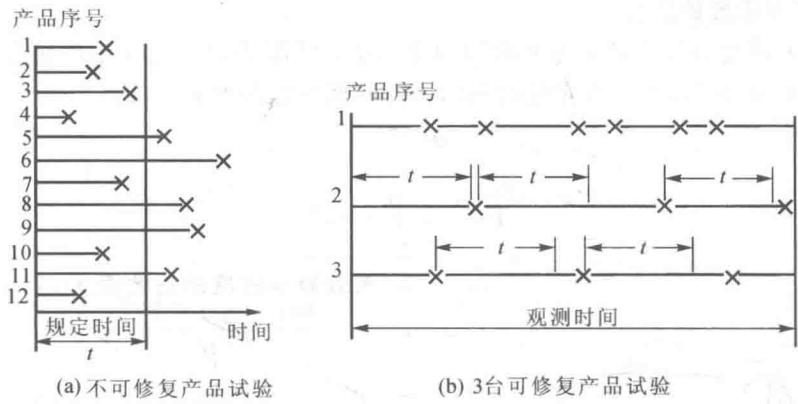


图 1—3 例 1-1 产品试验图

解：(1)不可修复产品试验由图 1—3(a)统计可得在规定时间内失效产品数 $n_f(t)=7$ ，因已知产品总数 $n=12$ ，由式(1—2)和式(1—3)有

$$\hat{R}(t) = \frac{n_s(t)}{n} = \frac{n - n_f(t)}{n} = \frac{12 - 7}{12} = 0.4167$$

(2)3 台可修复产品试验由图 1—3(b)统计可得无故障工作的总次数 $n=12$ ，达到或超过规定时间的次数 $n_s(t)=5$ ，由式(1—2)有

$$\hat{R}(t) = \frac{n_s(t)}{n} = \frac{5}{12} = 0.4167$$

二、累积失效概率 $F(t)$

1. 累积失效概率的定义

累积失效概率是产品在规定条件和规定时间内失效的概率，其值等于 1 减可靠度。也可说产品在规定条件和规定时间内完不成规定功能的概率，故也称为不可靠度，它同样是时间的函数，记作 $F(t)$ 。有时也称为累积失效分布函数(简称失效分布函数)。其表示式为

$$F(t) = P(T \leq t) = 1 - P(T > t) = 1 - R(t) \tag{1-4}$$

从上述定义可以得出 $F(0)=0, F(\infty)=1$ 。

由此可见， $R(t)$ 和 $F(t)$ 互为对立事件。失效分布函数 $F(t)$ 与时间关系曲线如图 1—4 所示。

2. 累积失效概率的估计值 $\hat{F}(t)$

$$\hat{F}(t) = 1 - \hat{R}(t) = n_f(t)/n \tag{1-5}$$

例 1-2 不可维修的红外灯管有 110 只，工作 500h 时有 10 只失效，工作到 1 000h 时总共有 53 只失效，求该产品分别在 500h 与 1 000h 时的累积失效概率。

