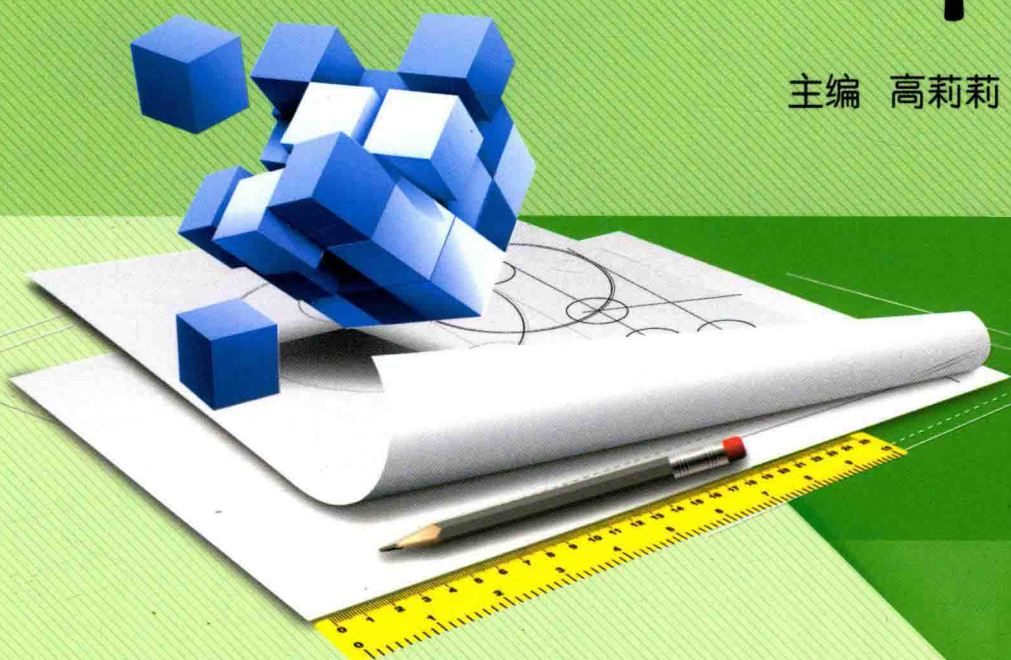




中等职业教育“十二五”规划教材

数学辅导与自测 (基础模块) 下册

主编 高莉莉 王朝武



 江苏大学出版社
JIANGSU UNIVERSITY PRESS

中等职业教育“十二五”规划教材

数学辅导与自测

(基础模块)

下 册

主编 高莉莉 王朝武



 江苏大学出版社
JIANGSU UNIVERSITY PRESS

镇 江

内 容 提 要

本书是与中等职业教育教材《数学(基础模块)下册》相配套的学生用书,是根据《中等职业学校数学教学大纲》的要求进行编写的。

本书共分5章,主要包括:数列,平面向量,直线和圆的方程,立体几何,概率与统计初步。本书中,每章都以节为单位,每节包括“重点与难点辅导”、“教材习题解析”和“自我检测题”,每章末尾还包括“教材复习题解析”和“本章自我检测题”。在书的最后,还附有检测题答案,以供学生查阅。

本书可供中等职业学校的教师和学生使用。

图书在版编目(CIP)数据

数学辅导与自测:基础模块.下册/高莉莉,王朝武主编.——镇江:江苏大学出版社,2013.7
ISBN 978-7-81130-504-3

I. ①数… II. ①高… ②王… III. ①数学课—中等专业学校—教学参考资料 IV. ①G634.603

中国版本图书馆CIP数据核字(2013)第132387号

数学辅导与自测(基础模块)下册

Shuxue Fudao yu Zice (Jichu Mokuai) Xiace

主 编 / 高莉莉 王朝武

责任编辑 / 吴昌兴 徐 婷

出版发行 / 江苏大学出版社

地 址 / 江苏省镇江市梦溪园巷30号(邮编:212003)

电 话 / 0511-84446464(传真)

