

❖ 普通高等教育电子信息类规划教材 ❖

信号与系统

SIGNALS AND SYSTEMS



王丽娟 贾永兴 王友军 王渊 编著



机械工业出版社
CHINA MACHINE PRESS



本书赠送电子教案

普通高等教育电子信息类规划教材

信号与系统

王丽娟 贾永兴 王友军 王 渊 编著

机械工业出版社

本书以确定信号和线性时不变系统为分析对象, 阐述信号与系统的核心概念, 介绍信号线性分解的几种基本方法, 以及分析线性时不变系统的时域卷积法、傅里叶变换法、拉普拉斯变换法和 z 变换法, 还介绍 MATLAB 软件在信号与系统分析中的使用。

本书难易程度适中, 力求内容正确, 思路清晰, 易读好懂, 便于自学。在内容与习题编排上适合 40~60 学时的不同层次教学使用。

本书可作为高等院校电气电子信息类各专业以及工程技术类本科教材或者学习参考书, 也可作为成人教育、电子技术人员的培训教材, 或者电子工程技术爱好者的自学参考书。

图书在版编目 (CIP) 数据

信号与系统 / 王丽娟等编著. —北京: 机械工业出版社, 2014.8

普通高等教育电子信息类规划教材

ISBN 978-7-111-47533-0

I. ①信… II. ①王… III. ①信号系统—高等学校—教材 IV. ①TN911.6

中国版本图书馆 CIP 数据核字 (2014) 第 169980 号

机械工业出版社 (北京市百万庄大街 22 号 邮政编码 100037)

策划编辑: 李馨馨

责任编辑: 李馨馨

责任校对: 张艳霞

责任印制: 李 洋

三河市宏达印刷有限公司印刷

2015 年 1 月第 1 版 · 第 1 次印刷

184mm × 260mm · 18.75 印张 · 465 千字

0001—3000 册

标准书号: ISBN 978-7-111-47533-0

定价: 39.90 元

凡购本书, 如有缺页、倒页、脱页, 由本社发行部调换
电话服务

社服务中心: (010) 88361066

销售一部: (010) 68326294

销售二部: (010) 88379649

读者购书热线: (010) 88379203

网络服务

教材网: <http://www.cmpedu.com>

机工官网: <http://www.cmpbook.com>

机工官博: <http://weibo.com/cmp1952>

封面无防伪标均为盗版

前 言

“信号与系统”是一门极具生命力的学科基础课程。伴随信息科技的飞速发展,“信号与系统”理论的应用范围越来越宽,对前沿科技发展所起的基础性作用越加凸显,因而它从最初高等院校为本科无线专业开设的专业基础课扩展为电气电子信息类专业的学科基础课,以及一些非电类专业的必修或选修课程。不同的需要催生了不同层次与特点的教材,在现今信号与系统教材如此之多的情况下,促使编者着手组织编写这本教材的动因来自两方面:一是授课对象希望能把上课的教案整理成书,但更主要的动因还是想呈现编者对某些教学内容的不同认识与理解。本书以电类、工程应用类的本科学生以及电子信息技术人员为主要读者对象,在选编教材内容时,参照了 2007 年电子信息科学与电气信息类基础课程教学指导委员会的《信号与系统课程教学基本要求》修订稿;按 40~60 学时编写教材内容;基本原则是突出核心、近代、实用的概念和分析方法,放弃与弱化陈旧、应用价值小、分析烦琐的方法,用减法处理教学内容。

本书在编排上有如下几个特点:

1. 突出课程主线,篇幅集中在确定信号、LTI 系统和零状态响应的概念、特性、相互关系以及分析的基本思路与方法。在第 2 章系统时域分析的编排中,侧重与变换域分析方法贯通一致的卷积法,应用受限的经典法不作专门介绍。零输入响应的时域分析为可酌情取舍的内容。

2. 零输入响应时域分析方法的编写和相关结论与其他教材有所不同。这部分仅介绍用卷积法思路去求电系统的零输入响应问题,把求零输入响应与求零状态响应的思想方法统一在一起,并与 s 域电路模型的分析思路形成一致。分析结果显示,在有换路现象的电系统中,零输入响应的“0⁻系统”数学模型通常为非齐次微分方程,并且换路时刻的零输入响应以及零输入响应从一阶直到 $n-1$ 阶导数会发生跳变。

