用技巧解决难题
助力高考前100天

高考倒计时100天

DAY
天

数学

宋克金 / 主编

基础知识篇：核心考点，精准把握
知识方法巩固篇：专项练习，权威概括
综合冲刺篇：真题模拟，全力突破

华东理工大学出版社
EAST CHINA UNIVERSITY OF SCIENCE AND TECHNOLOGY PRESS

用技巧解决难题
助力高考前100天

高考倒计时100天

DAY

数学

主编：宋克金
编委：邵明兴 王 磊 李 辉 周战生 王孝民 王秀利 朱宏毅
张 刚

华东理工大学出版社
EAST CHINA UNIVERSITY OF SCIENCE AND TECHNOLOGY PRESS
·上海·

图书在版编目(CIP)数据

高考倒计时100天.数学/宋克金主编.—上海:华东理工大学出版社,2015.1

ISBN 978-7-5628-4059-6

Ⅰ.①高… Ⅱ.①宋… Ⅲ.①中学数学课—高中—升学参考资料 Ⅳ.①G634

中国版本图书馆CIP数据核字(2014)第236901号

高考倒计时100天:数学

主　　编/宋克金
策划编辑/陈月姣
责任编辑/陈月姣
责任校对/金慧娟
封面设计/裘幼华
出版发行/华东理工大学出版社有限公司
　　　　地　址:上海市梅陇路130号,200237
　　　　电　话:(021)64250306(营销部)
　　　　　　　　(021)64252718(编辑室)
　　　　传　真:(021)64252707
　　　　网　址:press.ecust.edu.cn
印　　刷/常熟新骅印刷有限公司
开　　本/890 mm×1240 mm　1/16
印　　张/17
字　　数/500千字
版　　次/2015年1月第1版
印　　次/2015年1月第1次
书　　号/ISBN 978-7-5628-4059-6
定　　价/39.80元

联系我们:电子邮箱 press@ecust.edu.cn
　　　　　官方微博 e.weibo.com/ecustpress
　　　　　淘宝官网 http://shop61951206.taobao.com

華東理工大學出版社
扫描进入手机淘宝网店

前　言

高考迫在眉睫，你一定在思考在最后的冲刺阶段，如何提升自己，在百日内脱颖而出，实现梦想？不要着急焦虑，有我们帮助你。由重点高中一线名师精心为考生量身定做的《高考倒计时100天》，让你在最短时间内，取得最大进步，挑战自己，挑战极限，爆发自己的小宇宙！本复习资料特点如下。

一、量身定做。针对在最后阶段快捷提升需求，专编专用。使你真正做到一旦拥有，高考不愁！

二、全面覆盖。本资料内容为团队精心选取：讲练测部分，针对高频、热点、难点，按照专题设计；高考在线部分，精选近3年高考各科真题合理编排；举一反三部分，精选最新模拟题、联考试题及月考题合理编排。让考生在短时间内有效提升成绩。

三、试题权威。本系列资料所有选用试题，均为历年高考代表性原题和最新全国重点高中核心热题，解析重方法、重引导、重归纳总结、重“授人以渔”。

四、简洁高效。本套资料摒弃烦琐的理论性讲解，以简洁清新面目示人，重视学习现状。既能有效地提高成绩，又能保证复习效率，可谓一举两得。

【考纲要求】根据考纲对本部分都有哪些要求，要求达到什么程度，让同学们在复习前对所要达到的目标有一个清晰的认识。

【考典在线】根据考纲的要求和高考命题的趋势，提炼出本部分内容的若干个考点，对每一个考点的具体要求和可能性的命题途径、题型以及解答这些考点所需具备的知识和能力进行细致的分析，使同学们建立以考点为核心的知识网络，用最短的时间准确抓住高考的脉搏。

【真题溯源】选取近3年典型、优秀的高考原题，对其进行分析、解答，找出其中解答问题的方法和对以后高考的启示。

【举一反三】通过真题训练后，根据历年高考和日常教学经验，把常出现的问题考点进一步深入练习，达到举一反三的目的。

【专题练习】汇集了近3年来的各种高考题型，进行了详细深入的研究，包括最新的高考热点、常考的重点和难点，题型比较新颖，适合高考冲刺提高的同学。

【综合练习】模拟试卷，是根据近几年高考或模拟试卷进行编排的，涵盖了全书各考点中的重点、难点，习题有代表性和针对性，使同学们通过解答这类试题获得最大的收益，为高考做好充分的准备。

限于编者水平有限，本书中疏漏之处在所难免，恳请广大教师和学生在使用过程中不吝赐教，批评指正，以使再版修订不断完善。

目 录

基础知识篇

第一章 集合 常用逻辑用语

【考纲要求】

一、集合

1. 了解集合的含义、元素与集合的属于关系;能用自然语言、图形语言、集合语言(列举法或描述法)描述不同的具体问题.