解： $n=110, n_f(500)=10, n_f(1\,000)=53$ ，则

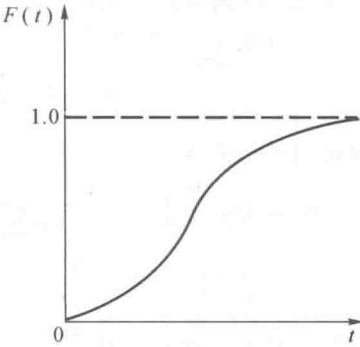


图 1—4 累积失效分布函数

$$\hat{F}(500)=10/110=9.09\%, \hat{F}(1\ 000)=53/110=48.18\%$$

三、失效概率密度 $f(t)$

1. 失效概率密度的定义

失效概率密度是累积失效概率对时间的变化率, 记作 $f(t)$ 。它表示产品寿命落在包含 t 的单位时间内的概率, 即产品在单位时间内失效的概率。其表示式为

$$f(t) = \frac{dF(t)}{dt} = F'(t) \quad (1-6)$$

即

$$F(t) = \int_0^t f(t) dt \quad (1-7)$$

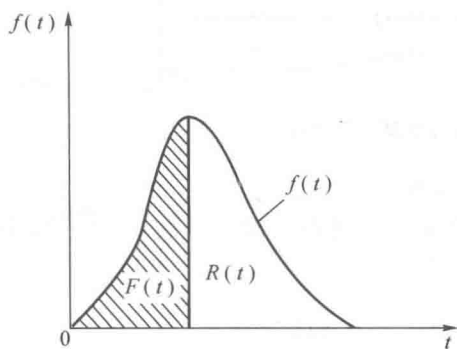


图 1—5 $f(t)$ 、 $F(t)$ 、 $R(t)$ 的关系

2. 失效概率密度的估计值 $\hat{f}(t)$

$$\begin{aligned} \hat{f}(t) &= \frac{F(t+\Delta t) - F(t)}{\Delta t} \\ &= \left[\frac{n_i(t+\Delta t)}{n} - \frac{n_i(t)}{n} \right] / \Delta t \\ &= \frac{1}{n} \cdot \frac{\Delta n_i(t)}{\Delta t} \end{aligned} \quad (1-8)$$

式中, $\Delta n_i(t)$ 为在 $(t, t+\Delta t)$ 时间间隔内失效的产品数。

当产品的失效概率密度 $f(t)$ 已确定时, 由式 (1-4)、(1-7) 可知 $f(t)$ 、 $F(t)$ 、 $R(t)$ 之间的关系, 可用图 1—5 表示。

四、失效率 $\lambda(t)$

1. 失效率的定义

失效率是工作到某时刻尚未失效的产品, 在该时刻后单位时间内发生失效的概率。记作 $\lambda(t)$, 称为失效率函数, 有时也称为故障率函数。

按上述定义, 失效率是在时刻 t 尚未失效的产品在 $t \sim t+\Delta t$ 的单位时间内发生失效的条件概率, 即

$$\lambda(t) = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{1}{\Delta t} P(t < T \leq t + \Delta t \mid T > t) \quad (1-9)$$

上式反映 t 时刻失效的速率, 故也称为瞬时失效率。

由条件概率

$$P(t < T < t + \Delta t \mid T > t) = \frac{P(t < T < t + \Delta t)}{P(T > t)}$$

所以式 (1-9) 变为

$$\begin{aligned} \lambda(t) &= \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{P(t < T < t + \Delta t)}{P(T > t) \cdot \Delta t} = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{F(t + \Delta t) - F(t)}{R(t) \cdot \Delta t} = \frac{dF(t)}{dt} \cdot \frac{1}{R(t)} \\ &= \frac{f(t)}{R(t)} = \frac{f(t)}{1 - F(t)} \end{aligned} \quad (1-10)$$

对于电子设备的失效率函数有 3 种基本类型, 即早期失效型、偶然失效型和耗损失效型。失效率函数与时间的关系如图 1—6(a)、(b)、(c) 所示。对于系统来说, 一般地在工作过程中,

失效率随时间的变化而分阶段属于上述 3 种类型。其曲线呈浴盆状，该曲线图形和失效规律请参阅本书第六章第一节有关内容。对于机械设备的失效率，如图 1—6(d) 所示，它的三个失效期不明显。

