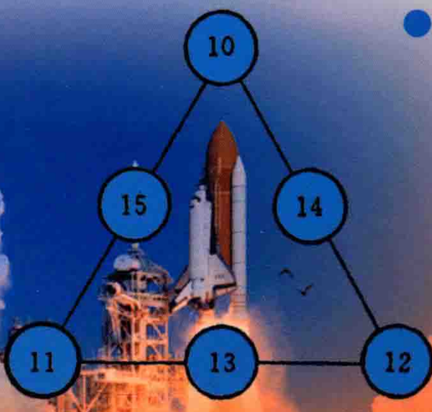
生活·数学·社会

——初中数学应用问题集

● 主　编　陈守义
● 副主编　魏和清
　　　　　宁理东
　　　　　陈国祥



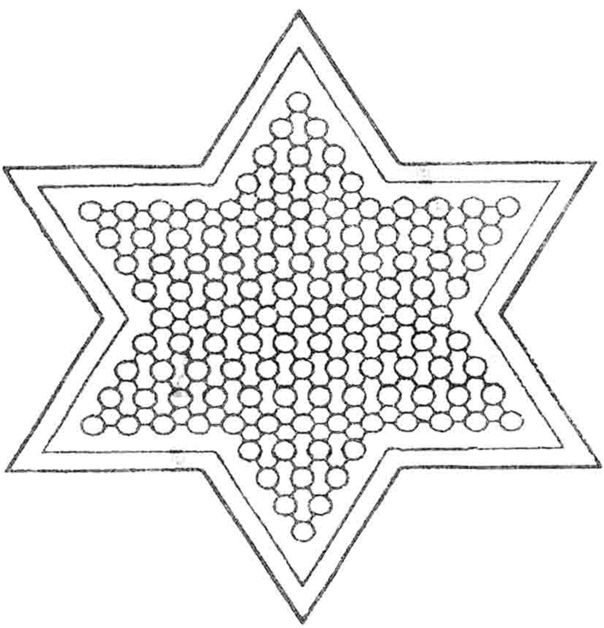
上海科学技术出版社

生活·数学·社会

——初中数学应用问题集

主　编　陈守义

副主编　魏和清　宁理东　陈国祥



上海科学技术出版社

内 容 提 要

为了更好地培养学生的创新意识和实践能力，全面推动素质教育，我们组织了部分有教学经验的教师和教学研究人员编写了一本有特色、有新意的《初中数学应用问题集》. 本书既重视联系生活，联系社会，又重视数学实习活动和数学思想方法，同时通过一些探索性和开放性问题的研究，有助于启迪思维，优化思路，增强应用意识.

本书列出数学与生活、数学与社会、数学实习活动、数学思想方法、探索题、开放题共六篇，每篇包括例题精讲、习题新编、解题指南三部分. 例题精讲部分为学生详细分析和阐述了一些经典题目；习题新编部分编写和搜集了一些新颖而又贴近生活、贴近实际有创意的题目，给学生提供练习的机会；解题指南部分是习题精编部分的解答，对学生有积极的指导作用，供学生参考和学习. 本书对初中学生和自学青年在初中数学应用题和综合题的解题能力和探索精神会有很大帮助，可供初二、初三年级学生选用，也可供初中数学教师参考.

责任编辑　周玉刚

生活 · 数学 · 社会

——初中数学应用问题集

主　编　陈守义

副主编　魏和清　宁理东　陈国祥

世纪出版集团
上海科学技术出版社　出版、发行

（上海瑞金二路 450 号　邮政编码 200020）

新华书店上海发行所经销　常熟市文化印刷有限公司印刷

开本 850×1168　1/32　印张 11.75　字数 310 000

2004 年 2 月第 1 版　2004 年 2 月第 1 次印刷

印数：1～5 200

ISBN 7-5323-7322-3/G · 1586

定价：18.00 元

编者的话

创新意识和实际应用能力的培养是学生学习数学的重要目的之一.为此,我们编写了一本与传统习题完全不同的初中数学应用问题集.该书既强调数学联系生活、联系社会,又重视数学思想方法和数学实验,同时也搜集了一些探索性和开放式习题,以帮助学生更好地培养创新意识和应用能力.

本书所选的多数题目是新编或改编的,既新颖又富有挑战性,它能帮助学生从中学到思考问题和分析问题的方法.

参加本书编写的作者有(按姓氏笔划为序)宁理东、刘伟、刘爱华、陈守义、陈国祥、魏和清、魏思敏.