网 址 / <http://press.ujs.edu.cn>

排 版 / 北京金企鹅文化发展中心

印 刷 / 北京市科星印刷有限责任公司

经 销 / 江苏省新华书店

开 本 / 787 mm×1 092 mm 1/16

印 张 / 8.75

字 数 / 181千字

版 次 / 2013年7月第1版 2013年7月第1次印刷

书 号 / ISBN 978-7-81130-504-3

定 价 / 18.00元

如有印装质量问题请与本社营销部联系(电话:0511-84440882)



本书是与中等职业教育教材《数学(基础模块)下册》相配套的学生用书,是根据《中等职业学校数学教学大纲》的要求进行编写的。

本书共分5章,按照教材的章节顺序进行编写。每章都以节为单位,每节包括“重点与难点辅导”、“教材习题解析”和“自我检测题”,每章末尾还包括“教材复习题解析”和“本章自我检测题”。在书的最后,还附有检测题答案,以供学生查阅。

本书结构清晰,每一节均先进行知识结构梳理,对重点、难点进行总结;随后对教材习题进行解析,加深学生对知识的理解;最后让学生进行自我检测,强化学生对知识的掌握。

本书设置了多种题型,同时降低了习题难度,真正遵守新大纲的要求,使学生学习并掌握职业岗位和生活中所必需的数学基础知识,引导学生逐步养成良好的学习习惯、实践意识、创新意识和实事求是的科学态度,提高学生的就业能力与创业能力。

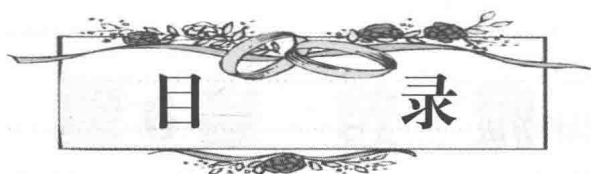
在编写过程中,我们参考了大量的文献资料。在此,向这些文献的作者表示诚挚的谢意。

由于编写时间仓促,加之编者水平有限,书中疏漏与不当之处在所难免,敬请广大读者批评指正。

本书配有精美的教学课件,读者可到北京金企鹅文化发展中心网站(www.bjjqe.com)进行下载。

编者

2013年5月



目 录

第6章 数 列	1
6.1 数列的概念	1
6.2 等差数列	4
6.3 等比数列	8
教材复习题解析	13
本章自我检测题	15
第7章 平面向量	18
7.1 平面向量的概念	18
7.2 平面向量的线性运算	20
7.3 平面向量的坐标表示	25
7.4 平面向量的内积	30
教材复习题解析	33
本章自我检测题	35
第8章 直线和圆的方程	38
8.1 两点之间的距离与线段中点的坐标	38
8.2 直线的方程	42
8.3 两条直线的位置关系	48
8.4 圆	55
教材复习题解析	62
本章自我检测题	67
第9章 立体几何	71
9.1 平面的基本性质	71
9.2 直线与直线、直线与平面、平面与平面平行的判定与性质	74
9.3 直线与直线、直线与平面、平面与平面所成的角	78
9.4 直线与直线、直线与平面、平面与平面垂直的判定与性质	83
9.5 柱、锥、球及其简单组合体	87
教材复习题解析	90
本章自我检测题	93

第 10 章 概率与统计初步	97
10.1 计数原理	97
10.2 概率	100
10.3 总体、样本与抽样方法	105
10.4 用样本估计总体	108
10.5 一元线性回归	113
教材复习题解析	117
本章自我检测题	119
检测题答案	123

第6章 数列

6.1 数列的概念

【重点与难点辅导】

1. 按照一定次序排成的一列数称为数列。数列中的每一个数称为这个数列的项。
2. 数列 $\{a_n\}$ 的第 n 项与项数 n 之间可以用通项公式来表达，但并不是所有的数列都有通项公式。

【教材习题解析】

习 题 6.1

1. 已知数列的前4项，写出它们的一个通项公式。

(1) 2, 3, 4, 5;

(2) -3, -6, -9, -12;

(3) 1, 8, 27, 64;

(4) $\frac{1}{1 \times 2}, -\frac{1}{2 \times 3}, \frac{1}{3 \times 4}, -\frac{1}{4 \times 5}$.