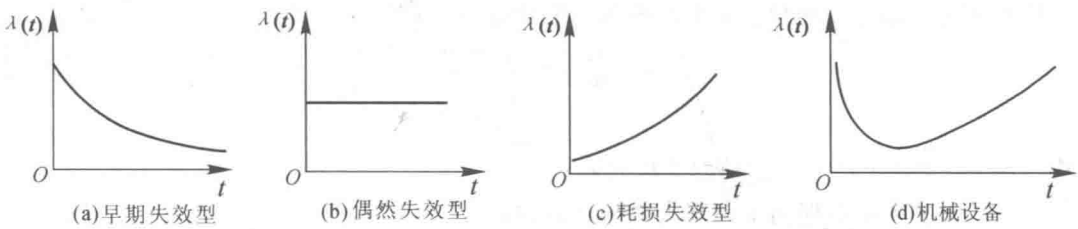


图 1—6 失效率曲线

2. 失效率的估计值 $\hat{\lambda}(t)$

不论产品是否可修复，产品失效率的估计值均可由式(1—11)求得。

$$\hat{\lambda}(t) = \frac{n_f(t + \Delta t) - n_f(t)}{n_s(t) \cdot \Delta t} = \frac{\Delta n_f(t)}{n_s(t) \cdot \Delta t} \quad (1-11)$$

式中， n_s 、 n_f 的含义同式(1—2)和式(1—3)中的含义。

例 1-3 对 100 个某种产品进行寿命试验，在 $t=100\text{h}$ 以前没有失效，而在 $100 \sim 105\text{h}$ 之间有 1 个失效，到 1 000h 前共有 51 个失效，1 000~1 005h 失效 1 个，分别求出 $t=100\text{h}$ 和 $t=1\,000\text{h}$ 时，产品的失效率和失效概率密度。

解：(1) 求产品在 100h 时的失效率 $\hat{\lambda}(100)$ 和失效概率密度 $\hat{f}(100)$ 。

据题意有 $n=100$ 个， $n_s(100)=100$ 个， $\Delta n_f(100)=1$ 个， $\Delta t=105-100=5\text{h}$ 。

由式(1—11)得

$$\hat{\lambda}(100) = \frac{\Delta n_f(100)}{n_s(100) \cdot \Delta t} = \frac{1}{100 \times 5} = 0.2\%/h$$

由式(1—8)得

$$\hat{f}(100) = \frac{1}{n} \frac{\Delta n_f(100)}{\Delta t} = \frac{1}{100} \times \frac{1}{5} = 0.2\%/h$$

(2) 求产品在 1 000h 时的失效率 $\hat{\lambda}(1\,000)$ 和失效概率密度 $\hat{f}(1\,000)$ 。

据题意有 $n=100$ 个， $n_s(1\,000)=100-51=49$ 个， $\Delta n_f(1\,000)=1$ 个， $\Delta t=1\,005-1\,000=5\text{h}$ 。

由式(1—11)得

$$\hat{\lambda}(1\,000) = \frac{\Delta n_f(1\,000)}{n_s(1\,000) \Delta t} = \frac{1}{49 \times 5} = 0.4\%/h$$

由式(1—8)得

$$\hat{f}(1\,000) = \frac{1}{n} \cdot \frac{\Delta n_f(1\,000)}{\Delta t} = \frac{1}{100} \cdot \frac{1}{5} = 0.2\%/h$$

由上例计算结果可见，从失效概率观点看，在 $t=100\text{h}$ 和 $t=1\,000\text{h}$ 处，单位时间内失效频率是相同的(即 $\hat{f}(100)=\hat{f}(1\,000)=0.2\%/h$)，而从失效率观点看，1 000h 处的失效率比 100h 处的失效率加大一倍，后者更灵敏地反映出产品失效的变化速度。

3. 平均失效率 $\bar{\lambda}$

在工程实践中，常常要用到平均失效率，其定义为

(1) 对不可修复的产品是指在一个规定时间内总失效产品数 $n_f(t)$ 与全体产品的累积工作

时间 T 之比。

(2)对可修复的产品是指它们在使用寿命期内的某个观测期间,所有产品的故障发生总数 $n_f(t)$ 与总累积工作时间 T 之比。

所以不论产品是否可修复,平均失效率估计值的公式为

$$\bar{\lambda} = \frac{n_f(t)}{T} = \frac{n_f(t)}{\sum_{i=1}^{n_f} t_{fi} + n_s t} \quad (1-12)$$