3. 通过揭示各种数学运算背后反映的物理现象、工程应用背景或分析问题的思想方法,有效地回答来自学生“为什么学?学了有什么用?”的种种疑问,希望能够激发学生主动学习的热情和欲望,培养理论联系实际的意识、习惯与技能。

4. 为了便于阅读,加强了章节编写思路与解题思路的阐述。比如,对于典型或综合性举例,总是先说明分析思路,再叙述具体步骤。通过在章节或例题的开头阐述思路,引导读者掌握思想方法,弄清知识点之间的关系,提高学习效率。除此之外,通过插入分析题与思考题,引导读者思考,加深对学习内容的理解,并且改变单调阅读的学习状态。

5. 为适应不同课时、不同层次的使用,在内容组织上,采用先连续后离散,先时域后

变换域的方法。若实施课时少,选择 1~4 章连续时间系统分析也是一个完整的体系。有了前四章的基础,自学离散部分的内容不是件难事。在习题编排上,分基本题与深入题两个层次。基本题侧重基本概念和分析方法,题目难度小,题型相对简单。深入题综合性、应用性较强,对理解力与运算能力的要求高。

6. 近年来,信号与系统实验逐步由硬件为主转变为以 MATLAB 软件为主,基于这一趋势,本书最后一章介绍了 MATLAB 的基本操作以及分析信号与系统的实例。

书中“*”表示可以酌情取舍的内容。使用本书的读者需要具备微积分知识,会解线性常系数微分方程,并有电路分析的基础知识,诸如元件的电压与电流关系、基尔霍夫定律,网孔分析法、节点分析法和等效电路分析法。

本书第 1 章由王友军和王渊共同编写,第 2、4、5、6 章由王丽娟编写,第 3、7 章由贾永兴编写。这里感谢机械工业出版社的编辑为本书的顺利出版创造了良好的条件。

由于编者的水平有限以及其他各种原因,书中出现错误或不妥之处在所难免,敬请同行和广大读者不吝批评指正,以便今后修改。

编 者

目 录

前言

第 1 章 绪论	1
1.1 信号与系统的概念	1
1.1.1 信号的概念	1
1.1.2 系统的概念	1
1.2 信号的描述与分类	2
1.2.1 信号的描述	2
1.2.2 信号的分类	3
1.3 连续时间信号的基本运算与变换	5
1.3.1 连续时间信号的基本运算	5
1.3.2 连续时间信号的基本变换	7
1.4 典型信号	9
1.4.1 复指数信号	10
1.4.2 抽样信号	11
1.4.3 奇异信号	11
1.5 连续时间信号的奇偶分解	18
1.6 系统模型、分类和基本连接方式	20
1.6.1 系统模型	20
1.6.2 系统分类	21
1.7 线性时不变系统	26
1.7.1 LTI 系统的基本特性	26
1.7.2 LTI 系统分析方法概述	27
1.8 习题	28
第 2 章 信号与 LTI 连续时间系统的时域分析	34
2.1 引言	34
2.2 LTI 连续时间系统的数学模型	37
2.2.1 算子符号与传输算子	37
2.2.2 用算子符号建立系统微分方程	39
2.2.3 边界条件	42
2.3 系统的单位冲激响应	43
2.4 卷积	47
2.4.1 卷积的定义和意义	48

2.4.2 卷积运算	50
2.4.3 卷积的性质	53
*2.5 零输入响应	59
2.6 习题	63
第3章 信号与系统的频域分析	69
3.1 引言	69
3.2 周期信号的傅里叶级数	69
3.2.1 三角形式的傅里叶级数	69
3.2.2 复指数形式的傅里叶级数	72
3.2.3 周期信号的频谱	73
3.2.4 典型周期信号的傅里叶级数	75
3.3 傅里叶变换	80
3.3.1 傅里叶变换的定义	80
3.3.2 傅里叶复系数 F_n 与频谱函数 $F(\omega)$ 的关系	82
3.3.3 常用信号的傅里叶变换	82
3.4 傅里叶变换的性质和定理	86
3.5 周期信号的傅里叶变换	99
3.6 系统的频域分析	100
3.6.1 系统函数	101
3.6.2 系统的频域分析	106
3.6.3 无失真传输	109
3.6.4 理想低通滤波器	112
3.7 时域采样定理	116
3.8 习题	121
第4章 LTI 连续时间系统的复频域分析法	126
4.1 引言	126
4.2 单边拉普拉斯变换	126
4.2.1 单边拉普拉斯变换的定义	127
4.2.2 单边拉普拉斯变换的收敛域	128
4.2.3 部分基本函数的单边拉普拉斯变换	130
4.3 单边拉普拉斯变换的常用性质与定理	131
4.3.1 性质	132
4.3.2 定理	137
4.4 拉普拉斯反变换	140
4.5 用拉普拉斯变换分析 LTI 连续时间系统	145
4.5.1 线性常系数微分方程的 s 域分析法	146
4.5.2 s 域电路模型分析法	148
4.5.3 系统函数	151
4.6 系统的零、极点分析	153