2. 理解集合之间包含与相等的含义,能识别给定集合的子集.

3. 在具体情境中,了解全集与空集的含义.

4. 理解两个集合的并集与交集的含义,会求两个简单集合的并集与交集.

5. 理解在给定集合中一个子集的补集的含义,会求给定子集的补集.

6. 能使用韦恩(Venn)图表达集合间的基本关系及集合的基本运算.

二、常用逻辑用语

1. 理解命题的概念.

2. 了解"若 p,则 q"形式的命题及其逆命题、否命题与逆否命题,会分析四种命题的相互关系.

3. 理解必要条件、充分条件与充要条件的意义.

4. 了解逻辑联结词"或""且""非"的含义.

5. 理解全称量词与存在量词的意义.

6. 能正确地对含有一个量词的命题进行否定.

集合与常用逻辑用语内容在高考中一般以选择题或填空题的形式出现,多数情况下考查 2 个题目,约 10 分.

【考典在线】

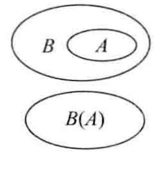
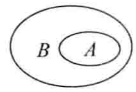
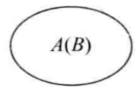
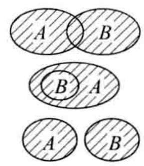
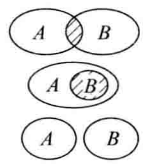
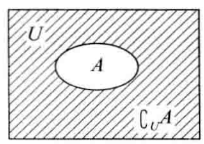
一、集合

1. 元素与集合的关系有且仅有两种:属于(用符号"$\in$"表示)和不属于(用符号"$\notin$"表示),如 $a\in A$、$a\notin B$ 等.

2. 集合中元素的特征

确定性	作为一个集合中的元素,必须是确定的. 即一个集合一旦确定,某一个元素属于或不属于这个集合是确定的. 要么是该集合中的元素,要么不是,二者必居其一,这个特性通常被用来判断涉及的总体是否能构成集合
互异性	集合中的元素必须是互异的. 对于一个给定的集合,它的任何两个元素都是不同的,这个特性通常被用来判断集合的表示是否正确,或用来求集合中的未知元素
无序性	集合与其中元素的排列顺序无关,如 a,b,c 组成的集合与 b,c,a 组成的集合是相同的集合,这个特性通常用来判断两个集合的关系

3. 集合间的运算关系

名称	自然语言描述	符号语言表示	Venn 图表示
子集	如果集合 A 中所有元素都是集合 B 中的元素，则称集合 A 为集合 B 的子集	$A\subseteq B$(或 $B\supseteq A$)	
真子集	如果集合 $A\subseteq B$，但存在元素 $a\in B$，且 $a\notin A$，则称集合 A 是集合 B 的真子集	$A\subsetneqq B$(或 $B\supsetneqq A$)	
集合相等	集合 A 与集合 B 中元素相同，那么就说集合 A 与集合 B 相等	$A=B$	
并集	对于两个给定集合 A、B，由所有属于集合 A 或属于集合 B 的元素组成的集合	$A\cup B=\{x\mid x\in A，或 x\in B\}$	
交集	对于两个给定集合 A、B，由所有属于集合 A 且属于集合 B 的元素组成的集合	$A\cap B=\{x\mid x\in A，且 x\in B\}$	
补集	对于一个集合 A，由全集 U 中属于集合 U 但不属于集合 A 的所有元素组成的集合称为集合 A 在全集 U 中的补集，记作$\complement_U A$	$\complement_U A=\{x\mid x\in U，且 x\notin A\}$	

4. 设有限集合 A，$\mathrm{card}(A)=n(n\in\mathbf{N}^*)$，则(1)$A$ 的子集个数是 2^n；(2)A 的真子集个数是 2^n-1；(3)A 的非空子集个数是 2^n-1；(4)A 的非空真子集个数是 2^n-2.

二、常用逻辑联用语

1. 简单命题与复合命题：不含逻辑联结词的命题叫作简单命题；由简单命题和逻辑联结词构成的命题叫作复合命题. 复合命题有三类：①非 p；②p 且 q；③p 或 q.

2. 真值表：表示命题真假的表叫真值表.

