

王金战
图书

金牌学习方法 备战考试升学
轻松搞定专题系列



轻松搞定

初中数学

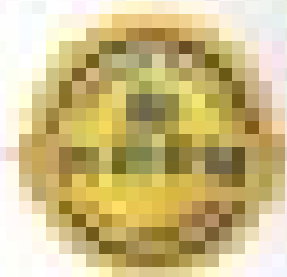
三角形与四边形

主 编：王金战
本册主编：余中华

哪不会学哪，哪不足练哪，
一个专题，一本搞定！

外语教学与研究出版社

教育部 教育部
教育部 教育部



经济松信定

初中数学

三角形与圆边长

主编 张

圆不在平面上，圆不在圆上，
一个定理，一本教材！

王金战
图书

金牌学习方法 备战考试升学

轻松搞定专题系列

轻松搞定

初中数学

三角形与四边形

主 编：王金战
本册主编：余中华

外语教学与研究出版社
北京

图书在版编目 (CIP) 数据

轻松搞定初中数学三角形与四边形 / 余中华主编. — 北京: 外语教学与研究出版社, 2014.6

(轻松搞定专题系列 / 王金战主编)

ISBN 978-7-5135-4806-9

I. ①轻… II. ①余… III. ①几何课—初中—教学参考资料 IV. ①G634.633

中国版本图书馆 CIP 数据核字 (2014) 第 133381 号

出版人 蔡剑峰
总策划 关淼
责任编辑 潘瑞芳
执行编辑 李永辉
封面设计 高佳
出版发行 外语教学与研究出版社
社址 北京市西三环北路 19 号 (100089)
网址 <http://www.fltrp.com>
印刷 北京联兴盛业印刷股份有限公司
开本 787×1092 1/16
印张 12
版次 2014 年 7 月第 1 版 2014 年 7 月第 1 次印刷
书号 ISBN 978-7-5135-4806-9
定价 27.80 元

外研社教辅出版分社:

咨询电话: 010-88819610 (编辑部) 010-88819436/9050 (市场部)

传真: 010-68469248

新浪/腾讯官方微博: @外研社教辅 (更多信息, 更多交流)

电子信箱: jiaofu@fltrp.com

购书电话: 010-88819928/9929/9930 (邮购部)

购书咨询: (010) 88819929 电子邮箱: club@fltrp.com

外研书店: <http://www.fltrpstore.com>

凡印刷、装订质量问题, 请联系我社印制部

联系电话: (010) 61207896 电子邮箱: zhijian@fltrp.com

凡侵权、盗版书籍线索, 请联系我社法律事务部

举报电话: (010) 88817519 电子邮箱: banquan@fltrp.com

法律顾问: 立方律师事务所 刘旭东律师

中咨律师事务所 殷斌律师

物料号: 248060001



学会学习，轻松学习

谁都想轻松把学习搞好，但当过学生的人都知道，仅靠一套课本是很难学好的，所以一定要有一些辅助的参考书，其中要包括对重点难点深入浅出的剖析、对重要知识点的针对性训练以及基于课本知识的加深拓宽。参考书多了不但会增加学习负担，造成重复性的劳动，而且一旦质量不好还会误导学习，所以挑选一套合适的参考书是学习中的一件大事。作为教师，多少年来我一直帮学生寻找这样的书，但很少能选到理想的，后来我就干脆

自己编写，讲到哪里编到哪里，并以讲义的形式发给学生，效果非常好。

2010年，我与外研社合作，将我的讲义书稿按专题整理出来，定名为《轻松搞定高中数学》系列，同时把我书稿中的理念和体例拓展到了初中数学，定名为《轻松搞定初中数学》系列。这两个系列出版后均受到广泛好评，许多学生反映这套书给他们的学习带来了很大的帮助，让他们既可以轻松、全面、深刻、系统地掌握课本的内容，又能够针对自己的弱项进行专门的学习和训练。近两年来，一直有很多学生呼吁把数学系列拓展到其他学科。

十八大以后，我们国家在各行各业都开始了深化改革，中高考的改革更会有大动作，其中最引人注目的一点就是：很多学科将采取学完就考、考完就清的模式，这样会在很大程度上解决一次考试决定命运的弊端，也能在很大程度上减轻学生中高考的压力。但这样的变化也对学生平时的学习提出了更高的要求，为了不留后患，必须做到一步到位，门门过关，于是我们的这套专题辅导材料就显得尤为重要了。

我们挑选了一批工作在第一线的初、高中各科骨干教师，经过一年多的研究，终于推出了这套《轻松搞定》专题系列丛书，其核心理念就是帮助学生学会学习，轻松学习。

本套丛书共包括初中系列5个学科19册，高中系列9个学科34册。与同类图书相比，本套丛书有如下突出的创新点：

1. 哪不会学哪，哪不足练哪，一个专题，一本搞定

我们将每个学科的重要知识、技能划分成若干专题模块，对每一个专题模块进行专讲专练，将轻松的学习方法、记忆方法渗透其中，力求让学生轻松吃透每个模块的重要知识、技能。哪不会学哪，哪不足练哪，一个专题，一本搞定，轻松拿下薄弱环节。