式中 t_{fi} ——第 i 个产品失效前的工作时间;

n_s ——整个试验期间未出现失效的产品数;

n_f ——整个试验期间出现失效的产品数。

4. 失效率单位

失效率的常用单位有%/h, %/kh, 菲特等。其中,菲特是失效率的基本单位, $1\text{Fit} = 10^{-9}/\text{h}$, 它表示 1 000 个产品工作 1Mh 后,只有一个失效。

五、产品的寿命特征

在可靠性工程中,规定了一系列与寿命有关的指标:平均寿命、可靠寿命、特征寿命和中位寿命等。这些指标总称为可靠性寿命特征,它们也都是衡量产品可靠性的尺度。

1. 平均寿命 θ

在寿命特征中最重要的是平均寿命。平均寿命就是寿命的数学期望,记作 θ , 数学公式为

$$\theta = \int_0^{\infty} t f(t) dt \quad (1-13)$$

值得注意的是,可以证明,能用可靠度 $R(t)$ 来计算平均寿命,公式为

$$\theta = \int_0^{\infty} R(t) dt \quad (1-14)$$

由于可维修产品与不可维修产品的寿命有不同的意义,故平均寿命也有不同的意义。一般用 MTBF 表示可维修产品的平均寿命,称“平均无故障工作时间”;用 MTTF 表示不可维修产品的平均寿命,称为“失效前的平均工作时间”。

不论产品是否可修复,平均寿命的估计值的表达式均为

$$\hat{\theta} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n t_i \quad (1-15)$$

式中 n ——对不可修产品,它代表试验的产品数;对于可修产品,它代表试验产品发生故障次数;

t_i ——对不可修产品,它代表第 i 件产品的寿命;对于可修产品,它代表每次故障修复后的工作时间。

2. 可靠寿命、特征寿命和中位寿命

前面已经提到可靠度函数 $R(t)$ 是产品工作时间 t 的函数,在 $t=0$ 时, $R(0)=1$, 当工作时间增加, $R(t)$ 逐渐减小。可靠度与工作时间有一一对应的关系。有时需要知道可靠度等于给定值 r 时,产品的寿命是多少。

可靠寿命就是给定可靠度为 r 时对应的寿命 T_r , 即

$$R(T_r) = r \quad (1-16)$$

图 1—7 所示为可靠寿命 T_r 与可靠度(可靠水平) r 的关系。

特征寿命就是当 $R(t)=e^{-1}\approx 0.368$ 时对应的寿命(见图 1—7)。对于失效规律服从指数分布的产品而言,特征寿命就是平均寿命(见图 1—12)。

中位寿命就是当 $R(t)=0.5$ 时对应的可靠寿命。当产品工作到中位寿命时,可靠度 $R(t)$ 和累积失效概率 $F(t)$ 都等于 50%, 如图 1—8 所示。