4.6.1	系统的零点与极点	153
4.6.2	$H(s)$ 的极点和零点分布与时域波形的关系	154
4.6.3	系统的稳定性	156
4.6.4	$H(s)$ 的零点和极点分布与频率特性的关系	160
4.7	LTI 连续时间系统的模拟	165
4.7.1	系统模拟的基本单元	165
4.7.2	直接型模拟	167
4.7.3	其他模拟形式	171
4.8	习题	174
第 5 章	序列与 LTI 离散时间系统的时域分析	181
5.1	引言	181
5.2	离散时间信号 —— 序列	181
5.2.1	序列及序列的表示方法	181
5.2.2	序列的变换与运算	182
5.2.3	常用序列	185
5.2.4	卷积和	189
5.3	LTI 离散时间系统的时域分析	194
5.3.1	LTI 离散时间系统的特性	194
5.3.2	LTI 离散时间系统的数学模型与模拟	196
5.3.3	LTI 离散时间系统的零输入响应	198
5.3.4	LTI 离散时间系统的单位脉冲响应	200
5.3.5	LTI 离散时间系统的零状态响应与全响应	205
5.4	习题	208
第 6 章	LTI 离散时间系统的 z 域分析	212
6.1	序列的 z 变换	212
6.1.1	z 变换的定义	212
6.1.2	z 变换的收敛域	212
6.2	z 变换的性质与定理	218
6.2.1	z 变换的常用性质	218
6.2.2	z 变换的常用定理	225
6.3	逆 z 变换	228
6.4	离散时间系统的 z 域分析	232
6.4.1	用 z 变换解差分方程	232
6.4.2	LTI 离散时间系统的系统函数	237
6.5	z 变换与拉普拉斯变换的关系	240
6.6	习题	243
第 7 章	MATLAB 应用	248
7.1	引言	248
7.2	MATLAB 入门	248

7.2.1	MATLAB 基本操作	248
7.2.2	可视化	249
7.3	连续时间系统时域分析的 MATLAB 实现	250
7.3.1	时域信号产生	250
7.3.2	时域信号的运算	253
7.3.3	系统响应的求解	257
7.4	连续时间系统频域分析的 MATLAB 实现	259
7.4.1	傅里叶级数	259
7.4.2	傅里叶变换与反变换	261
7.4.3	系统函数	264
7.4.4	系统响应	265
7.5	连续时间系统复频域分析的 MATLAB 实现	266
7.5.1	拉普拉斯变换与反变换	266
7.5.2	系统函数	268
7.5.3	系统响应	269
7.6	离散时间系统时域分析的 MATLAB 实现	271
7.6.1	离散时间信号的产生	271
7.6.2	离散时间信号的运算	272
7.6.3	离散时间系统的响应求解	275
7.7	离散时间系统 z 域分析的 MATLAB 实现	276
7.7.1	z 变换和反变换	276
7.7.2	系统函数	279
7.7.3	系统响应求解	280
附录	部分习题答案	281
参考文献		292

第 1 章 绪 论

1.1 信号与系统的概念

1.1.1 信号的概念

人们在日常活动中无时无刻不在与信号打交道。阅读书籍、观赏风景离不开光信号，倾听音乐、人际交谈离不开声信号，打电话、听广播离不开电信号。信号在人们的社会活动中不可缺少。究竟什么是“信号”？简言之，人们之间的信息交流首先要用约定的符号把信息表达出来，比如，用语言、文字、手语、图形、数据等。要把这些符号由信息的发送者传送给信息的接收者，需要借助某种运载工具，信号就是携带了信息的运载工具。比如，当利用光波作为载体传送符号时，就是光信号；当传送符号的运载工具是电压或电流时，就是电信号。这些声信号、光信号、电信号尽管物理形态各不相同，但共同特征都是携带和传播信息的物理载体。