2. 平时学习时的得力助手，中/高考复习时的重要法宝

本套丛书力求成为同学们平时学习的得力助手，将轻松学习的方法贯彻到平时的学习中，帮助同学们轻松突破学科中的重要知识、技能，轻松应对期中、期末等重要考试。本套丛书也是同学们中/高考复习时的重要法宝，它可以帮助中/高考考生在复习之初将各学科知识技能、重难疑点进行快速系统的梳理和学习，大大提高中/高考复习效率。

3. 最科学的专题划分，最完整的专项宝典

本套丛书专题模块的划分，除了考虑到学科本身的知识结构体系外，还充分结合了教学实际，基本符合学生各个学段的学习顺序，学生在每个学段都可以找到相应的专题分册。它涵盖了学生各个学段的重点专题模块，是一套完整的专项学习宝典。

4. 简洁清晰的层次安排，轻松明快的栏目设置

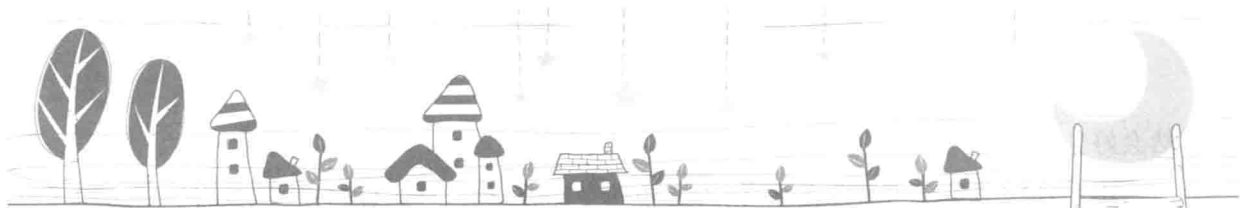
各分册层次安排简洁清晰，一目了然；各讲内的栏目编排充分体现出轻松明快的特点，“基础知识·轻松学”、“重难疑点·轻松破”、“课时作业·轻松练”、“中/高考试题初体验”、“我的错题本”等栏目，都让学生体会到轻松学习的乐趣。

本套丛书还配有“轻松搞定”系列名师视频课程，同学们可以登录宽高学习网 <http://www.kgedu.net> 或拨打 400-686-8661 咨询。如果你在学习中还有什么困难，也可以给我来信，我的邮箱地址是 wangjinzhan100@sina.com，或到我的博客 <http://blog.sina.com.cn/wangjinzhan> 中留言。

让学生在这套书中享受到轻松学习的快乐，让这套书成为学生不二的选择，让学生一旦拥有此书便可以轻松搞定所有学科，是我们编写这套丛书的初衷。期待你的好消息！

王进战





编者序

——数学哪有那么难

数学难,数学烦,数学作业做不完!这是很多学生的抱怨。数学真的那么难吗?数学真的那么让你厌烦吗?其实,同学们只是没有掌握学好数学的方法而已。

为了帮助同学们学好数学,教育专家王金战老师组织编写了《轻松搞定初中数学》专题系列图书。本系列图书秉承王金战老师“不求面面俱到,但求招招有效”的教育理念,针对同学们学习过程中的重点、难点、疑点、关键点和必考点进行精讲精练,帮助同学们自主学习、查缺补漏,进而从容应对薄弱环节,轻松搞定初中数学!

《轻松搞定初中数学》专题系列共分5册:《轻松搞定初中数学·数与式》《轻松搞定初中数学·方程(组)与不等式(组)》《轻松搞定初中数学·变量与函数》《轻松搞定初中数学·三角形与四边形》和《轻松搞定初中数学·图形的变换/圆》。每册分为若干篇,每篇根据内容分为若干讲,每讲设置“学习目标”“考情分析”“基础知识轻松学”“重难点轻松破”“课时作业轻松练”“中考试题初体验”和“我的错题本”7个栏目,书中穿插阶段检测,最后配有综合检测。

编写本系列图书时考虑到各个学段学生的不同需求,我们采取“先纵后横”“先分后总”的策略,即从整个初中学段同学们学习数学的实情出发,先以新课标要求的内容为“纵”,与教材顺序一致,进行知识的同步讲解,然后“横向”综合,整合相关的知识、构建知识网络,“让思维综合成块,让能力综合成型”,从而提高学生的学习效果。如专题《轻松搞定初中数学·数与式》中第17讲“纵向”讲述了实数、整式、分式、根式等关于数与式的基础知识,然后以非负数的应用、求代数式的值、数与式规律探索型问题、数与式中的数学思想方法、数与式在实际生活中的应用等,综合阐述了中考中关于这部分内容的必考题型、解题技巧和思想方法等,通过与其他专题的“横向”交叉整合,精讲精练,使同学们从容应对各种试题。思想方法领会了,解题技巧掌握了,成绩必然提高,学习效果自

然会好!