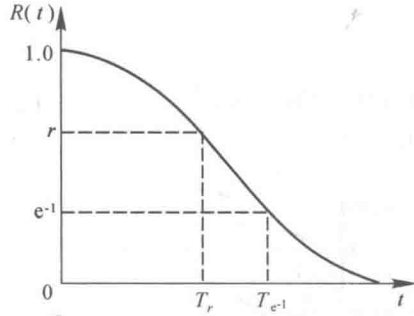


图 1—7 可靠寿命 T_r 与可靠水平 r 的关系

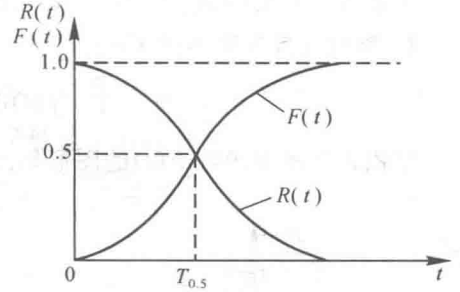


图 1—8 中位寿命与 $R(t)$ 及 $F(t)$ 的关系

上述介绍了各种可靠性特征量,我们用图 1—9 形象地描述它们之间的关系(设 $t\geq 0$)。

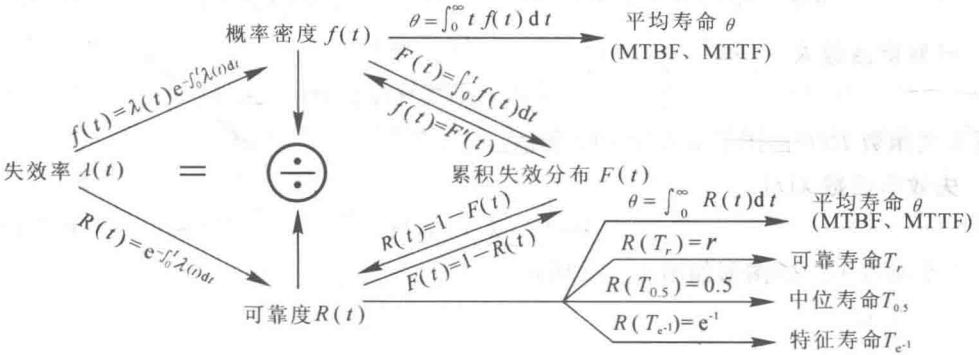


图 1—9 可靠性特征量的关系图

第三节 常用失效分布

产品的失效分布是指其失效概率密度函数 $f(t)$ 或累积失效概率函数 $F(t)$, 它与可靠性特征量有着密切的关系。如已知产品的失效分布函数, 则可求出可靠度函数 $R(t)$ 、失效率函数 $\lambda(t)$ 和寿命特征量。即使不知道具体的分布函数, 但如果已知失效分布的类型, 也可以通过分布的参数估计求得某些可靠性特征量的估计值。因此, 在可靠性理论中, 研究产品的失效分布类型是一个十分重要的问题。

一、指数分布

在可靠性理论中, 指数分布是最基本、最常用的分布, 适合于失效率 $\lambda(t)$ 为常数的情况,

它不但在电子元器件偶然失效期普遍使用，而且在复杂系统和整机方面以及机械技术的可靠性领域也得到使用。

1. 失效概率密度函数 $f(t)$

$$f(t) = \lambda e^{-\lambda t} \quad (t \geq 0) \quad (1-17)$$

式中 λ ——指数分布的失效率，为一常数。

失效概率密度函数 $f(t)$ 的图形如图 1—10 所示。

2. 累积失效概率函数 $F(t)$

$$F(t) = \int_{-\infty}^t f(t) dt = \int_0^t \lambda e^{-\lambda t} dt = 1 - e^{-\lambda t} \quad (t \geq 0) \quad (1-18)$$