(1) 非 p 形式复合命题真值表

p	非 p
真	假
假	真

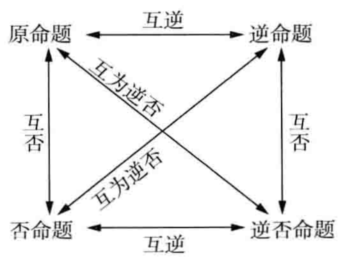
（2）p 且 q 形式复合命题真值表

p	q	p 且 q
真	真	真
真	假	假
假	真	假
假	假	假

（3）p 或 q 形式复合命题真值表

p	q	p 或 q
真	真	真
真	假	真
假	真	真
假	假	假

3. 四种命题的关系



一个命题的真假与其他三个命题的真假有如下四种关系：

① 原命题为真，它的逆命题不一定为真.

② 原命题为真，它的否命题不一定为真.

③ 原命题为真，它的逆否命题一定为真.

④ 逆命题为真，原命题的否命题一定为真.

4. 全称命题 p：$\forall x\in M, p(x)$，它的否定 $\neg p$：$\exists x\in M, \neg p(x)$；特称命题 q：$\exists x\in M, q(x)$，它的否定 $\neg q$：$\forall x\in M, \neg q(x)$.

5. 充分条件、必要条件的常用判断法

（1）定义法：判断 B 是 A 的什么条件，实际上就是判断 $B\Rightarrow A$ 或 $A\Rightarrow B$ 是否成立，只要把题目中所给条件按逻辑关系画出箭头示意图，再利用定义即可判断；

（2）转换法：当所给命题的充要条件不易判定时，可对命题进行等价转换，例如改用其逆否命题进行判断；

（3）集合法：在命题的条件和结论间的关系判断有困难时，有时可以从集合的角度来考虑，记条件 p、q 对应的集合分别为 A、B，则：

若 $A\subseteq B$，则 p 是 q 的充分条件；

若 $A\subsetneqq B$，则 p 是 q 的充分不必要条件；

若 $A\supseteq B$，则 p 是 q 的必要条件；

若 $A\supsetneqq B$，则 p 是 q 的必要不充分条件；

若 $A=B$，则 p 是 q 的充要条件；

若 $A\not\subseteq B$，且 $A\not\supseteq B$，则 p 是 q 的既不充分也不必要条件.

【真题溯源】

例1 （山东）设集合 $A=\{0,1,2\}$，则集合 $B=\{x-y \mid x\in A, y\in A\}$ 中元素的个数是（　　）.

A. 1　　B. 3　　C. 5　　D. 9

分析： 本题考查集合的含义，考查分析问题、解决问题的能力.

解析： 当 $x=0$ 时，$y=0,1,2$，此时 $x-y=0,-1,-2$；

当 $x=1$ 时，$y=0,1,2$，此时 $x-y=1,0,-1$；

当 $x=2$ 时，$y=0,1,2$，此时 $x-y=2,1,0$，

所以 $B=\{-1,-2,0,1,2\}$，故选 C.

说明： 一定要注意集合中元素的互异性，本题在列举时注意不要重复也不要遗漏.

例2 （浙江）设集合 $S=\{x \mid x>-2\}$，$T=\{x \mid x^2+3x-4\leqslant 0\}$，则 $(\complement_{\mathbf{R}}S)\cup T=$（　　）.

A. $(-2,1]$　　B. $(-\infty,-4]$　　C. $(-\infty,1]$　　D. $[1,+\infty)$

分析： 本题考查无限元素集合间的交、并、补运算以及简单的一元二次不等式的解法，主要考查对集合语言的理解以及简单的集合运算.

解析： $S=\{x \mid x>-2\}$，$T=\{x \mid x^2+3x-4\leqslant 0\}=[-4,1]$，所以 $(\complement_{\mathbf{R}}S)\cup T=(-\infty,2]\cup[-4,1]=(+\infty,1]$，故选 C.

说明： 集合问题要先阅读理解，关注集合中元素的属性. 一般集合应先化简再运算，不等式的解集可借助于数轴，集合的运算可以借助于韦恩图求解.

例3 （福建）已知集合 $A=\{1,a\}$，$B=\{1,2,3\}$，则"$a=3$"是"$A\subseteq B$"的（　　）.

A. 充分而不必要条件　　B. 必要而不充分条件

C. 充分必要条件　　D. 既不充分也不必要条件

分析： 本题考查集合与充分必要条件等基础知识，旨在考查考生转化和化归能力、逻辑推理能力和运算求解能力.

解析： 由 $a=3$，得 $A=\{1,3\}\subseteq\{1,2,3\}$，又 $a=2$，$A=\{1,2\}\subseteq\{1,2,3\}$，所以"$a=3$"是"$A\subseteq B$"的充分不必要条件，故选 A.