本系列图书是按照新课标编写,为通用的专题类图书,既适合初一、初二的学生同步使用,也适合中考复习初期使用,尤其适合中等学生。

本系列图书主要的特色栏目:

【篇首语】总体介绍本篇内容的重要程度、知识框架及学习重点,使同学们在进入该篇的具体学习之前先对要学习的内容有一个总体的了解,帮助同学理顺学习思路、把握学习重点。

【学习目标】通过分析课标,用简洁的语言列出本讲要学习的主要知识、技能以及要达到的学习效果,指明学习方向。既可提高学习的针对性,又便于同学检测学习效果。

【考情分析】概括分析本讲内容在中考中的考查方向、考查特点,及其在中考中所占的比例和重要程度,将平时学习与最后中考紧密结合。

【基础知识·轻松学】将重要的基础知识进行系统地提炼、归纳,列出知识清单。在重要知识点后面配以精讲,并在梳理基础知识的同时进行知识关联、学法指导、易错提醒、技巧点拨等,以帮助同学们轻松、快速地掌握本讲知识内容。

【重难点·轻松破】针对本讲的重点、难点和疑点进行专门讲解,总结解题方法,整理解题技巧和易错点攻克方法,轻松提升解题能力。

【变式练习】针对例题设置变式练习,变换考查方式,拓展相似、相关联知识点或题目类型,以帮助同学们理解并掌握该知识点或题型。

【课时作业·轻松练】本部分练习充分、全面,包括A基础题组和B提升题组两个等级,涵盖本讲涉及的重要考点或考查方式,目的是让同学们循序渐进地将该讲内容彻底掌握。

【中考试题·初体验】选取典型中考试题,让同学们初步了解本讲内容在中考中如何考查,体验中考试题的形式及难度,使同学们的学习与中考紧密结合。

【我的错题本】每讲最后设置“我的错题本”,方便同学对做错题目进行记录,分析错误原因,统计错误知识点,便于后期进行错题回顾,避免再错。

【阶段检测和综合检测】书中穿插设置了阶段检测,以便对前一段的学习效果进行检测,了解不足,及时改进。书中最后设置了综合检测,目的在于整体检验同学们的学习效果,查漏补缺。

选择《轻松搞定初中数学》的同学是幸运的,它会让你发现原来数学并不是那么难,数学学习可以如此轻松!

学会学习,轻松学习(丛书序)	I
数学哪有那么难(编者序)	III
1 第一篇 图形的初步认识	
第1讲 直线、射线、线段	3
第2讲 角	11
第3讲 相交线	19
第4讲 平行线	27
阶段检测一	34
38 第二篇 三角形	
第5讲 三角形边角关系	39
第6讲 全等三角形性质与判定	48
第7讲 角平分线与垂直平分线	55
第8讲 等腰三角形	62
第9讲 等边三角形	70
第10讲 勾股定理	75
第11讲 与三角形有关的辅助线添加技巧	84
阶段检测二	92
95 第三篇 平行四边形	
第12讲 平行四边形	96
第13讲 中位线	105
第14讲 矩形	111
第15讲 菱形	119
第16讲 正方形	127
第17讲 四边形综合题破解策略	134
阶段检测三	141
综合检测	144
参考答案	147



图形的初步认识

本篇是几何学习的初始内容,包含线段、角、相交线和平行线四部分,由于刚开始接触几何,很多学生不知道如何去学习几何,也不知道如何去解决几何问题。

图形方面:要学会看图,学会画图,通过看图和画图来培养自己的空间想象能力是非常重要的。

语言方面:很多同学能把问题想清楚,但是不能用文字表述清楚。需要记的一句话:几何语言最讲究言之有据,言之有理。也就是说没有根据的话不要说,不符合定理的话不要说。

至于怎样证明几何问题可从下面两个角度去研究:

1. 把几何中所有的定理分类.按定理的已知条件分类是性质定理,按定理的结论分类是判定定理。

如:平行于同一条直线的两条直线平行,既可以把它看成是两条平行直线的性质定理,也可以把它看成是两条直线平行的判定定理。

这样分类之后,就可以做到需要什么就可以找到什么,比如:我们要说明两个角相等,可以用下面的定理:

- (1)角平分线的定义;
- (2)同角(等角)的余角(补角)相等;
- (3)两直线平行,同位角(内错角)相等。

2. 明确自己要做什么。

一定要知道自己要做什么.在证明之前就要设计好路线,明确自己的每一步的目的,学会大胆假设,仔细推理。

学习几何并不像有的同学所描绘的那样:“几何,几何,尖尖角角,又不好看,又不好学”。其实几何是最具有形象性的一门科学,只要思想上重视,又注重学习方法,是完全可以学好的。

第一、要学好概念。首先弄清概念的三个方面:①定义——对概念的判断;②图形——对定义的直观形象描绘;③表达方法——对定义本质属性的反映。注意概念间的联系和区别,在理解的基础上记住公理、定理、法则、性质……

第二、要学好几何语言。

(1)关于文字语言。

什么是文字语言呢?像“直线上的一点和它一旁的部分叫做射线”“过两点有且只有一条直线”等就是文字语言。

(2)关于图形语言。

什么是图形语言呢?我们知道,几何的研究对象是几何图形,而几何图形记录着许多关于图形的知识,往往要比文字语言形象、直观。例如,图1表示“点 P 在直线 l 上”;图2表示“以 A, B 为端点的线段”;图3表示“延长线段 AB ”;图4表示“ $\angle 1$ 和 $\angle 2$ 互为邻补角”等。

(3)关于符号语言。

什么是符号语言呢?像 $AB = AC + BC$, $\angle \alpha = \angle \beta$, $\angle 1 + \angle 2 = 90^\circ$ 等都是符号语言。为了叙述几何概念及其相互关系,为了解决几何问题,我们经常要把文字语言和图形语言转化为符号语言。上述三种语言并非孤立的,而是紧密相联的。每一个几何概念均可用这三种语言来表达,学习几何语言,关键是要把几何图形与文字语言相联系,切实掌握文字语言、图形语言、符号语言之

间的“互译”技能. 几何概念一般用文字语言叙述,但在实际运用时通常要把它转化为符号语言. 例如:文字语言“线段 AB 的中点 M ”,既要学会“直译”为“ M 是线段 AB 的中点”,还要会“意译”为“ $AM = BM$ ”或“ $AB = 2AM$ ”或“ $AM = \frac{1}{2}AB$ ”等.

反之,对图形语言和符号语言要做到能用文字语言叙述. 如图 5,若 $\angle 1 = \angle 2$,则可用文字语言叙述为“ OC 是 $\angle AOB$ 的平分线”.

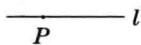


图 1



图 2

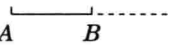


图 3

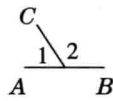


图 4

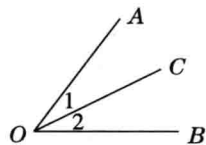


图 5

第三、要进行直观思维. 即根据书上的图形,动手动脑用硬纸板等做一些图形,进行详细观察分析,既可帮助我们加深对教材中的定理、性质的理解,进行直观思维,又可逐步培养观察力.

第四、要富于想象. 有的问题既要凭借图形,又要进行抽象思维. 比如,几何中的“点”没有大小,只有位置,而现实生活中的点和实际画出来的点就有大小. 所以说,几何中的“点”只存在于大脑思维中.“直线”也是如此,直线可以无限延伸,谁能把直线画到火星、再画到银河系、再画到广阔的宇宙中去呢? 直线也只存在于人们的大脑思维中.

第五、要边学习、边总结、边提高. 几何较之其他学科,系统性更强,要把自己学过的知识进行归纳、整理、概括、总结. 比如证明两条直线平行,除了利用定义证明外,还有哪些证明方法? 两条直线平行后,又具备什么性质? 在现实生活中,哪些地方利用了平行线? 只要细心观察,不难发现,教室墙壁两边边缘、门框、桌、凳、玻璃板、书页、火柴盒、大部分包装盒……处处存在着平行线.

第1讲

直线、射线、线段

学习目标

1. 认识直线、射线、线段的概念,掌握它们的符号表示.
2. 掌握基本事实:“两点确定一条直线”“两点之间,线段最短”,了解它们在生活和生产中的应用.
3. 理解两点间距离的意义,能度量两点间的距离.
4. 了解平面上两条直线具有相交与不相交两种位置关系.
5. 会比较线段的大小,理解线段的和、差及线段的中点等概念,会画一条线段等于已知线段.

考情分析

直线、射线和线段是基本的概念,是学习其他几何知识的基础,中考对这部分的考查主要集中在对基本概念、基本技能和规律探究的考查.常以填空题或选择题的形式出现,题目一般比较容易,所占的分值一般在3分以下.

基础知识

轻松学

一、直线

1. 直线的两种表示方法.

(1)用一个小写字母表示,如图 1-1 中的直线可记作直线 a .

(2)用这条直线上的两个点来表示,如图

1-2 中的直线可记作:直线 AB 或直线 BA .