由于编写时间仓促,难免有疏漏、差错和不当之处,敬请广大读者批评指正.

编　者

2003 年 3 月

目 录

第一篇 数学与生活 …… 1
例题精讲 …… 1
习题新编 …… 16
解题指南 …… 26
第二篇 数学与社会 …… 38
例题精讲 …… 38
习题新编 …… 64
解题指南 …… 84
第三篇 数学实习活动 …… 114
例题精讲 …… 115
习题新编 …… 122
解题指南 …… 129
第四篇 数学思想方法 …… 141
一、转化思想 …… 141
例题精讲 …… 141
习题新编 …… 150
解题指南 …… 151
二、数形结合思想 …… 155
例题精讲 …… 155
习题新编 …… 160
解题指南 …… 162
三、分类讨论思想 …… 169
例题精讲 …… 170

习题新编……175
解题指南……176
四、方程思想……182
例题精讲……183
习题新编……191
解题指南……193
五、换元法……198
例题精讲……198
习题新编……204
解题指南……206
六、配方法……213
例题精讲……215
习题新编……220
解题指南……221
七、待定系数法……225
例题精讲……226
习题新编……239
解题指南……240
八、同一法和反证法……250
例题精讲……250
习题新编……258
解题指南……259
第五篇　探索题……266
例题精讲……266
习题新编……283
解题指南……302
第六篇　开放题……340
例题精讲……340
习题新编……354
解题指南……358

第一篇

数学与生活

例 题 精 讲

例 1 某社区服务公司为拓宽就业渠道，建了一个自行车保管站. 该站在某个星期日接受保管的自行车共有 3800 辆次，其中电动车保管费是每辆次 0.50 元，一般自行车每辆次 0.30 元.

(1) 若设一般车停放的辆次为 x，总的保管费收入为 y 元，试写出 y 关于 x 的函数关系式；

(2) 若估计前来存放的 3800 辆次自行车中，电动车的辆次不小于 25%，但不大于 40%，试求该保管站这个星期日收入保管费总数的范围.

分析 本题中存在两种基本数量关系，一是：

总的保管费收入＝电动车保管费收入＋一般车保管费收入；

二是：

一天内某种车日保管费收入＝每辆车保管费×日保管车的辆次数. 要求总的保管费收入，只需分别求出每种车保管费收入即可，由于每种车每辆的保管费是已知的，且知保管一般车为 x 辆次，电动车为 $(3800-x)$ 辆次，于是总的保管费收入就可以表示为 x 的函数了.

要求出一天总的保管费收入的范围，只需要根据题设求出 x 的取值范围，再根据一次函数的性质求解即可.

解 (1) 根据题意，得

$$y=0.3x+0.5(3800-x).$$

整理，得

$$y=-0.2x+1900 \quad (x\text{ 是正整数}, 0\leqslant x\leqslant 3800).$$

(2) 由于电动车停放的辆次数不小于 3800 的 25%，但不大于

3800 的 40%，也就是一般自行车停放辆次是在 $3800\times60\%$ 与 $3800\times75\%$ 之间.

因此，得

$y=-0.2x+1900$ （x 是正整数，且 $2280\leqslant x\leqslant2850$）

当 $x=2280$ 时，$y=-0.2\times2280+1900=1444$；

当 $x=2850$ 时，$y=-0.2\times2850+1900=1430$.

答：这个星期日保管站保管费的收入在 1430 元至 1444 元之间.

说明 若设电动车停放的辆次为 x，则一般车停放辆次为 $(3800-x)$.

依题意，得

$$y=0.5x+0.3(3800-x).$$

整理，得

$$y=0.2x+1140 \quad (x\text{ 为正整数}, 950\leqslant x\leqslant1520).$$

例 2 在政府关怀下，下岗女工杨云办起了一个个体书店. 某日她去批发市场购买某种图书，第一次购书用 100 元，按该书定价 2.80 元出售，并很快售完. 由于该书畅销，第二次购书时，每本的批发价已比第一次高 0.50 元，用去了 150 元，所购书数量比第一次多 10 本；当这批书售出 $\frac{4}{5}$ 时，出现滞销，便以定价的 5 折售完剩余的图书. 试问杨云第二次售书是赔钱了，还是赚钱了（不考虑其他因素）？若赔钱，赔多少？若赚钱，赚多少？

分析 本题是研究部分下岗职工再就业从事经商活动中的有关问题. 要研究此类问题，首先必须弄清“赔”和“赚”的基本含义及其来历：它们都是由“（商品出售款额）－（商品购入款额）”所引起的. 因此解决这类问题的关键在于，设法计算出商品出售款额和商品购入款额.