解答 (1) 该数列的前4项都等于项数加1，所以其通项公式为

$$a_n = n + 1.$$

(2) 该数列的前4项都等于项数乘以-3，所以其通项公式为

$$a_n = -3n.$$

(3) 该数列的前4项都等于对应项数的立方，所以其通项公式为

$$a_n = n^3.$$

(4) 该数列前4项与其项数的关系为

$$a_1 = \frac{(-1)^{1+1}}{1 \times (1+1)},$$

$$a_2 = \frac{(-1)^{2+1}}{2 \times (2+1)},$$

$$a_3 = \frac{(-1)^{3+1}}{3 \times (3+1)},$$

$$a_4 = \frac{(-1)^{4+1}}{4 \times (4+1)}.$$

所以其通项公式为

$$a_n = \frac{(-1)^{n+1}}{n(n+1)}.$$

2. 根据下面数列 $\{a_n\}$ 的通项公式, 写出它们的前 5 项.

$$(1) a_n = 5 \times (-1)^{n-1};$$

$$(2) a_n = n(n-1);$$

$$(3) a_n = \frac{n+1}{n^2};$$

$$(4) a_n = (-1)^n \frac{1}{n+1}.$$

解答 (1) $a_1 = 5, a_2 = -5, a_3 = 5, a_4 = -5, a_5 = 5$.

$$(2) a_1 = 0, a_2 = 2, a_3 = 6, a_4 = 12, a_5 = 20.$$

$$(3) a_1 = 2, a_2 = \frac{3}{4}, a_3 = \frac{4}{9}, a_4 = \frac{5}{16}, a_5 = \frac{6}{25}.$$

$$(4) a_1 = -\frac{1}{2}, a_2 = \frac{1}{3}, a_3 = -\frac{1}{4}, a_4 = \frac{1}{5}, a_5 = -\frac{1}{6}.$$

3. 观察下面数列的特点, 用适当的数填空, 并写出每个数列的一个通项公式.

$$(1) 1, 3, 7, (), 31, (), 127;$$

$$(2) 2, 5, (), 17, 26, (), 50;$$

$$(3) 1, \sqrt{2}, (), 2, \sqrt{5}, (), \sqrt{7}.$$

解答 (1) $15, 63$. $a_n = 2^n - 1$.

$$(2) 10, 37$$
. $a_n = n^2 + 1$.

$$(3) \sqrt{3}, \sqrt{6}$$
. $a_n = \sqrt{n}$.

4. 写出数列 $\{n(2n+3)\}$ 的前 4 项, 并判断 275 是否为该数列中的项, 如果是, 请指出是第几项.

解答 (1) $a_1 = 5, a_2 = 14, a_3 = 27, a_4 = 44, a_5 = 65$.

$$(2) \quad n(2n+3) = 275,$$

$$n_1 = 11, n_2 = -25 (\text{舍去}).$$

所以, 275 是该数列中的项, 它为第 11 项.



【自我检测题】

检测题 6.1

1. 写出下面数列的一个通项公式.

(1) $1, 4, 9, 16, \dots$;

(2) $\sqrt{3}, \sqrt{5}, \sqrt{7}, 3, \dots$;

(3) $\frac{1}{1 \times 3}, -\frac{2}{3 \times 5}, \frac{3}{5 \times 7}, -\frac{4}{7 \times 9}, \dots$;

(4) $\frac{2}{3}, \frac{1}{2}, \frac{4}{9}, \frac{5}{12}, \dots$.

2. 已知下面数列 $\{a_n\}$ 的通项公式, 写出它们的前 4 项.

(1) $a_n = \frac{2n}{2n+1}$;

(2) $a_n = 5n + 2$;

(3) $a_n = (-1)^n \frac{1}{2^n}$.