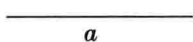


图 1-1



图 1-2

2. 点与直线的两种位置关系.

- (1)点在直线上,或者说直线经过这个点.
- (2)点在直线外,或者说直线不经过这个点.

3. 直线的两条基本性质.

- (1)经过两点有一条,并且只有一条直线.
- (2)两条直线相交只有一个交点.

精讲

直线的第一个性质包含两层含义,“有一条”说明存在一条直线,即肯定有一条.“只有一条”说明这条直线是“唯一”的,不会再有其他直线,这个性质也可理解为“两点确定一条直线”.

(3)直线两条性质的推广.

①过任意两点(任意三点都不在同一直线上)最多可画的直线条数:

点的个数	两个点	三个点	四个点	...	n 个点
图形			
直线条数	1 条	3 条	6 条	...	$\frac{n(n-1)}{2}$ 条

②两两相交的直线交点最多的个数:

直线条数	两条直线	三条直线	四条直线	...	n 条直线
图形			
交点个数	1 个	$1+2=3$ 个	$1+2+3=6$ 个	...	$\frac{n(n-1)}{2}$ 个

二、射线

1. 射线的定义.

直线上的一点以及一旁的部分.



精讲

射线有一个端点,它是直线的一个部分,它是一条“直的线”.与有头有尾的线段不同,射线是有头无尾,它的“头”就是端点.

2. 射线的表示方法.

(1) 用它的端点和射线上的另一点来表示.

(2) 用一个小写字母表示.

三、线段

1. 定义:直线上的两点及其之间的部分叫做线段,这两个点叫做线段的端点.



精讲

线段是直线的一个部分,将线段向两个方向无限延长就形成了直线.线段也是射线的一部分,将线段向一个方向无限延长就形成了射线.线段具有两个端点,它由两个端点及其之间的部分组成.

2. 线段的两种表示方法.

(1) 一条线段可以用它的两个端点的大写字母来表示.

(2) 一条线段可以用一个小写字母来表示.

3. 线段延长线:利用直尺可以把线段向任意一方延伸,线段向一方延伸的部分叫做线段的延长线.

如图 1-3,从 B 点开始把线段 AB 延长,常说成“延长线段 AB ”或“反向延长线段 BA ”.

对于图 1-4,从 A 点把线段 AB 进行延长,常说成是“延长线段 BA ”或“反向延长线段 AB ”.



图 1-3

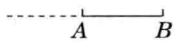


图 1-4



精讲

(1) 这里所说的线段 AB 和线段 BA 的延长线都是指图中的虚线部分,不包含线段 AB 部分.线段的延长线一般都画成虚线.

(2) 线段的延长线是讲方向的,作延长线时要特别注意表示线段的字母顺序,以便确定延长的方向.“线段 BA ”与“线段 AB ”是同一条线段,但“线段 AB 的延长线”与“线段 BA 的延长线”却是不同的.

4. 线段、射线、直线比较.

	直线	射线	线段
图例			
端点个数	0	1	2
表示时选取的点的位置	直线上任意两点	端点和射线上任一点	两个端点
读法	直线 AB 或直线 BA	射线 OC	线段 AB 或线段 BA
长度	无限长	无限长	可度量
联系	(1) 在直线上任取两点就可以得到一条线段;在射线上任取一点(端点除外)就可以得到一条线段;在直线上任取一点就可以得到两条射线. (2) 若把一条射线反向延长,或把一条线段向两方延长,都可以得到一条直线. (3) 直线、射线、线段都是直的.		

5. 线段的中点(二等分点).

定义:把线段分成相等的两条线段的点,叫做线段的中点.



精讲

中点的三种语言.

(1) 图形语言:如图 1-5.

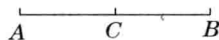


图 1-5

(2) 文字语言:如图 1-5,点 C 是线段 AB 的中点,则 $AC = CB$.

(3) 符号语言:①因为 $AC = CB$ (已知),所以点 C 是线段 AB 的中点(中点的定义).②因为点 C 是线段 AB 的中点(已知),所以 $AC = BC$ ($AC = \frac{1}{2}AB$ 或 $BC = \frac{1}{2}AB$ 或 $AB = 2AC$ 或 $AB = 2BC$) (中点的定义).

6. 三等分点、四分等点.

类似中点定义,把一条线段分成三条相等的线段的点叫做线段的三等分点.

把一条线段分成四条相等的线段的点叫做线段的四分等点.

四、线段公理及两点间距离

1. 线段的基本事实:两点之间所有连线中,线段最短.

2. 两点之间距离:两点之间线段的长度,叫做两点间的距离.

重难点轻松破

一、直线、线段、射线的计数问题

统计一个图形中直线、射线和线段的条数,是学习直线、线段和射线概念时的一个难点,因为不掌握正确的统计方法,极有可能漏数或重复计数,从而出错.