其次，这类问题中隐含的基本数量关系是：

商品购入款额＝购入单价×购入数量；

商品出售款额＝出售单价×出售数量.

根据上述的思考方法，要研究本题中第二批售书的赔或赚，由于购入款额已知为 150 元，只要求出出售款额即可. 由于出售单价分别为每本 2.80 元和 $\frac{2.80}{2}$ 元，需求出第二批购进的数量，若设为 x 本，只要建立一个关于 x 的

方程即可.为此设第二次购书为 x 本,则第一次购书为 $(x-10)$ 本.又第一次购书共用 100 元,可得每本书进价是 $\frac{100}{x-10}$ 元,知第二次购书进价是 $\left(\frac{100}{x-10}+0.5\right)$ 元,由于第二次购书用去 150 元,可得关于 x 的方程 $x\left(\frac{100}{x-10}+0.5\right)=150$.求解时只要注意到在一般情况下,商品购入价不会高于出售价的实际情况就行了.然后根据每本按 2.80 元的价格算出 $2.8\times\frac{4}{5}x$(元)和每本打五折算出 $2.8\times\frac{5}{10}\times\frac{1}{5}x$(元),继之算出第二次售书的总钱数并与第二次购书用去的 150 元相比较,便知是赔还是赚,及赔或赚多少元.当然也可设第一次购书 x 本,则第二次购书为 $(x+10)$ 本,这时,方程为

$$(x+10)\left(\frac{100}{x}+0.5\right)=150.$$

解 设第二次购书为 x 本,则第一次购书为 $(x-10)$ 本,根据题意,得

$$x\left(\frac{100}{x-10}+0.5\right)=150.$$

整理,得

$$x^2-110x+3000=0.$$

解方程,得 $x_1=50,x_2=60$.

经检验: $x_1=50,x_2=60$ 都是原方程的根.

当 $x=50$ 时,每本书的批发价为 $150\div50=3$(元),高于书的定价,不合题意,舍去.

当 $x=60$ 时,每本书的批发价为 $150\div60=2.5$(元),低于书的定价,符合题意.

因此第二次购书 60(本).

$$\therefore\quad \left(60\times\frac{4}{5}\times2.8+60\times\frac{1}{5}\times2.8\times\frac{1}{2}\right)-150$$

$$=151.2-150=1.2(\text{元}).$$

答:杨云第二次售书仍是赚了,共赚 1.20 元.

说明 也可设第一次购书的批发价为 x 元,则第二次购书的批发价为 $(x+0.5)$ 元,依题意,得

$$\frac{100}{x}+10=\frac{150}{x+0.5}.$$

经求解、检验、讨论，从而求出 $x=2$.

因此第二次购书是 $150\div(2+0.5)=60$(本).

例 3 为加强公民的节水意识，某城市制定了以下用水收费标准：每户每月未超过 7 米^3 时，每立方米收费 1.00 元并加收 0.20元的城市污水处理费；超过 7 米^3 的部分每立方米收费 1.50 元并加收 0.40 元的城市污水处理费. 设某户每月用水量为 x(米^3)，应缴水费为 y(元).

(1) 分别写出用水量未超过 7 米^3 和多于 7 米^3 时，y 与 x 间的函数关系式；

(2) 如果某居住小区共有用户 50 户，某月共缴水费 541.60 元，且每户的用水量均未超过 10 米^3，求这个月用水未超过 7 米^3 的用户最多可能有多少户？

分析 (1) 本题为节约用水问题，其中隐含的基本数量关系是：每户每月缴水费=(每立方米水价)×(户月用水量). 应用时应注意：

一、如果把“用水”的概念理解为“净水取用及其用后污水处理的全过程”，则可以运用上述关系式解决加收污水处理费的问题.

二、户月用水超与不超标准收费办法不同的问题，可采取分类计算的方法，即运用基本关系式分别计算出不超标部分费用总额，和超标部分的费用总额，然后相加即可.