累积失效概率函数 $F(t)$ 的图形如图 1—11 所示。

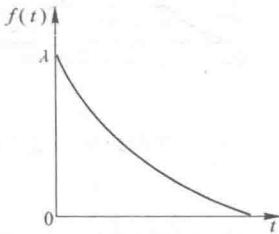


图 1—10 指数分布的失效概率密度函数

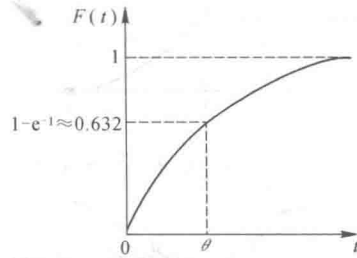


图 1—11 指数分布的累积失效概率函数

3. 可靠度函数 $R(t)$

$$R(t) = 1 - F(t) = e^{-\lambda t} \quad (t \geq 0) \quad (1-19)$$

可靠度函数 $R(t)$ 的图形如图 1—12 所示。

4. 失效率函数 $\lambda(t)$

$$\lambda(t) = \lambda = \text{常数} \quad (1-20)$$

失效率函数 $\lambda(t)$ 的图形如图 1—13 所示。

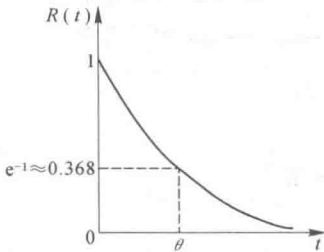


图 1—12 指数分布的可靠度函数

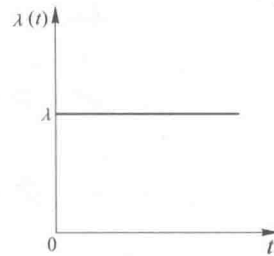


图 1—13 指数分布的失效率函数

5. 平均寿命 θ

$$\theta = \int_0^{\infty} R(t) dt = \int_0^{\infty} e^{-\lambda t} dt = \frac{1}{\lambda} \quad (1-21)$$

因此，当产品寿命服从指数分布时，其平均寿命 θ 与失效率 λ 互为倒数。

6. 可靠寿命 T_r

给定可靠度 r 时，根据可靠寿命 T_r 定义和式(1—19)可得

$$R(T_r) = e^{-\lambda T_r} = r$$

将上式两边取自然对数, 可得

$$T_r = -\frac{1}{\lambda} \ln r \quad (1-22)$$

7. 中位寿命 $T_{0.5}$

将 $r=0.5$ 代入式(1-22)可得

$$T_{0.5} = -\frac{1}{\lambda} \ln 0.5 = \frac{1}{\lambda} \ln 2 = 0.693\theta = 0.693 \frac{1}{\lambda} \quad (1-23)$$

指数分布有一个重要特性, 即产品工作了 t_0 时间后, 它再工作 t 小时的可靠度与已工作过的时间 t_0 无关, 而只与时间 t 的长短有关。下面用条件概率来说明。

$$\begin{aligned} R(t_0 + t) &= P(T > t_0 + t \mid T > t_0) = \frac{P(T > t_0 + t, T > t_0)}{P(T > t_0)} \\ &= \frac{P(T > t_0 + t)}{P(T > t_0)} = \frac{R(t_0 + t)}{R(t_0)} = \frac{e^{-\lambda(t_0 + t)}}{e^{-\lambda t_0}} = e^{-\lambda t} = R(t) = P(T > t) \end{aligned}$$

由此可见, 产品可靠度与产品已经使用过 t_0 时间无关, 即它对用过的时间 t_0 是不作记忆的, 又称为无记忆性。

二、威布尔分布

威布尔分布在可靠性理论中是适用范围较广的一种分布。它能全面地描述浴盆失效率曲线的各个阶段。当威布尔分布中的参数不同时, 它可以蜕化为指数分布、瑞利分布和正态分布。大量实践说明, 凡是因为某一局部失效或故障所引起的全局机能停止运行的元件、器件、设备、系统等的寿命服从威布尔分布, 特别在研究金属材料的疲劳寿命, 如疲劳失效、轴承失效都服从威布尔分布。

1. 失效率密度函数 $f(t)$

$$f(t) = \frac{m}{\eta} \left(\frac{t - \delta}{\eta} \right)^{m-1} e^{-\left(\frac{t - \delta}{\eta} \right)^m} \quad (\delta \leq t; m, \eta > 0) \quad (1-24)$$

式中 m ——形状参数;

η ——尺度参数;

δ ——位置参数。

失效率密度函数 $f(t)$ 的图形如图 1-14 所示。

2. 累积失效率函数 $F(t)$

$$F(t) = 1 - e^{-\left(\frac{t - \delta}{\eta} \right)^m} \quad (\delta \leq t; m, \eta > 0) \quad (1-25)$$