例 1 如图 1-6,图中有直线_____条,射线_____条,线段_____条.

分析:根据直线向两方延伸的特征,图中直线有 BC, AC 共两条;射线向一方延伸,以 A 为端点的射线有 3 条,以 B 为端点的射线有 3 条,以 C 为端点的射线有 4 条,以 D 为端点的射线有 1 条,线段有两个端点,图中共有线段 6 条.

答案:2,11,6

点评:线段的统计方式:可以逐点统计,由于每条线段在两个端点各被统计了一次,所以最后求出线段总和时,再除以 2 即可;射线条数也可以逐点统计,统计以该点为端点的射线有多少条,如以 A 为顶点的射线有 3 条.

变式练习 1 如图 1-7,图中共有线段()

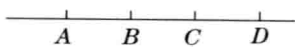


图 1-7

A. 3 条 B. 4 条 C. 5 条 D. 6 条

二、线段的作图问题

几何作图是几何的重要内容,与有关线段的作图问题有:(1)作一条线段等于已知线段;(2)画线段的延长线和反向延长线;(3)与“两点之间,线段最短”有关的作图问题.

1. 看图说话.

例 2 看图说话.

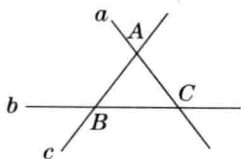


图 1-8

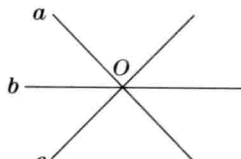


图 1-9

分析:可以发现,图 1-8 中,三条直线两两相交,交点分别为 A, B, C ,将这些描述处理就行了.图 1-9 中,三条直线都经过点 O .

解:图 1-8 可以读作直线 a, b, c 两两相交于点 A, B, C (还可以读作直线 AB, AC, BC 两两相交于点 A, B, C).

图 1-9 可读作直线 a, b, c 相交于同一点 O .

点评:平面上任意两条直线相交叫做直线两两相交,三条直线两两相交有两种情况:一种有三个交点,另一种只有一个交点.

变式练习 2 下列说法正确的是()

- A. 延长线段 AB 与延长线段 BA 表示同一种含义
- B. 延长线段 AB 到 C ,使得 $AC = BC$
- C. 延长线段 AB 与反向延长线段 AB 表示同一种含义
- D. 反向延长线段 AB 到 C ,使 $AC = AB$

2. 作线段的延长线与反向延长线.

例 3 如图 1-10,四点 A, B, C, D ,按照下列语句画出图形:

- (1)画线段 AB ;
- (2)画线段 BD ,作线段 BD 的延长线;
- (3)线段 AC 和线段 DB 相交于点 O ;
- (4)反向延长线段 BC .

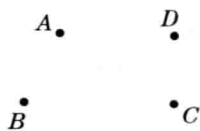


图 1-10

分析:(1)线段 AB ,就是用直尺将 A, B 两点用

直的线连结起来;(2)作线段 BD 的延长线是指从 D 开始,沿着 $B \rightarrow D$ 的方向画虚线;(3)画出 AC 和线段 DB ,它们相交的地方点个圆点,标上字母 O ;(4)反向延长线段 BC 即从点 B 开始,沿着 $C \rightarrow B$ 的方向画虚线.

解:如图 1-11 所示:

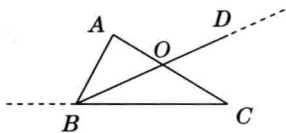


图 1-11

点评:过两点画线段就是用直尺连结两点,画线段的延长线的方向就是线段字母书写的顺序,反向延长线的方向就是线段字母书写的反方向.

变式练习 3 如图 1-12,已知线段 a, b, c ,用圆规和直尺画线段,使它等于 $a + 2b - c$.

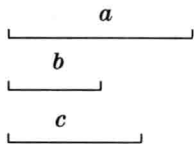


图 1-12

3. 利用“两点之间,线段最短”作图.

例 4 如图 1-13,平原上有 A, B, C, D 四个村庄,为解决当地缺水问题,政府准备投资修建一个蓄水池,不考虑其他因素,请你画图确定蓄水池 H 点的位置,使它与四个村庄的距离之和最小.

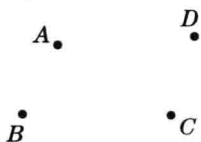


图 1-13

分析:要求出四个村庄的距离之和最小,即求出 $HA + HB + HC + HD$ 最小,要使得 $HA + HC$ 最小,则 H 点必须在线段 AC 上;要使得 $HB +$

HD 最小,则 H 点必须在线段 BD 上,所以 H 点应该在 AC 与 BD 的交点上.

解:如图 1-14,连结 AC, BD 交于点 H, H 点即为所求的点.