于是不难求出，当户月用水量不超过 7 米^3 时，

$$y=1.2x \quad (0\leqslant x\leqslant 7). \qquad ①$$

当超过 7 米^3 时，

$$y=1.9x-4.9 \quad (x>7). \qquad ②$$

(2) 本小题是上述两个函数式的实际的综合应用. 若设不超标的最多为 t 户，则可用函数式①计算这些户的缴费总额；而超标的$(50-t)$户可用函数式②计算其支付总额. 两者之和就是 50 户支付总额 541.60 元. 但运用两函数式计算时，怎样选定各自的用水量 x 的值，才能使不超标户数最多呢？

在用水户数一定(50 户)，支付水费总额一定(541.60 元)，且户用水量有上限(均不超过 10 米^3)的情况下，影响不超标户数多少的因素主要有两个：其一，对不超标用户而言，月均用水量越低，所占户数就越少. 若不然，就凑不

够已知的支付总额 541.60 元，故要使不超标户数最多，必须使其月均用水量达到最高，即 x 取 7 米^3；其二，对于超标户而言，当他们支付的水费总额有限时，月均用水量越高，则其所占的户数就越少，故当户均用水量达到最高，即 x 取 10 米^3 时，超标户所占户数最少，从而使未超标户数达到最高. 于是不难列出方程：$1.2\times7\times t+(1.9\times10-4.9)(50-t)=541.6$.

解 (1) 根据题意，得

当 $0\leqslant x\leqslant7$ 时，$y=(1.0+0.2)x$，

即
$$y=1.2x;$$

当 $x>7$ 时，$y=(1.0+0.2)\times7+(x-7)\times(1.5+0.4)$，

即
$$y=1.9x-4.9.$$

(2) 设这个月用水量未超标户为 t 户，则用水超标户为 $(50-t)$ 户. 根据题意，得

$$1.2\times7\times t+(1.9\times10-4.9)(50-t)=541.6.$$

解方程，得 $t=28.6$.

由于收费受 541.60 元的限制. 所以取 $t=29$ 符合题意.

答：这个月用水未超过 7 米^3 的用户最多可能有 29 户.

例 4 实际测试表明，1 千克重的干衣物用水洗涤和拧干，湿重为 2 千克. 今用浓度为 1% 的洗衣粉溶液洗涤 0.5 千克干衣物，然后用总量为 20 千克的清水分两次漂洗，假设在洗涤和漂洗的过程中，残留在衣物中的溶液浓度和它所在的溶液中的浓度相等，且每次洗、漂后都需拧干再进入下一道操作，问怎样分配这 20 千克清水的用量，可以使残留在衣物上的洗衣粉溶液浓度最小？残留在衣物上的洗衣粉有多少毫克（保留三个有效数字）？

$\left(\text{溶液浓度}=\dfrac{\text{溶质的质量}}{\text{溶液的质量}}\times100\%，1\text{ 千克}=10^6\text{ 毫克}\right)$

分析 此题是一道关于浓度知识的数学问题. 若设第一次漂洗用水 x 千克，从而第二次漂洗用水 $(20-x)$ 千克. 要使残留在衣物上的溶液浓度 y 最小，可首先求出浓度 y 关于用水量 x 的函数关系式，然后根据函数的性质解决之.

由于"残留在衣物上的溶液浓度，和所在的溶液中的浓度相等"，故只要求出第二次漂洗时的溶液浓度的表达式即可.

第二次漂洗溶液浓度$=\dfrac{\text{残留溶质质量}}{\text{溶液的质量}}$，由“1 千克重的干衣用水洗后拧干，湿重为 2 千克”知，第二次漂洗溶液质量为$(20-x+0.5)$千克. 故关键是求出第一次漂洗后拧干，残留在衣物上的溶质的质量. 由第一次用 x 千克清水漂洗后的浓度为$\dfrac{0.5\times1\%}{x+0.5}$，则此时残留在衣物上的溶质的质量为$\dfrac{0.5\times1\%}{x+0.5}\times0.5$千克，第二次加入$(20-x)$千克清水后的溶液浓度 $y=\dfrac{\dfrac{0.5\times1\%}{x+0.5}\times0.5}{20-x+0.5}=-\dfrac{1}{4(x-10)^2+441}\times1\%$，要求 y 的最小值，只需求出分母的最大值即可.