不同物理形态的信号通过相关器件或装置可以相互转换。比如，传声器把声信号转换为电信号；扬声器则把电信号转换为声信号；数码相机把光信号转换为电信号。在各类不同物理形态的信号中，由于电信号容易产生、处理和控制，所以应用最广泛，各种携带了信息的符号往往通过电信号进行传输、交换、存储、提取等。本书只讨论电信号，以下就简称为信号。

信号理论包括信号分析和信号传输与处理。信号分析主要研究信号的描述、分解、变换和检测方法，揭示信号的性质与特征，以及信号各种特征（时域特征和频域特征）之间的对应关系。信号传输与处理则是探讨按某种需要对信号进行加工和传输的技术与方法，涉及的领域非常广泛，包括噪声抑制、干扰滤除、信号平滑、信号增强、信号编码、信号调制解调、信号加密与解密、信号特征提取、信号识别等。

1.1.2 系统的概念

系统无处不在，小到分子、原子，大到宇宙，从人文、社会科学到自然科学、工程技术领域都涉及系统的概念。系统可以是自然的，也可以是人工的；可以是物质的，也可以是非物质的。系统一般定义为：由若干相互联系和相互作用的事物按一定规律组合而成的、具有特定功能的整体。比如，生物系统、交通运输系统、航天测控系统、GPS 全球定位系统、计算机操作系统、通信系统、自动控制系统及社会经济系统等。本书侧重讨论传输和处理电信号的电系统。从硬件角度看，电系统是若干相互作用和相互联系的电路按一定规律组合而成、具有特定功能的整体。若从软件上看，系统则是处理信号的一种算法。

系统理论包括系统分析和系统综合两个方面。系统分析是指在给定系统和激励的条件下，求系统响应，着重分析与了解系统的特性和功能。系统综合又称系统设计，是指在给定

系统功能和指标要求的情况下,设计出符合要求的系统。

信号与系统是不可分割的整体,它们相互依存,紧密联系,两者的关系如图 1-1 所示。



图 1-1 信号与系统关系示意图

信号是系统的输入和输出,系统则是对输入信号进行传输、处理的物理装置或者算法。把只

有一个输入和一个输出的系统称为单输入/输出系统;有多个输入和多个输出的系统则称为多输入/输出系统。

信号分析是信号处理与信号传输的基础,单输入/输出系统的分析是多输入/输出系统分析的基础,系统分析又是系统设计的基础。作为信号与系统学科的入门课程,本书着重学习信号分析和单输入/输出系统的分析。在内容编排上,前四章系统地介绍连续时间信号与系统的基本概念和一系列分析方法;第 5、6 章则介绍离散时间信号与系统的概念和分析方法。连续时间信号与系统分析理论和离散时间信号与系统分析理论很相似,只要理解并掌握了前 4 章内容,就可以把连续时间信号与系统的相关概念、分析方法和结论移植到离散时间信号与系统的分析中去,进而提高学习效率,起到事半功倍的学习效果。当然“连续”与“离散”有区别,请读者在学习要多比较,注意它们的不同特点。

1.2 信号的描述与分类

1.2.1 信号的描述

研究信号首先要解决信号的描述问题。常见的信号描述方法有三种。

1. 数学表达式

具有某一确定的规律,能用数学表达式描述的信号是最理想和完美的信号。例如:

$$f(t) = 2e^{-4t} \cos 2t \quad (1-1)$$

$$F(\omega) = \frac{0.5}{\omega^2 + 4} \quad (1-2)$$

由于信号用函数或数学表达式描述,所以本书对“信号”和“函数”两个名词不做区别,相互通用。根据观察角度不同,数学表达式的自变量除了时间 t 外,也有可能是角频率、排列序号或者平面位置等其他物理量。若自变量是时间 t ,见式 (1-1),则称为时间函数;若自变量是角频率 ω ,见式 (1-2),则称为频域函数。信号的自变量可以是多个,但本书仅限于讨论单一自变量的信号。

2. 波形图

有些信号不能用数学表达式描述,但可以画出波形。比如携带了信息的信号都具有随机性,如图 1-2 所示,无法用确定的时间函数来表示。



图 1-2 随机信号

3. 数据串

信号可以是一系列的数据,对这样的信号则用数据串描述。

1.2.2 信号的分类

根据观察视角与研究方向不同,对信号有不同的分类。比如,根据载体的物理形态可把信号分为:电信号、声信号、光信号、磁信号等;若按携带的消息类型分类,则有语音信号、图像信号、数据信号、生物信号、天文信号等;若按用途可把信号分为:通信信号、广播信号、雷达信号、电视信号、遥测信号、控制信号等;若按信号占用的频段划分,有低频信号、高频信号、微波信号、无线信号等。