3. 观察下面数列的特点, 用适当的数填空, 并写出每个数列的一个通项公式.

(1) $5, 9, 13, (), 21, (), 29$;

(2) $1\frac{1}{2}, 2\frac{3}{5}, 3\frac{5}{8}, (), 5\frac{9}{14}, (), 7\frac{13}{20}$.

4. 已知数列 $a_n = 2n(n-4)$, 判断 154, 600 是否为该数列中的项. 如果是, 是第几项?

5. 已知数列 $\{a_n\}$ 中, $a_1=1, a_2=2, a_n=3a_{n-1}+a_{n-2}(n \geq 3)$, 试写出数列的前 5 项.

6.2 等差数列

【重点与难点辅导】

1. 如果一个数列从第 2 项起, 每一项与其前一项的差都等于同一个常数, 那么, 这个数列称为等差数列. 这个常数称为等差数列的公差, 用字母 d 表示.

2. 等差数列的通项公式为 $a_n = a_1 + (n-1)d$.

3. 等差数列 $\{a_n\}$ 的前 n 项和公式为

$$S_n = \frac{n(a_1 + a_n)}{2} = na_1 + \frac{n(n-1)}{2}d.$$

4. 等差数列中, 从第 2 项起, 每一项 (有穷数列的末项除外) 都是它的前一项与后一项的等差中项.

【教材习题解析】

习 题 6.2

1. (1) 求等差数列 $-7, -4, -1, \dots$ 的第 20 项.

(2) 等差数列 $4, 9, 14, \dots$ 的第几项是 119?

解答 (1) 该数列的通项公式为

$$a_n = -7 + 3 \times (n-1) = 3n - 10.$$

所以

$$a_{20} = 3 \times 20 - 10 = 50.$$

(2) 该数列的通项公式为

$$a_n = 4 + 5 \times (n-1) = 5n - 1.$$

所以

$$5n-1=119,$$

解得

$$n=24.$$

故该数列的第 24 项为 119.

2. 在等差数列 $\{a_n\}$ 中,

(1) 已知 $a_7=13, a_{10}=4$, 求 a_6 和 d ;

(2) 已知 $a_2=12, a_n=-20, d=-2$, 求 n ;

(3) 已知 $a_{18}=18, d=3$, 求 a_{10} .

解答 (1) 因 $a_{10}-a_7=3d=4-13=-9$, 所以

$$d=-3.$$

$$a_6=a_7-d=13+3=16.$$

(2) 由题意可知

$$a_1=a_2-d=12-(-2)=14.$$

所以, 该数列的通项公式为

$$a_n=14+(n-1)\times(-2)=-2n+16.$$

$a_n=-20$ 时,

$$-2n+16=-20,$$

解得

$$n=18.$$

(3) 由题意可知

$$a_{18}=a_1+(18-1)\times 3=18,$$

解得

$$a_1=-33.$$

所以

$$a_{10}=-33+(10-1)\times 3=-6.$$

3. 在等差数列 $\{a_n\}$ 中,

(1) 已知 $a_1=2, a_{10}=29$, 求 S_{10} ;

(2) 已知 $a_1=5, d=\frac{3}{2}$, 求 S_{15} .



解答 (1)
$$S_{10} = \frac{10 \times (2 + 29)}{2} = 155.$$

(2)
$$S_{15} = 15 \times 5 + \frac{15 \times (15 - 1)}{2} \times \frac{3}{2} = 232.5.$$

4. 体育场一角看台的座位是这样排列的: 第一排有 15 个座位, 从第二排起每一排都比前一排多 2 个座位. 你能用 $\{a_n\}$ 表示第 n 排的座位数吗? 第 10 排能坐多少个人?

解答 由题意可知, 看台每排的座位数组成一个等差数列, $a_1 = 15, d = 2$, 则其通项公式为

$$a_n = 15 + (n - 1) \times 2 = 2n + 13.$$

故

$$a_{10} = 2 \times 10 + 13 = 33,$$

即第 10 排能坐 33 人.