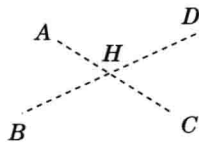


图 1-14

点评:涉及距离之和最短的问题,我们一般考虑使用“两点之间,线段最短”来解决.

变式练习 4 如图 1-15,直线 MN 表示一条铁路,铁路两旁各有 A, B 两个工厂,现要在靠近铁路处建一个货站,使它到两厂的距离和最短,问这个货站应建在何处?

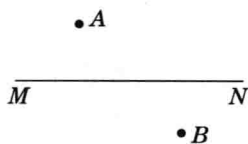


图 1-15

三、与线段有关的推理证明

1. 线段的和、差、倍、分——方程思想.

例 5 如图 1-16,在同一直线上有四点 A, B, C, D ,已知 $AD = \frac{5}{9}DB, AC = \frac{9}{5}CB$ 且 $CD = 4$ cm,求 AB 的长.



图 1-16

分析:由于 $AD = \frac{5}{9}DB, AC = \frac{9}{5}CB$,我们可借用这一关系,用一个未知数 x 设出这四个变量,又由于 $CD = 4$ cm,我们可以用含 x 的代数式表示出 CD 的长,即可得到一个关于 x 的一元一次方程,求出 x 的值,即可得到 AB 的长.

解: 设 $DB = x$ cm, 则 $AD = \frac{5}{9}x$ cm, $AB = \frac{14}{9}x$ cm.

$$\because AC = \frac{9}{5}CB, \therefore AC = \frac{9}{14}AB = \frac{9}{14} \times \frac{14}{9}x = x \text{ cm},$$

$$CB = \frac{5}{14}AB = \frac{5}{14} \times \frac{14}{9}x = \frac{5}{9}x \text{ cm}.$$

$$\therefore CD = DB - CB = \frac{4}{9}x \text{ cm}. \therefore CD = 4 \text{ cm},$$

$$\therefore \frac{4}{9}x = 4, \therefore x = 9.$$

$$\therefore AB = \frac{14}{9} \times 9 = 14 \text{ cm}.$$

点评: 当题目出现形如“ $AD = \frac{5}{9}DB$ ”或“ $AD:$

$DB = 5:9$ ”时, 我们一般考虑设未知数, 列方程解决这个问题. 当题目提供了某一线段长时, 我们一般考虑使用含未知数的代数式来表示这条线段的长, 即可得到一个方程, 从而求出未知数的值.

变式练习 5 线段 AB 上有两点 P, Q , 点 P 将 AB 分成两部分, $AP:PB = 2:3$; 点 Q 将 AB 也分成两部分, $AQ:QB = 4:1$; 且 $PQ = 3$ cm. 求 AP, QB 的长.

2. 与线段中点有关的推理.

例 6 如图 1-17, $AB = 16$ cm, C 是 AB 上任意一点, D 是 AC 的中点, E 是 BC 的中点, 求线段 DE 的长.



图 1-17

分析: 根据线段中点的定义, 可求出 $DC = \frac{1}{2}AC$, $CE = \frac{1}{2}BC$, 而 $DE = DC + CE$, 所以 $DE = \frac{1}{2}AC + \frac{1}{2}BC = \frac{1}{2}(AC + BC) = \frac{1}{2}AB$, 可求出 DE 的长.

解: 因为 D 为 AC 的中点 (已知), 所以 $DC =$

$\frac{1}{2}AC$ (中点的定义); 因为 E 是 BC 的中点 (已知), 所以 $CE = \frac{1}{2}BC$ (中点的定义).

$$\text{因为 } DE = DC + CE, \text{ 所以 } DE = \frac{1}{2}AC + \frac{1}{2}BC = \frac{1}{2}(AC + BC) = \frac{1}{2}AB.$$

因为 $AB = 16$ cm, 所以 $DE = 8$ cm.

点评: 求某个线段的长度时, 当这个线段的长不易直接表示时, 我们常常根据图形的特征, 将这个线段的长转化为另外几个易求长度的线段的和 (或差) 来解决.

变式练习 6 如图 1-18, 已知 $AB = 20$, C 为 AB 的中点, D 为 BC 上一点, E 为 BD 的中点, 且 $EB = 3$, 求 CD 的长.

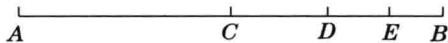


图 1-18

四、分类讨论思想的应用

分类讨论是一种逻辑方法, 是一种重要的数学思想, 同时也是一种重要的解题策略, 它体现了化整为零, 积零为整的思想与归类整理的方法.

例 7 在同一个学校上学的小明、小伟、小红三位同学住在 A, B, C 三个住宅区, 如图 1-19 所示, A, B, C 三点共线, 且 $AB = 60$ m, $BC = 100$ m, 他们打算合租一辆接送车去上学, 由于车位紧张, 准备在此之间只设一个停靠点, 为使三位同学步行到停靠点的路程之和最小, 你认为停靠点应该设在什么地方?