从数学描述的角度,可对信号进行以下几种划分。

1. 连续时间信号与离散时间信号

若按自变量是否能连续取值来划分,信号分为连续时间信号和离散时间信号。

在某个区域里,除有限不连续点外,自变量都连续取值,称这类函数为连续时间信号。信号的值域可以连续取值,也可以离散取值,如图 1-3 所示。把自变量和因变量(信号值)都连续取值的信号称为模拟信号,如图 1-3a 所示。又如,函数 $\sin\omega_0 t$, e^{-at} 。



图 1-3 连续时间信号

把自变量只能离散取值的信号称为离散时间信号。或者说,只在某些离散时刻有定义,而在其他时间无定义的信号称为离散时间信号。在离散时间信号中,把自变量取值离散,因变量取值连续的信号称为抽样信号。比如,图 1-4a 所示的 $\sin\Omega T n$ 波形是对模拟信号 $\sin\Omega t$ 按等间隔 T 抽样而得到的抽样信号,即 $\sin\Omega T n = \sin\Omega t|_{t=nT}$ 。需要说明,所谓 $\sin\Omega T n$ 取值连续是指 $\sin\Omega T n$ 在纵轴 $[-1, 1]$ 区间没有不能取值的禁区。把自变量和因变量都离散取值的信号称为数字信号,如图 1-4b 所示。

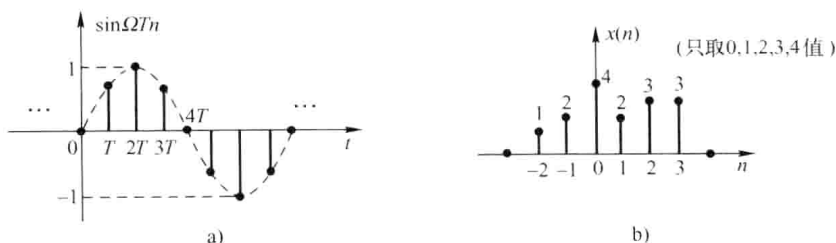


图 1-4 离散时间信号

a) 抽样信号 b) 数字信号

2. 周期信号与非周期信号

如果在整个 $(-\infty, \infty)$ 时间域里,每隔 T 时间段,信号波形按完全相同的规律重复,则把这类信号称为周期信号,有

$$f(t) = f(t + nT) \quad n = 0, \pm 1, \pm 2, \dots \quad (1-3)$$

周期 T 、角频率 ω 和频率 f 三者的关系为

$$T = \frac{2\pi}{\omega} = \frac{1}{f}$$

其中, T 的单位为秒 (s); ω 的单位为弧度/秒 (rad/s); f 的单位为赫兹 (Hz)。

一个绝对无始无终的周期信号在现实中不存在。在实际应用中, 只要在我们关注的时间范围内, 信号具有周期性, 就可以当成周期信号去分析。

非周期信号可看作周期无穷大的周期信号, 其函数值没有周而复始的重复变化规律。

例 1-1 判断信号 $f(t) = \begin{cases} \cos 2\pi t & t \geq 0 \\ 0 & t < 0 \end{cases}$ 是否为周期信号? 若是, 请确定其周期。

解: 周期信号是在 $-\infty < t < \infty$ 整个时间域周而复始变化的函数, 本题信号 $f(t)$ 仅在 $t \geq 0$ 区间具有周期性, 故 $f(t)$ 不是周期信号。

3. 能量信号与功率信号

若从能量角度观察信号, 有能量信号和功率信号之分。

假如加在 1Ω 电阻两端的电压为 $u(t)$, 则 1Ω 电阻消耗的能量为 $E = \int_{-\infty}^{\infty} u^2(t) dt$ 。抽去 $u(t)$ 的物理背景, 把这个概念推广到任意信号, 则得到能量信号的如下定义:

若实数信号 $f(t)$ 满足

$$E = \int_{-\infty}^{\infty} f^2(t) dt < \infty \quad (1-4)$$

则 $f(t)$ 为能量信号。式 (1-4) 的积分值是信号 $f(t)$ 的能量。可见, 所谓能量信号就是能量有限的信号。

由式 (1-4) 不难推断, 在有限时间区域内定义的信号, 只要信号值域有限, 就一定是能量信号。在无限时间域内定义的信号, 若 $\lim_{t \rightarrow \pm\infty} f(t) \neq 0$, 式 (1-4) 一定不成立, 故不衰减的信号不是能量信号。比如, 直流信号和周期信号。