说明： 有关充分必要条件判断常用的策略是"以小推大"，即小范围推得大范围，即可快速破解此类问题.

例4 （重庆）命题"对任意 $x\in\mathbf{R}$，都有 $x^2\geqslant 0$"的否定为（　　）.

A. 对任意 $x\in\mathbf{R}$，都有 $x^2<0$　　B. 不存在 $x\in\mathbf{R}$，都有 $x^2<0$

C. 存在 $x_0\in\mathbf{R}$，使得 $x_0^2\geqslant 0$　　D. 存在 $x_0\in\mathbf{R}$，使得 $x_0^2<0$

分析： 本题考查全称命题和特称命题，旨在考查考生对基本概念的掌握能力.

解析： 根据全称命题的否定式特称命题，所以选 D.

说明： 近几年高考中，简易逻辑试题是从考查基本概念、基本关系与其他知识相结合为主的客观题形式出现，难度低，重基础. 考生在学习中，要夯实基础，掌握逻辑联结词的含义、充要条件的意义、四种命题及相互关系.

例5 （四川）设 $x\in\mathbf{Z}$，集合 A 是奇数集，集合 B 是偶数集. 若命题 $p:\forall x\in A, 2x\in B$，则（　　）.

A. $\neg p:\forall x\in A,2x\notin B$　　B. $\neg p:\forall x\notin A,2x\notin B$

C. $\neg p:\exists x\notin A,2x\in B$　　D. $\neg p:\exists x\in A,2x\notin B$

分析: 本题考查常用逻辑用语中的$\forall$,$\exists$和$\neg$等概念,旨在考查考生的逻辑判断能力.

解析: 由命题$p:\forall x\in A,2x\in B$,命题否定为$\neg p:\exists x\in A,2x\notin B$. 故选D.

说明: 紧扣概念,全称命题的否定特称命题,具体只改动两处. 若命题$p:\forall x\cdots,p(x)$,则$\neg p$:$\exists x\cdots,\neg p(x)$.

例6 (安徽)"$a\leqslant 0$"是"函数$f(x)=|(ax-1)x|$在区间$(0,+\infty)$内单调递增"的(　　).

A. 充分不必要条件　　B. 必要不充分条件

C. 充分必要条件　　D. 既不充分也不必要条件

分析: 本题考查二次函数图像性质以及图像变换,旨在考查转化与化归思想.

解析: 因为$f(x)=|(ax-1)x|$,当$a=0$时,$f(x)=|x|$在$x\in(0,+\infty)$内单调递增;当$a\neq 0$时,$f(x)=0$的两根为$0,\frac{1}{a}$,且$f(x)=\left|a\left(x-\frac{1}{2a}\right)^2-\frac{1}{4a}\right|$,画图可得"$a\leqslant 0$"时,"$y=f(x)$在$x\in(0,+\infty)$内单调递增",由"$y=f(x)$在$x\in(0,+\infty)$内单调递增"也可得"$a\leqslant 0$",故选C.

说明: 根据二次函数的图像可知$f(x)$在$(0,+\infty)$内单调递增等价于$f(x)=0$在区间$(0,+\infty)$内无实根,本题不难求解.

例7 (广东)设整数$n\geqslant 4$,集合$X=\{1,2,3,\cdots,n\}$. 令集合$S=\{(x,y,z)\mid x,y,z\in X$,且三条件$x<y<z,y<z<x,z<x<y$恰有一个成立$\}$,若$(x,y,z)$和$(z,w,x)$都在$S$中,则下列选项正确的是(　　).

A. $(y,z,w)\in S,(x,y,w)\notin S$　　B. $(y,z,w)\in S,(x,y,w)\in S$

C. $(y,z,w)\notin S,(x,y,w)\in S$　　D. $(y,z,w)\notin S,(x,y,w)\notin S$

分析: 本题以新定义的形式考查集合的知识,以及推理运算的能力,难度较大.

解析: 特殊值法:不妨令$x=2,y=3,z=4,w=1$,则$(y,z,w)=(3,4,1)\in S,(x,y,w)=(2,3,1)\in S$,故选B.