5. 一种车床变速箱 8 个齿轮的齿数成等差数列, 其中, 首末两个齿轮的齿数分别是 45 和 24, 求其余各轮的齿数.

解答 由题意可知, 在此等差数列中, $a_1 = 45, a_8 = 24$, 则

$$a_8 - a_1 = 7d = 24 - 45 = -21,$$

$$d = -3.$$

该等差数列的通项公式为

$$a_n = 45 + (n - 1) \times (-3) = -3n + 48.$$

所以, 该车床变速箱其余各轮的齿数为

$$a_2 = 42, a_3 = 39, a_4 = 36, a_5 = 33, a_6 = 30, a_7 = 27.$$

6. 一批木材共 210 根, 要堆成 7 层, 要求上面一层要比下面一层少一根, 问最下面一层应当放几根?

解答 每一层的木材数目成等差数列, 若设最下面一层为 a_1 , 则 $d = -1$, 由等差数列前 n 项和公式可得

$$S_n = na_1 + \frac{n(n-1)}{2}d = 7a_1 + \frac{7 \times 6}{2} \times (-1) = 210,$$

$$a_1 = 33,$$

即最下面一层应放 33 根木材.



【自我检测题】

检测题 6.2

1. 在数列 $\{a_n\}$ 中, $a_1 = 4, a_{n+1} = a_n + \frac{1}{2}$, 请写出数列的前 5 项, 并判断这个数列是否为等差数列.

2. 写出下列等差数列的通项公式及第 10 项.

(1) $3, 7, 11, \dots$;

(2) $-8, -6, -4, \dots$;

(3) $\frac{3}{4}, \frac{5}{4}, \frac{7}{4}, \dots$;

(4) $\frac{2}{7}, \frac{4}{7}, \frac{6}{7}, \dots$.

3. 已知等差数列 $\{a_n\}$ 的通项公式为 $a_n = 6n - 10$, 求其前 n 项和公式及 S_{10} .

4. 在等差数列 $\{a_n\}$ 中,

(1) 已知 $a_1 = -1, d = 2, a_n = 37$, 求 n ;

(2) 已知 $d = 2, a_n = 1, S_n = -15$, 求 n 和 a_1 .

5. (1) 求 -3 和 9 的等差中项;

(2) 在 -3 和 9 之间插入三个数, 使它们与这两个数成等差数列, 求这三个数.

6. 李先生今年为儿子办理了“教育储蓄”, 从 8 月 1 号开始, 每个月的 1 号都存入 100 元, 存期 3 年. 已知当年的“教育储蓄”存款月利率为 2.7% , 请问到期时, 李先生一次可支取本息共多少元? (“教育储蓄”不需要缴纳利息税)

7. 一个多边形的周长等于 158 cm , 所有各边的长成等差数列, 最大边的长等于 44 cm , 公差等于 3 cm , 求多边形的边数.

6.3 等比数列

【重点与难点辅导】

1. 如果一个数列从第 2 项起, 每一项与其前一项的比都等于同一常数, 那么, 这个数列称为等比数列. 这个常数称为等比数列的公比, 用字母 $q (q \neq 0)$ 表示.

2. 等比数列的通项公式为 $a_n = a_1 q^{n-1}$.

3. 等比数列 $\{a_n\}$ 的前 n 项和公式为

$$S_n = \begin{cases} na_1, & q = 1 \\ \frac{a_1(1-q^n)}{1-q} = \frac{a_1 - a_n q}{1-q}, & q \neq 1 \end{cases}$$

4. 等比数列中, 从第 2 项起, 每一项 (有穷数列的末项除外) 都是它的前一项与后一项的等比中项.

【教材习题解析】

习 题 6.3

1. 求出下列等比数列中的未知项.

(1) $3, a, 12$;

(2) $8, b, c, 1$.