解 设第一次用水为 x 千克，则第二次用水为$(20-x)$千克. 由题设知，第一次用 x 千克清水漂洗拧干后，衣物上所含溶液浓度为$\dfrac{0.5\times1\%}{x+0.5}$，其残留溶质质量为$\dfrac{0.5\times1\%}{x+0.5}\times0.5$千克. 令第二次漂洗后溶液浓度为 y，根据题意，得

$$y=\frac{\dfrac{0.5\times1\%}{x+0.5}\times0.5}{20-x+0.5}.$$

化简，得 $$y=\frac{1}{-4(x-10)^2+441}\times1\%.$$

显然，当 $x=10$ 时，分母的取值最大，此时分数的值最小，即函数值最小. 故用水的方法是每次用 10 千克清水漂洗，可使残留在衣物上的溶液浓度最小.

由于第二次漂洗拧干后，残留在衣物上的溶液为 0.5 千克，又知其最小浓度为$\dfrac{1}{441}\times1\%$，故残留在衣物上的溶质的质量为

$$\frac{1}{441}\times1\%\times0.5\text{ 千克}=\frac{1}{88200}\times10^6\text{ 毫克}\approx11.3\text{ 毫克}.$$

即残留在衣物上的洗衣粉约有 11.3 毫克.

答：每次用水 10 千克时，可使残留在衣物上溶液浓度最小，残留在衣物上的洗衣粉约为 11.3 毫克.

说明 通过数学的方法，使我们得到一个洗涤衣物的漂洗规则：在可能

的情况下，每次用水总量的$\frac{1}{2}$漂洗，可使残留在衣物上的溶液浓度最小.

例 5 某医药研究所开发了一种新药，在试验药效时发现，如果成人按规定剂量服用，那么服药后 2 时血液中含药量最高，达每毫升 6 微克（1 微克$=10^{-3}$毫克），接着逐渐衰减，10 时时血液中含药量为每毫升 3 微克，每毫升血液中含药量 y（微克）随时间 x（时）的变化如图 1-1 所示，当成人按规定剂量服药后：

(1) 分别求出 $x\leqslant 2$ 和 $x\geqslant 2$ 时 y 与 x 之间的函数关系式；

(2) 如果每毫升血液中含药量为 4 微克或 4 微克以上时在治疗时是有效的，那么这个有效时间是多长？

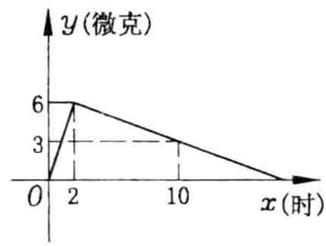


图 1-1

分析 由于药效随着时间的变化而变化，且在不同的时间段内药效有增、有减，结合图形观察是如下分段函数：当 $0\leqslant x\leqslant 2$ 时是正比例函数的图象，趋势是递增；当 $x\geqslant 2$ 时是一次函数的图象，趋势是递减. 又当 $0\leqslant x\leqslant 2$ 时正比例函数图象经过点(2,6)，当 $x\geqslant 2$ 时一次函数的图象经过点(2,6)和(10,3)，故可利用待定系数法求出函数的解析式分别为 $y=3x(0\leqslant x\leqslant 2)$；$y=-\frac{3}{8}x+\frac{27}{4}(x\geqslant 2)$.

由题意知，所谓有效时间就是每毫升血液中含药量大于或等于 4 微克情况下的延续时间，其图象是图 1-1 中纵坐标满足 $4\leqslant y\leqslant 6$ 的部分，显然有效时间是直线 $y=4$ 与原图象两个分支的两个交点的横坐标之差（取正值）.

解 (1) 设所求正比例函数为

$$y=kx.$$

由图 1-1 知，当 $0\leqslant x\leqslant 2$ 时，函数图象过(2,6)点，

$\therefore$ $6=2k$，得 $k=3$.

$\therefore$ 当 $0\leqslant x\leqslant 2$ 时，$y=3x$.

设所求的一次函数为 $y=k'x+b$.

由图 1-1 知，函数图象经过点(2,6)、(10,3).

$$\therefore \begin{cases} 6=2k'+b, \\ 3=10k'+b. \end{cases}$$

解方程组，得 $\begin{cases} k'=-\dfrac{3}{8}, \\ b=\dfrac{27}{4}. \end{cases}$

∴ 当 $k\geqslant 2$ 时，$y=-\dfrac{3}{8}x+\dfrac{27}{4}$.

(2) 把 $y=4$ 代入 $y=3x$ 中，得 $x_1=\dfrac{4}{3}$；

把 $y=4$ 代入 $y=-\dfrac{3}{8}x+\dfrac{27}{4}$ 中，得 $x_2=\dfrac{22}{3}$.