直接法:因为$(x,y,z)\in S,(z,w,x)\in S$,所以$x<y<z\cdots$①,$y<z<x\cdots$②,$z<x<y\cdots$③三个式子中恰有一个成立;$z<w<x\cdots$④,$w<x<z\cdots$⑤,$x<z<w\cdots$⑥三个式子中恰有一个成立. 配对后只有四种情况:第一种:①⑤成立,此时$w<x<y<z$,于是$(y,z,w)\in S,(x,y,w)\in S$;第二种:①⑥成立,此时$x<y<z<w$,于是$(y,z,w)\in S,(x,y,w)\in S$;第三种:②④成立,此时$y<z<w<x$,于是$(y,z,w)\in S,(x,y,w)\in S$;第四种:③④成立,此时$z<w<x<y$,于是$(y,z,w)\in S,(x,y,w)\in S$. 综合上述四种情况,可得$(y,z,w)\in S,(x,y,w)\in S$. 故选B.

说明: 本题命题的背景是数的排序问题,这在算法与程序框图的知识中有所涉及,该问题也是高等数学中不等式排序的一个基础知识,我们在复习中要有意识地去接触在教材中出现的一些高等数学中的基础性知识. 该题的难点是准确理解集合S的性质:$x<y<z,y<z<x,z<x<y$恰有一个成立,把已知集合的两个元素和要判断的两个元素中的四个数的大小关系进行分类讨论,解题时紧扣新定义集合的性质,结合不等式的性质,可以通过分类讨论,也可以利用特殊值进行验证,把问题转化成熟悉的知识进行求解.

例8 (福建)设S,T是$\mathbf{R}$的两个非空子集,如果存在一个从S到T的函数$y=f(x)$满足:(i)$T=\{f(x)\mid x\in S\}$;(ii)对任意$x_1,x_2\in S$,当$x_1<x_2$时,恒有$f(x_1)<f(x_2)$,那么称这两个集合"保序同构",以下集合对不是"保序同构"的是(　　).

A. $A=\mathbf{N}^*,B=\mathbf{N}$

B. $A=\{x\mid -1\leqslant x\leqslant 3\},B=\{x\mid x=-8$或$0<x\leqslant 10\}$

C. $A=\{x\mid 0<x<1\}$，$B=\mathbf{R}$

D. $A=\mathbf{Z}$，$B=\mathbf{Q}$

分析： 本题利用新定义的形式，结合集合的概念考查函数的概念与性质. 旨在考查考生对新定义的理解与应用能力、数形结合能力、转化和化归能力、运算求解能力.

解析： 对选项 A，取 $f(x)=x-1$，$x\in\mathbf{N}^*$，所以 $A=\mathbf{N}^*$，$B=\mathbf{N}$ 是"保序同构"，应排除 A；对选项 B，取 $f(x)=\begin{cases}-8, x=-1,\\ x+1, -1<x\leqslant 0,\\ x^2+1, 0<x\leqslant 3,\end{cases}$ 所以 $A=\{x\mid -1\leqslant x\leqslant 3\}$，$B=\{x\mid x=-8$ 或 $0<x\leqslant 10\}$ 是"保序同构"，应排除 B；对选项 C，取 $f(x)=\tan\left(\pi x-\dfrac{\pi}{2}\right)(0<x<1)$，所以 $A=\{x\mid 0<x<1\}$，$B=\mathbf{R}$ 是"保序同构"，应排除 C，故选 D.

说明： 求解此类新定义的存在性问题的关键是：首先读懂新定义的含义；其次针对选择题的特点，会利用特取法来快速智取，如本题，通过取特殊函数（注意此特殊函数应满足题设中的两个条件），就可轻松破解此类难题.

例 9 （湖南）设函数 $f(x)=a^x+b^x-c^x$，其中 $c>a>0$，$c>b>0$.

(1) 记集合 $M=\{(a,b,c)\mid a,b,c$ 不能构成一个三角形的三条边长，且 $a=b\}$，则 $(a,b,c)\in M$ 所对应的 $f(x)$ 的零点的取值集合为________.

(2) 若 a,b,c 是 $\triangle ABC$ 的三条边长，则下列结论正确的是________.（写出所有正确结论的序号）

① $\forall x\in(-\infty,1)$，$f(x)>0$；

② $\exists x\in R$，使 xa^x，b^x，c^x 不能构成一个三角形的三条边长；

③ 若 $\triangle ABC$ 为钝角三角形，则 $\exists x\in(1,2)$，使 $f(x)=0$.

分析： 本小题主要考查指数函数的性质、全称量词和存在量词的含义、零点存在性定理及推理论证能力.

解析： (1) 由题意知 $a=b\leqslant\dfrac{c}{2}$，所以方程 $a^x+b^x-c^x=0$ 可化为 $2a^x-c^x=0$，即 $\left(\dfrac{c}{a}\right)^x=2$，又 $\dfrac{c}{a}\geqslant 2$，所以当 $x>0$ 时 $2^x\leqslant\left(\dfrac{c}{a}\right)^x=2$，此时 $0<x\leqslant 1$；当 $x\leqslant 0$ 时 $\left(\dfrac{c}{a}\right)^x\leqslant 1\neq 2$，无解. 所以 $f(x)$ 的零点的取值集合为 $\{x\mid 0<x\leqslant 1\}$.