倘若信号能量无限大, 但平均能量有限, 把这样的信号定义为功率信号。若有

$$0 < P = \lim_{T \rightarrow \infty} \frac{1}{T} \int_{-T/2}^{T/2} f^2(t) dt < \infty \quad (1-5)$$

则称 $f(t)$ 为功率信号。式 (1-5) 的积分值为信号功率。

根据式 (1-5) 可推断, 幅值有限的周期信号一定是功率信号。当 $f(t)$ 是周期信号时, 只需计算一个周期的平均能量, 式 (1-5) 简化为

$$P = \frac{1}{T} \int_{-T/2}^{T/2} f^2(t) dt \quad (1-6)$$

由定义可知, 能量信号的平均功率为零; 功率信号的能量为无穷。因此, 一个信号不可能既是能量信号又是功率信号。

例 1-2 判断信号 $f(t) = \begin{cases} 10t & t \geq 0 \\ 0 & t < 0 \end{cases}$ 是能量信号还是功率信号。

分析思路: 通常先计算能量, 若有限, 判断为能量信号, 若无限, 进一步计算功率。若功率有限, 则是功率信号, 否则, 判断两者都不是。

解：因 $\lim_{t \rightarrow \infty} f(t) \neq 0$ ，所以 $f(t)$ 不是能量信号。又有

$$P = \lim_{T \rightarrow \infty} \frac{1}{2T} \int_{-T}^T f(t)^2 dt = \lim_{T \rightarrow \infty} \frac{1}{2T} \int_0^T (10t)^2 dt \rightarrow \infty$$

故判断 $f(t)$ 既不是能量信号，也不是功率信号。

由该例可见，按能量信号与功率信号分类并不能涵盖所有信号。有些信号的能量和功率都无穷大，它们既非能量信号，又非功率信号。

4. 因果信号与非因果信号

按函数非零值的起始位置划分，可把信号分为因果信号与非因果信号。当 $t < 0$ 时，信号 $f(t) = 0$ ，则称 $f(t)$ 为因果信号，否则，是非因果信号。

5. 确定信号与随机信号

按函数值是否具有预知性，把信号分为确定信号和随机信号。

确定信号：对自变量的每个取值，都有确定的函数值与之对应的一类信号。确定信号服从某种确定的变化规律，其走向是可预知的，比如， $\cos 10^6 t$ 。在实际应用中，确定信号可由信号产生器生成。

随机信号：对自变量的每个取值，函数值有若干个，或无穷多个可能的取值，取什么值是随机的，不确定的，但服从一定的概率分布。随机信号不能用确定的时间函数来描述，波形曲线走向不可预见。电子电路中的热噪声和电流噪声就属于随机信号。

按信息论理论，确定信号没有任何信息量，只有随机信号才携带信息，通信网络传输的语音信号、图像信号等都是随机信号。确定信号通常用作传递信息的载体，或在测量技术中使用。有些实际信号在一定范围内，与确定信号有相近的特点，可以用确定信号近似。

分析与判断：请分析与判断下面说法的正确性并阐述理由。

- 1) 连续时间信号都是模拟信号。
- 2) 离散时间信号都是数字信号。
- 3) 一个信号不是能量信号就是功率信号，反之亦然。
- 4) 非周期信号一定是能量信号。
- 5) 功率信号不可能是因果信号。
- 6) 能量信号必然是非周期信号。

1.3 连续时间信号的基本运算与变换

信号的运算与变换是对信号传输与处理的数学描述。信号经过一系列的运算与变换后，可由一种信号转换为另一种信号。连续时间信号的基本运算包括：加、乘、微分和积分。基本变换有：平移、反褶、尺度变换。在每一个基本运算与变换的背后都有其物理背景。信号的任何复杂运算与变换是这些基本运算与变换的组合。

1.3.1 连续时间信号的基本运算

信号的运算是对信号值域，或说对因变量进行的运算。

1. 信号的加 —— $f_1(t) + f_2(t)$

设 $f_1(t) = 2$, $f_2(t) = \cos \omega_0 t$, $y(t) = f_1(t) + f_2(t) = 2 + \cos \omega_0 t$, 这三个连续时间函数的波形如图 1-5 所示。两信号相加产生一个新的信号, 新生信号在某一时刻的值等于两相加信号在同一时刻的瞬时值相加。