所以由正比例函数和一次函数的性质，得

$$t=x_2-x_1=\frac{22}{3}-\frac{4}{3}=6.$$

答：这个有效时间是 6 时.

说明 这是一道与医药知识有关的数形结合的题目，从图中可以看出当 $\dfrac{4}{3}\leqslant x\leqslant\dfrac{22}{3}$ 时，$y\geqslant 4$；所以在 $\dfrac{4}{3}\leqslant x\leqslant\dfrac{22}{3}$ 的时间内，都是有效的时间，此题除了运用一次函数的数学知识外，还渗透了一些医药药理方面的知识.

例 6 某居民小区按照分期付款的形式福利售房，政府给予一定的贴息. 小明家购得一套现价为 120000 元的房子，购房时首期（第一年）付款 30000 元，从第二年起，以后每年应付房款 5000 元与上一年剩余欠款利息的和. 设剩余欠款年利率为 0.4%.

(1) 若第 $x(x\geqslant 2)$ 年小明家交付房款 y 元，求年付款 y（元）与 x（年）之间的函数关系式；

(2) 将第三年、第十年应付房款填入下列表格中：

年　份	第一年	第二年	第三年	…	第十年
缴房款	30000 元	5360 元		…	

分析 (1) 本题实质上是一个贷款购房问题. 解决这类问题，首先必须注意一个社会常识，就是还贷款时，除需还所贷本金外，还需另付这笔本金在贷期内产生的利息.

其二，题中告诉的还款办法是：

年付款额＝年付房款5000元＋上一年剩余欠款利息.

理解这一公式要注意三点：

① “年付款额”包括还本金、付利息两个部分.其中“年付房款5000元”就是这一年应还的房款本金，而“上一年剩余欠款利息”是这一年应还的利息数，它不能抵房款本金；

② “上一年剩余欠款”，是指上一年房款本金的剩余欠款，它是本年付息的基础；

③ 公式是把第二年作为起点的，利息的计算方法是：

年利息＝上一年房款本金剩余欠款×年利率0.4%.

其三，求年付款 y(元)与 x(年)之间的函数关系式，可采取由特殊到一般、概括归纳的方法.由题意，知

第二年付款 $5000+90000\times 0.4\%$(元)；

第三年付款 $5000+(90000-5000)\times 0.4\%$(元)；

第四年付款 $5000+(90000-5000\times 2)\times 0.4\%$(元)；

第五年付款 $5000+(90000-5000\times 3)\times 0.4\%$(元)；

……

到第 x 年付款 $5000+[90000-5000(x-2)]\times 0.4\%$(元).

从而不难求得

$$y=5400-20x \quad (x\geqslant 2).$$

(2) 要求第三年、第十年应付的房款，只需把3、10分别代入上述函数式，求出相应的 y 值即可.

解 (1) $y=5000+[90000-(x-2)\times 5000]\times 0.4\%$

$=5400-20x(x\geqslant 2)$；

(2) 当 $x=3$ 时，$y=5400-20\times 3=5340$；

当 $x=10$ 时，$y=5400-20\times 10=5200$；

故第3年和第10年分别付款5340元和5200元.

说明 此题根据第二年、第三年、第四年、第五年等付款的规律，归纳出了第 x 年的付款数量，从而求得 y 与 x 间的函数关系式，这种思考问题的方法是“(不完全)归纳法”，一般应进一步给出证明才能认为它是正确的.鉴于初中知识有限，我们直接承认了它的正确性.这种方法在以后的学习中会经常用到.

例7 为发展电信事业，方便用户，电信公司对移动电话采用

不同的收费方式. 其中,使用的“便民卡”与“如意卡”,在某市范围内每月(30 天)的通话时间 x(分)与通话费 y(元)的关系如图 1-2 所示.

(1) 分别求出通话费 y_1(用便民卡),y_2(用如意卡)与通话时间 x 之间的函数关系式;

(2) 请帮用户计算一下,在一个月内使用哪种卡便宜?