(2) ①令 $F(x)=\dfrac{f(x)}{c^x}=\dfrac{a^x+b^x-c^x}{c^x}=\left(\dfrac{a}{c}\right)^x+\left(\dfrac{b}{c}\right)^x-1$，则 $F'(x)=\left(\dfrac{a}{c}\right)^x\ln\left(\dfrac{a}{c}\right)+\left(\dfrac{b}{c}\right)^x\ln\left(\dfrac{b}{c}\right)$，因为 $c>a>0$，$c>b>0$. 所以 $\ln\left(\dfrac{a}{c}\right)<0$，$\ln\left(\dfrac{b}{c}\right)<0$，即 $F'(x)=\left(\dfrac{a}{c}\right)^x\ln\left(\dfrac{a}{c}\right)+\left(\dfrac{b}{c}\right)^x\ln\left(\dfrac{b}{c}\right)<0$，所以 $F(x)=\dfrac{a^x+b^x-c^x}{c^x}=\left(\dfrac{a}{c}\right)^x+\left(\dfrac{b}{c}\right)^x-1$ 是单调递减函数，所以在 $(-\infty,1)$ 上 $F(x)>F(1)=\dfrac{a+b}{c}-1$. 又 a,b,c 是 $\triangle ABC$ 的三条边长，所以 $a+b>c$，$F(x)>F(1)=\dfrac{a+b}{c}-1>0$，所以 $\forall x\in(-\infty,1)$，$f(x)>0$.

② 又因为 $F(x)$ 是单调递减函数，所以在 $\mathbf{R}$ 上一定存在零点 x_0，即 $a^{x_0}+b^{x_0}=c^{x_0}$，此时 a^{x_0}，b^{x_0}，c^{x_0} 不能构成三角形的三边.

③ $\triangle ABC$ 为钝角三角形，则由余弦定理易知 $a^2+b^2-c^2<0$，即 $f(2)<0$，又 $f(1)>0$，且 $f(x)$ 连续，所以 $\exists x\in(1,2)$，使 $f(x)=0$. 故①②③都正确.

说明： 本题把函数及函数的零点、命题及其关系等这些素材融合在一起，对考生的阅读理解能力以及对信息的综合分析能力有更高的要求，考查考生在新情境下的创新意识和运用所学知识解决问题的能力.

【举一反三】

一、选择题

1. 已知集合 A,B,则 $A\cup B=A$ 是 $A\cap B=B$ 的(　　).

A. 充分不必要条件　　B. 必要不充分条件

C. 充要条件　　D. 既不充分也不必要条件

2. 已知命题 p:所有指数函数都是单调函数,则 $\neg p$ 为(　　).

A. 所有的指数函数都不是单调函数　　B. 所有的单调函数都不是指数函数

C. 存在一个指数函数,它不是单调函数　　D. 存在一个单调函数,它不是指数函数

3. 已知集合 $A=\{x\mid x^2-x\leqslant 0\}$,函数 $f(x)=2-x(x\in A)$的值域为 B,则$(\complement_{\mathbf{R}}A)\cap B=$(　　).

A. $(1,2]$　　B. $[1,2]$　　C. $[0,1]$　　D. $(1,+\infty)$

4. 若集合 $A=\{x\in\mathbf{Z}\mid 2<2^{x+2}\leqslant 8\}$,$B=\{x\in\mathbf{R}\mid x^2-2x>0\}$,则 $A\cap(\complement_{\mathbf{R}}B)$所含的元素个数为(　　).

A. 0　　B. 1　　C. 2　　D. 3

5. 对于下述两个命题,p:对角线互相垂直的四边形是菱形;q:对角线互相平分的四边形是菱形. 则命题"$p\vee q$""$p\wedge q$""$\neg p$"中真命题的个数为(　　).

A. 0　　B. 1　　C. 2　　D. 3

6. 已知命题 p:a,b,c 成等差数列的充要条件是 $b=\dfrac{a+c}{2}$,命题 q:a,b,c 成等比数列的充要条件是 $b^2=ac$. 则下列命题为真命题的是(　　).

A. $p\wedge q$　　B. $p\vee q$　　C. $\neg p\vee q$　　D. $(\neg p)\wedge(\neg q)$

7. 已知 $M=\{a\mid |a|\geqslant 2\}$,$A=\{a\mid (a-2)(a^2-3)=0,a\in M\}$,则集合 A 的子集共有(　　).