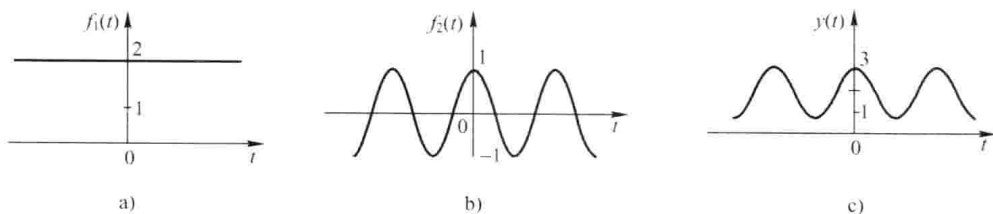


图 1-5 信号加运算波形

“加运算”有很丰富的应用背景。比如, 彩色电视信号由图像的亮度信号、色差信号与伴音信号叠加构成; “卡拉 OK”是把演唱者的歌声与背景音乐叠加在一起; 受到加性干扰的信号可描述为有用信号与干扰信号的叠加。

2. 信号的乘 —— $f_1(t) \times f_2(t)$

两个信号相乘产生一个新的信号, 该信号在某一时刻的值等于两信号在同一时刻的瞬时值相乘。

设 $f_3(t) = \cos 10\omega_0 t$, $f(t) = y(t) \times f_3(t) = (2 + \cos \omega_0 t) \cos 10\omega_0 t$, $f_3(t)$ 与 $f(t)$ 的波形如图 1-6 所示。余弦函数 $\cos 10\omega_0 t$ 的振幅按 $(2 + \cos \omega_0 t)$ 的轨迹变化, 在通信技术中, 称 $f(t)$ 为调幅信号。信号的调制、解调、混频等处理技术都可以抽象为乘法运算。

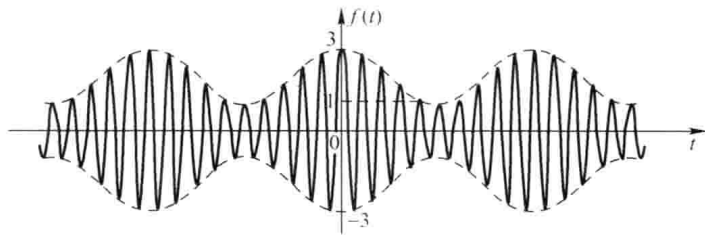


图 1-6 信号乘运算图形

3. 信号的微分 —— $\frac{df(t)}{dt}$

信号 $f(t)$ 与一阶导函数 $f'(t)$ 的波形如图 1-7 所示。图形给我们的直观映象是, 信号一阶导数值的大小与信号时域波形的变化快慢成正比。时域波形变化快, 信号微分值大; 时域波形变化慢, 微分值小; 时域波形不变化, 微分为零。微分处理信号的作用是突出信号的变化部分, 用在图像处理上, 可增强图形边缘轮廓的清晰度。

实现信号微分的方法不少, 比如, RC 电路、RL 电路和集成运算放大器电路, 最简单的物理原型是电容元件和电感元件, 它们的电压与电流之间存在微分关系。

电容元件为

$$i_C(t) = C \frac{du_C(t)}{dt}$$

电感元件为

$$u_L(t) = L \frac{di_L(t)}{dt}$$

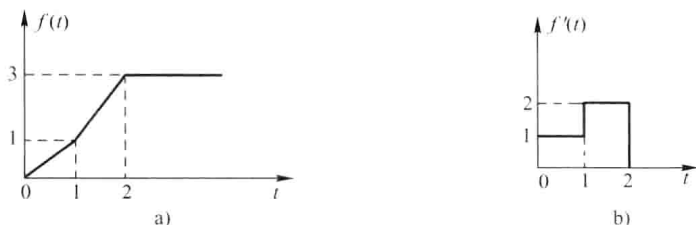


图 1-7 信号微分运算波形

4. 信号的积分 —— $\int_{-\infty}^t f(\tau) d\tau$

信号 $f(t)$ 与 $\int_{-\infty}^t f(\tau) d\tau$ 的波形如图 1-8 所示。由图可见，信号积分的作用正好与信号微分相反。图 1-8a 所示波形在 $t = 0$ 处有一个跳变，信号 $f(t)$ 经过积分处理后，突变部分被平滑。在通信技术中，利用积分的这一特点可削弱时域变化快的突发性干扰。