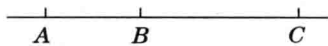


图 1-19

分析: 接送车的停靠点有 5 种可能情况, (1) 停靠点设在 A 住宅区; (2) 停靠点设在 A 住宅区与 B 住宅区之间; (3) 停靠点设在 B 住宅区; (4) 停靠点设在 B 住宅区与 C 住宅区之间; (5) 停靠点设在 C 住宅区. 要求出停靠点的位置, 我们需要分情况讨论.

解: (1) 停靠点设在 A 住宅区, 则路程总和为 220 m;

(2) 停靠点设在 A 住宅区与 B 住宅区之间, 则路程总和大于 160 m 而小于 220 m;

(3) 停靠点设在 B 住宅区, 则路程总和为 160 m;

(4) 停靠点设在 B 住宅区与 C 住宅区之间, 则路程总和大于 160 m 而小于 260 m;

(5) 停靠点设在 C 住宅区, 则路程总和为 260 m.
 综上可知, 确定接送车停靠点应设在 B 住宅区.

点评: 本题既考查了“线段最短”公理, 又考查了分类讨论的思想. 在解答某些数学问题时, 有时会遇到多种情况, 需要对各种情况加以分类, 并逐类求解, 然后综合得解, 这就是分类讨论法.

变式练习 7 如果线段 $AB = 6$ cm, $BC = 3$ cm, A, C 两点的距离为 d , 那么()

- A. $d = 9$ cm
 B. $d = 3$ cm
 C. $d = 9$ cm 或 $d = 3$ cm
 D. d 大小不确定

五、规律探究问题

例 8 两条直线相交, 有一个交点. 三条直线相交, 最多有多少个交点? 四条直线呢? 你能发现什么规律?

分析: 一边画图(如图 1-20), 一边把数据总结下来.

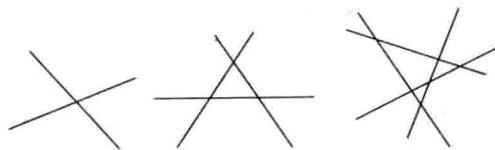


图 1-20

为了能更方便地看出数据间的关系, 最好设计一个表格, 如下表:

直线条数	2	3	4	...
最多交点个数	1	3	6	...

从表中观察“最多交点个数”一栏的相邻两个数据之差: $3 - 1 = 2$, $6 - 3 = 3$, $10 - 6 = 4$, $15 - 10 = 5$, ..., 找到这个差数与“直线条数”的关系就比较明显了, 如下表所示:

直线条数	2	3	4	...
最多交点个数	$1 = 1$	$1 + 2 = 3$	$1 + 2 + 3 = 6$...

原来, “最多交点个数”就是从 1 开始的连续正整数相加, 最后一个加数比直线的条数少 1. 如果有 n 条直线相交, 那么交点的个数最多有

$$1 + 2 + 3 + \dots + (n-1) = \frac{n(n-1)}{2} (\text{个}).$$

解: 三条直线相交, 最多有 3 个交点; 4 条直线相交, 最多有 6 个交点; 可以发现这样的规律: “最多交点个数”就是从 1 开始的连续正整数相加, 最后一个加数比直线的条数少 1. 如果有 n 条直线相交, 那么交点的个数最多有 $1 + 2 + 3 + \dots + (n-1) = \frac{n(n-1)}{2}$ (个).

点评: 本例可从简单的特例入手分析, 在线段数量增加的同时, 提高了思维难度, 通过总结得到具有一般性的规律. 这种“特殊→一般”的思维方式, 正是人类认识新事物、探索新规律常用的方法.

变式练习 8 如图 1-21,

- (1) 点 A, B, C 在直线 l 上, 则直线 l 上共有几条线段?
 (2) 如果直线 l 上有 5 个点, 则直线 l 上共有几条线段?
 (3) 如果直线 l 上有 100 个点, 则直线 l 上共有几条线段?
 (4) 如果直线 l 上有 n 个点, 则直线 l 上共有几条线段?

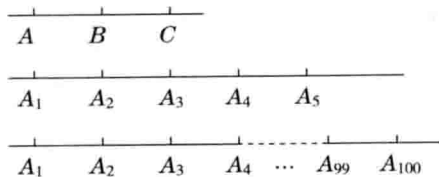


图 1-21

课时作业轻松练

A. 基础题组

1. 下列说法正确的是()
- A. 直线 CD 和直线 DC 是两条直线
 B. 射线 CD 和射线 DC 是两条射线
 C. 线段 CD 和线段 DC 是两条线段
 D. 直线 CD 和直线 a 不能是同一条直线
2. 下列说法正确的个数是()