A. 1 个　　B. 2 个　　C. 4 个　　D. 8 个

8. 已知集合 $A=\{x\in\mathbf{R}\mid |x|\geqslant 2\}$,$B=\{x\in\mathbf{R}\mid x^2-x-2<0\}$,且 $\mathbf{R}$ 为实数集,则下列结论正确的是(　　).

A. $A\cup B=\mathbf{R}$　　B. $A\cap B\neq\varnothing$　　C. $A\subseteq(\complement_{\mathbf{R}}B)$　　D. $A\supseteq(\complement_{\mathbf{R}}B)$

9. 命题 p:$\exists\alpha\in\mathbf{R}$,$\sin(\pi-\alpha)=\cos\alpha$;命题 q:$\forall m>0$,双曲线 $\dfrac{x^2}{m^2}-\dfrac{y^2}{m^2}=1$ 的离心率为$\sqrt{2}$. 则下面结论正确的是(　　).

A. p 是假命题　　B. $\neg q$ 是真命题　　C. $p\wedge q$ 是假命题　　D. $p\vee q$ 是真命题

10. 已知集合 $A=\{x\mid x^2+a\leqslant(a+1)x,a\in\mathbf{R}\}$,若存在 $a\in\mathbf{R}$,使得集合 A 中所有整数元素之和为 28,则实数 a 的取值范围是(　　).

A. $[9,10)$　　B. $[7,8)$　　C. $(9,10)$　　D. $[7,8]$

11. 下列说法中,不正确的是(　　).

A. 点$\left(\dfrac{\pi}{8},0\right)$为函数 $f(x)=\tan\left(2x+\dfrac{\pi}{4}\right)$的一个对称中心

B. 设回归直线方程为$\hat{y}=2-2.5x$,当变量 x 增加一个单位时,y 大约减少 2.5 个单位

C. 命题"在$\triangle ABC$ 中,若 $\sin A=\sin B$,则$\triangle ABC$ 为等腰三角形"的逆否命题为真命题

D. 对于命题 p:"$\dfrac{x}{x-1}\geqslant 0$",则 $\neg p$:"$\dfrac{x}{x-1}<0$"

12. 已知命题 p:若 $a>1$,则 $a^x>\log_a x$ 恒成立;命题 q:在等差数列$\{a_n\}$中(其中公差 $d\neq 0$),$m+n=p+q$ 是 $a_m+a_n=a_p+a_q$ 的充分不必要条件($m,n,p,q\in\mathbf{N}^*$). 则下面选项中真命题是(　　).

A. $(\neg p)\wedge(\neg q)$　　B. $(\neg p)\vee(\neg q)$　　C. $(\neg p)\vee q$　　D. $p\wedge q$

二、填空题

13. 已知集合 $A=\{x\mid x^2-3x+2<0\}$，集合 $B=\{x\mid x^2-(a+1)x+a<0\}$，若 $A\cap(\complement_{\mathbf{R}}B)=\varnothing$，则实数 a 的取值范围是________.

14. 已知集合 $A=\left\{x\mid \frac{x-2}{x}\leqslant 0, x\in\mathbf{N}\right\}$，$B=\{x\mid\sqrt{x}\leqslant 2, x\in\mathbf{Z}\}$，则满足条件 $A\subseteq C\subseteq B$ 的集合 C 的个数为________.

15. 下列命题正确的序号为________.

① 函数 $y=\ln(3-x)$ 的定义域为 $(-\infty,3]$；

② 定义在 $[a,b]$ 上的偶函数 $f(x)=x^2+(a+5)x+b$ 的最小值为 5；

③ 若命题 p：对 $\forall x\in\mathbf{R}$，都有 $x^2-x+2\geqslant 0$，则命题 $\neg p$：$\exists x\in\mathbf{R}$，有 $x^2-x+2<0$；

④ 若 $a>0,b>0,a+b=4$，则 $\frac{1}{a}+\frac{1}{b}$ 的最小值为 1.

16. 已知函数 $y=f(x)$，任取 $t\in\mathbf{R}$，定义集合：$A_t=\{y\mid y=f(x)$，点 $P(t,f(t))$，$Q(x,f(x))$ 满足 $|PQ|\leqslant\sqrt{2}\}$. 设 M_t,m_t 分别表示集合 A_t 中元素的最大值和最小值，记 $h(t)=M_t-m_t$. 则

(1) 若函数 $f(x)=x$，则 $h(1)=$________；

(2) 若函数 $f(x)=\sin\frac{\pi}{2}x$，则 $h(t)$ 的最小正周期为________.