图 1-8 信号积分运算波形

同样，电容、电感、RC 电路、RL 电路和集成运算放大器电路也都能实现信号的积分运算。电容与电感积分形式的伏安关系分别为

$$u_C(t) = \frac{1}{C} \int_{-\infty}^t i_C(\tau) d\tau$$

$$i_L(t) = \frac{1}{L} \int_{-\infty}^t u_L(\tau) d\tau$$

1.3.2 连续时间信号的基本变换

信号的变换是对自变量的运算。

1. 平移 —— $f(t \pm t_0)$

若自变量是时间单位，则平移也称为时移。设 $t_0 > 0$ ，信号 $f(t)$ 、 $f(t-t_0)$ 和 $f(t+t_0)$ 的波形如图 1-9 所示。当 $f(t)$ 的自变量由 t 更换为 $t-t_0$ 时，时移信号 $f(t-t_0)$ 的波形起点在 $t-t_0=0 \rightarrow t$

$= t_0$, $f(t)$ 的波形朝正时间轴方向移动一个 t_0 的距离。 $f(t-t_0)$ 出现的时间比 $f(t)$ 晚, 故为延时信号。同理, $f(t+t_0)$ 的起点在 $t = -t_0$, $f(t+t_0)$ 的波形由 $f(t)$ 的波形朝负时间轴方向移动一个 t_0 而获得。

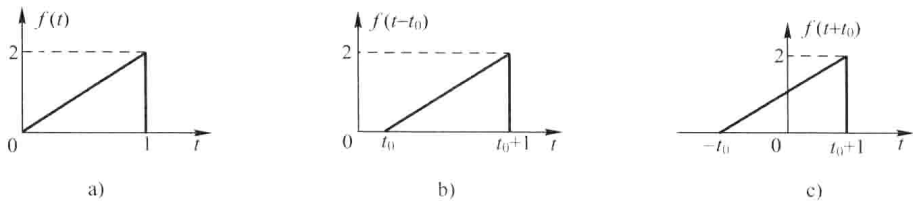


图 1-9 信号的时移

时移可描述电信号的传递。若甲地发送的信号为 $f(t)$, 在理想情况下, 乙地接收到的信号可描述为 $kf(t-t_0)$ 。比如, 当甲乙两地距离 $s = 1500\text{km}$ 时, 电磁波的传播延时是 5ms 。信号时延在雷达、声纳探测和地震检测中得到了充分应用。

2. 反褶 —— $f(-t)$

将信号 $f(t)$ 的自变量由 t 替换成 $-t$, 则信号变为 $f(-t)$ 。在图形上, $f(-t)$ 是 $f(t)$ 以纵轴为轴心的反褶波形, 如图 1-10 所示。可见, $f(t)$ 与 $f(-t)$ 波形关于纵轴镜像对称。信号反褶是对原信号进行首尾对调的处理, 在不少的影视片中能见到这种视频处理的方法。



图 1-10 信号的折叠

3. 尺度变换 —— $f(at)$

尺度变换的物理背景是对信号时域波形进行压缩或扩展的处理, 从而改变信号的变化速度。图 1-11 给出了信号 $f(t)$ 尺度变换前后的不同波形。由图可见, 当 $a > 1$ 时, 自变量尺度压缩 a 倍, 原信号的 t_1 时刻被压缩至 t_1/a 时刻, 波形变化加剧。同理, 当 $0 < a < 1$ 时, 自变量尺度扩展 $1/a$ 倍, 原信号的 t_1 时刻扩展至 t_1/a 时刻, 波形变化趋缓。

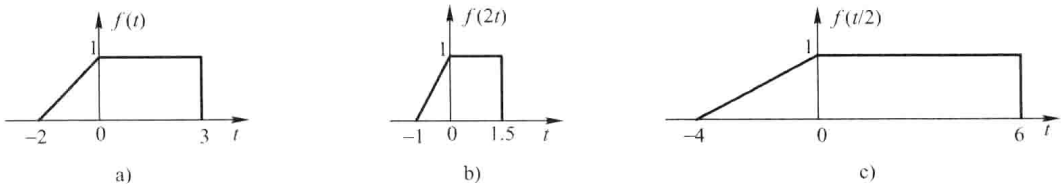


图 1-11 信号的尺度变换

a) 原信号 b) 压缩 2 倍的信号 c) 扩展 2 倍的信号

在日常生活中不乏使用信号尺度变换的例子, 比如选择回放电视节目时, 利用尺度压缩