累积失效率函数 $F(t)$ 的图形如图 1-15 所示。

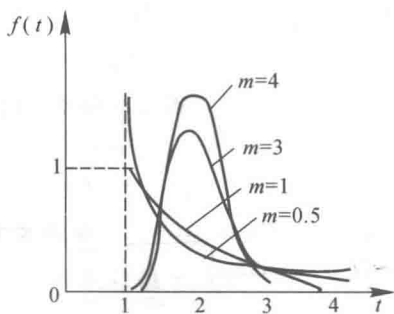
3. 可靠度函数 $R(t)$

$$R(t) = e^{-\left(\frac{t - \delta}{\eta} \right)^m} \quad (\delta \leq t; m, \eta > 0) \quad (1-26)$$

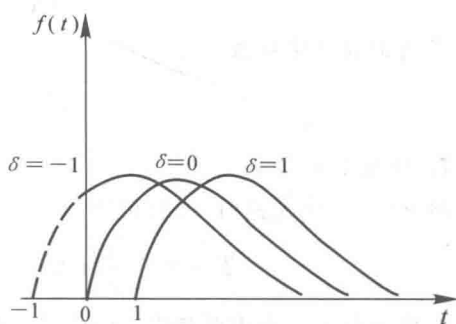
可靠度函数 $R(t)$ 的图形如图 1-16 所示。

4. 失效率函数 $\lambda(t)$

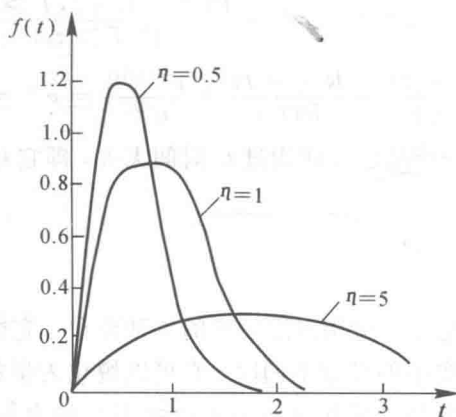
$$\lambda(t) = \frac{m}{\eta} \left(\frac{t - \delta}{\eta} \right)^{m-1} \quad (\delta \leq t; m, \eta > 0) \quad (1-27)$$



(a) $\eta=1, \delta=1$ 时不同 m 值的失效概率密度函数



(b) $m=2, \eta=1$ 时不同 δ 值的失效概率密度函数



(c) $m=2, \delta=0$ 时不同 η 值的失效概率密度函数

图 1—14 威布尔分布的失效概率密度函数

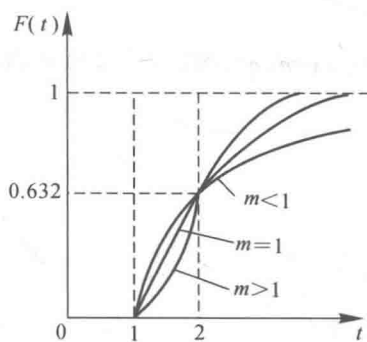


图 1—15 $\eta=1, \delta=1$ 时不同 m 值的累积失效概率函数

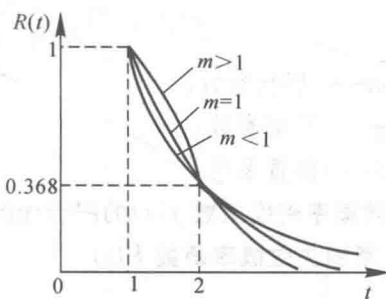


图 1—16 $\eta=1, \delta=1$ 时不同 m 值的可靠度函数

失效率函数 $\lambda(t)$ 的图形如图 1—17 所示。

5. 三个参数 (m, η, δ) 的意义

(1) 形状参数 m

威布尔分布的失效概率密度曲线、累积失效概率曲线、可靠度曲线以及失效率曲线的形