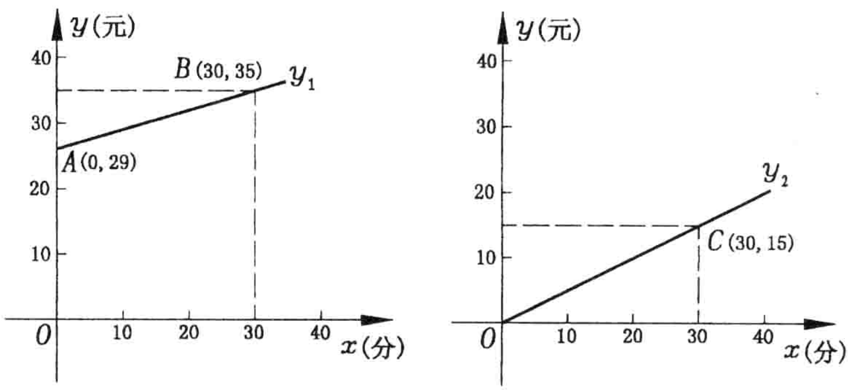


图 1-2

分析 (1) 本题要求把图象法表示的函数翻译成用解析法表示的函数. 关键是会读出图象中隐含的信息:其一,读清坐标系中纵、横坐标表示的意义,如本题中,横坐标表示通话时间(分),纵坐标表示通话费(元);其二,搞清图象的类型. 如本题中直线 y_1 不过原点,是一次函数. 直线 y_2 过原点,是正比例函数;其三,抓住关键点. 即能把图象唯一确定下来的最少的已知点的坐标. 如直线 y_1 上 $A(0,29)$,$B(30,35)$;直线 y_2 上 $0(0,0)$,$B(30,15)$. 在此基础上,运用待定系数法求出图象表示的函数解析式即可. 如本题中,$y_1=\frac{1}{5}x+29$,$y_2=\frac{1}{2}x$.

(2) 要解决使用哪种卡便宜的问题,可采取作差比较法. 如本题中,若 $y_1-y_2>0$,则表示使用“如意卡”便宜;若 $y_1-y_2=0$,表示使用哪一种卡都一样;若 $y_1-y_2<0$,表示使用“便民卡”比较便宜. 与每种情况相应的,都可以建立一个关于 x 的不等式或方程,从而解出与每种情况相对应的时间范围.

解 (1) 设 $y_1=k_1x+b$,$y_2=k_2x$. 由图 1-2 可知:

$\because$ 直线 y_1 过点 $A(0,29)$和点 $B(30,35)$,

$$\therefore \quad \begin{cases} 29=b, \\ 35=30k_1+b. \end{cases}$$

解方程组，得 $\begin{cases} k_1=\dfrac{1}{5}, \\ b=29. \end{cases}$

$\because$ 直线 y_2 经过点 $C(30,15)$ 和 $O(0,0)$，

$\therefore$ $15=30k_2$，从而 $k_2=\dfrac{1}{2}$.

$\therefore$ $y_1=\dfrac{1}{5}x+29 \quad (0\leqslant x\leqslant 43200)$；

$y_2=\dfrac{1}{2}x \quad (0\leqslant x\leqslant 43200)$.

(2) 当 $y_1=y_2$ 时，$\dfrac{1}{5}x+29=\dfrac{1}{2}x$，$x=96\dfrac{2}{3}$；

当 $y_1>y_2$ 时，$\dfrac{1}{5}x+29>\dfrac{1}{2}x$，$x<96\dfrac{2}{3}$；

当 $y_1<y_2$ 时，$\dfrac{1}{5}x+29<\dfrac{1}{2}x$，$x>96\dfrac{2}{3}$.

所以当通话时间等于 96 分 40 秒时，使用两种卡的收费一致；当通话时间小于 96 分 40 秒时，使用“如意卡”便宜；当通话时间大于 96 分 40 秒时，使用“便民卡”便宜.

说明 本题考查一次函数的应用，题目的背景是人们熟悉的电话卡业务，很有现实意义，此题是“数形结合”题，其解题的一般方法是由图象求解析式，再运用解析式求解其他问题.

例 8 某园林的门票每张 10 元，一次使用. 考虑到人们的不同需求，也为了吸引更多的游客，该园林除保留原来的售票方法外，还推出了一种购买“个人年票”的售票方法(个人年票从购买日起，可供持票者使用一年). 年票分 A、B、C 三类：A 类年票每张 120 元，持票者进入园林时，无需再购买门票；B 类年票每张 60 元，持票者进入该园林时，需再购买门票，每次 2 元；C 类年票每张 40 元，持票者进入该园林时，需再购买门票，每次 3 元.

(1) 如果你只选择一种购买门票的方式，并且你计划在一年