三、解答题

17. 已知集合 $A=\{x\mid x^2-2x-3\leqslant 0, x\in\mathbf{R}\}$，$B=\{x\mid x^2-2mx+m^2-4\leqslant 0, x\in\mathbf{R}\}$.

(1) 若 $A\cap B=[1,3]$，求实数 m 的值；

(2) 若 $A\subseteq\complement_{\mathbf{R}}B$，求实数 m 的取值范围.

18. 设 A,B 是两个非空集合，定义 A 与 B 的差集 $A-B=\{x\mid x\in A$ 且 $x\notin B\}$.

(1) 若 $A=\{1,2,3,4\}$，$B=\{2,3,4,5\}$，求 A 与 B 的差集；

(2) 差集 $A-B$ 与 $B-A$ 是否一定相等？举例说明.

19. 设 $p(x)$，$2^x>x^2$. 试问：

(1) 当 $x=5$ 时，$p(5)$是真命题吗？

(2) $p(-1)$是真命题吗？

(3) x 取哪些整数值时，$p(x)$是真命题？

20. 已知 $A=\{(x,y)\mid y=-x^2+mx-1\}$，$B=\{(x,y)\mid x+y=3,0\leqslant x\leqslant 3\}$，若 $A\cap B$ 是单元素集，求实数 m 的取值范围.

21. 已知命题 p：$\exists x\in\left(\frac{\pi}{4},\frac{\pi}{2}\right)$，使 $m\cos x=2\sin x$ 成立；命题 q：函数 $y=\log_2[4x^2+4(m-2)x+1]$ 的定义域为$(-\infty,+\infty)$，若"$p\vee q$"为真，"$p\wedge q$"为假，求 m 的取值范围.

22. 已知函数 $f(x)=\begin{cases}-x-1, x<-2,\\ x+3, -2\leqslant x\leqslant\frac{1}{2}, (x\in\mathbf{R}),\\ 5x+1, x>\frac{1}{2}.\end{cases}$

(1) 求函数 f(x)的最小值；

(2) 已知 m∈**R**，命题 p：关于 x 的不等式 $f(x)\geqslant m^2+2m-2$ 对任意 $m\in\mathbf{R}$ 恒成立；q：函数 $y=(m^2-1)^x$ 是增函数，若"p 或 q"为真，"p 且 q"为假，求实数 m 的取值范围.

第二章　函数　导数及其应用

【考纲要求】

一、函数的概念与性质

1. 了解构成函数的要素，会求一些简单函数的定义域和值域；了解映射的概念.
2. 在实际情境中，会根据不同的需要选择恰当的方法(如图像法、列表法、解析法)表示函数.
3. 了解简单的分段函数，并能简单应用(函数分段不超过三段).
4. 理解函数的单调性、最大(小)值及其几何意义；了解函数奇偶性的含义.
5. 会运用基本初等函数的图像分析函数的性质.

二、基本初等函数

1. 理解有理数指数幂的含义，了解实数指数幂的意义，掌握幂的运算.
2. 理解指数函数的概念及其单调性，掌握指数函数图像通过的特殊点，会画底数为 $2,3,10,\frac{1}{2},\frac{1}{3}$ 的指数函数的图像.
3. 理解对数的概念及其运算性质，知道用换底公式将一般对数转化成自然对数或常用对数；了解对数在简化运算中的作用.
4. 理解对数函数的概念及其单调性，掌握对数函数图像通过的特殊点，会画底数为 $2,10,\frac{1}{2}$ 的对数函数的图像.
5. 了解幂函数的概念，结合函数 $y-x$，$y=x^2$，$y=x^3$，$y=\frac{1}{x}$，$y=x^{\frac{1}{2}}$ 的图像，了解它们的变化情况.

三、导数及其应用

1. 能利用基本初等函数的导数公式和导数的四则运算法则求简单函数的导数，能求简单的复合函数(仅限于形如 $f(ax+b)$ 的复合函数)的导数.
2. 了解函数单调性和导数的关系；能利用导数研究函数的单调性，会求函数的单调区间(其中多项式函数一般不超过三次).
3. 了解函数在某点取得极值的必要条件和充分条件；会用导数求函数的极大值、极小值(其中多项式函数一般不超过三次)；会求闭区间上函数的最大值、最小值(其中多项式函数一般不超过三次).
4. 会用导数解决某些实际问题.
5. 了解定积分的实际背景，了解定积分的基本思想，了解定积分的概念，了解微积分基本定理的含义.

函数、导数及其应用内容在高考中一般以选择题、填空题、解答题的形式出现，多数情况下考查 3～4 个题目，约 25 分.