解答 (1) 因 a 为 3 和 12 的等比中项, 所以

$$a = \pm\sqrt{3 \times 12} = \pm 6.$$

(2) 在该等比数列中, $a_1 = 8, a_4 = 1$, 则

$$q^3 = \frac{a_4}{a_1} = \frac{1}{8},$$

$$q = \frac{1}{2}.$$

所以

$$b = 8 \times \frac{1}{2} = 4, c = 4 \times \frac{1}{2} = 2.$$

2. 求等比数列 $4, 6, 9, \dots$ 的通项公式和第 10 项.

解答 因该等比数列的 $a_1 = 4, q = \frac{3}{2}$, 故其通项公式为

$$a_n = 4 \left(\frac{3}{2} \right)^{n-1}.$$

第 10 项为

$$a_{10} = 4 \left(\frac{3}{2} \right)^{10-1} = 153.8.$$

3. 在等比数列 $\{a_n\}$ 中, 已知:

(1) $a_5 = 8, a_7 = 16$, 求首项和公比;

(2) $a_3 = 2, q = -1$, 求 a_{15} ;

(3) $a_2 = 4, a_4 = 16, q > 0$, 求 q 和 a_{10} .

解答 (1) 由题意可知

$$q^2 = \frac{a_7}{a_5} = \frac{16}{8} = 2,$$

$$q = \pm\sqrt{2}.$$

所以

$$a_1 = \frac{a_5}{q^4} = \frac{8}{2^2} = 2.$$

(2)

$$a_{15} = a_3 q^{12} = 2 \times (-1)^{12} = 2.$$

(3) 由题意可知

$$q^2 = \frac{a_4}{a_2} = \frac{16}{4} = 4.$$

因 $q > 0$, 所以

$$q = 2.$$

$$a_{10} = a_2 q^8 = 4 \times 2^8 = 1024.$$

4. 已知等比数列的 $a_3 = -18, a_5 = -162$, 求 S_8 .

解答 由题意可知

$$q^2 = \frac{a_5}{a_3} = \frac{-162}{-18} = 9.$$

$$q = \pm 3.$$

于是

$$a_1 = \frac{a_3}{q^2} = \frac{-18}{9} = -2.$$

所以

$q = 3$ 时,

$$S_8 = \frac{-2 \times (1 - 3^8)}{1 - 3} = -6560.$$

$q = -3$ 时,

$$S_8 = \frac{-2 \times [1 - (-3)^8]}{1 + 3} = 3280.$$

5. 某商场第一年销售计算机 5 000 台, 如果平均每年的销售量比上一年增长 10%,

那么,从第一年起,约几年内可使总销售量达到 30 000 台?(结果保留到个位)

解答 此商场每年计算机的销售量成等比数列, $a_1 = 5\,000$, $q = 1.1$, 通项公式为

$$a_n = 5\,000 \times 1.1^{n-1}.$$

要使总销售量达到 30 000 台, 须使

$$S_n = \frac{5\,000 \times (1 - 1.1^n)}{1 - 1.1} = 30\,000,$$

整理得

$$1.1^n = 1.6,$$

两边取对数, 得

$$n \lg 1.1 = \lg 1.6,$$

则

$$n = \frac{\lg 1.6}{\lg 1.1} \approx 5.$$

所以, 约 5 年内可使总销售量达到 30 000 台.

6. 某林场计划第一年造林 100 亩, 以后每年比前一年多造林 20%, 这样, 五年内共可造林多少亩?

解答 林场每年造林的面积成等比数列, $a_1 = 100$, $q = 1.2$, 通项公式为

$$a_n = 100 \times 1.2^{n-1}.$$

则

$$S_5 = \frac{100 \times (1 - 1.2^5)}{1 - 1.2} \approx 744,$$

即五年内共可造林 744 亩.

【自我检测题】

检测题 6.3

1. 写出下列等比数列的通项公式, 并求其第 7 项.

(1) $2, 4, 8, 16, \dots;$

(2) $1, -3, 9, -27, \dots;$

(3) $\frac{1}{2}, \frac{3}{4}, \frac{5}{8}, \frac{7}{16}, \dots;$

(4) $16, 4, 1, \frac{1}{4}, \dots.$