

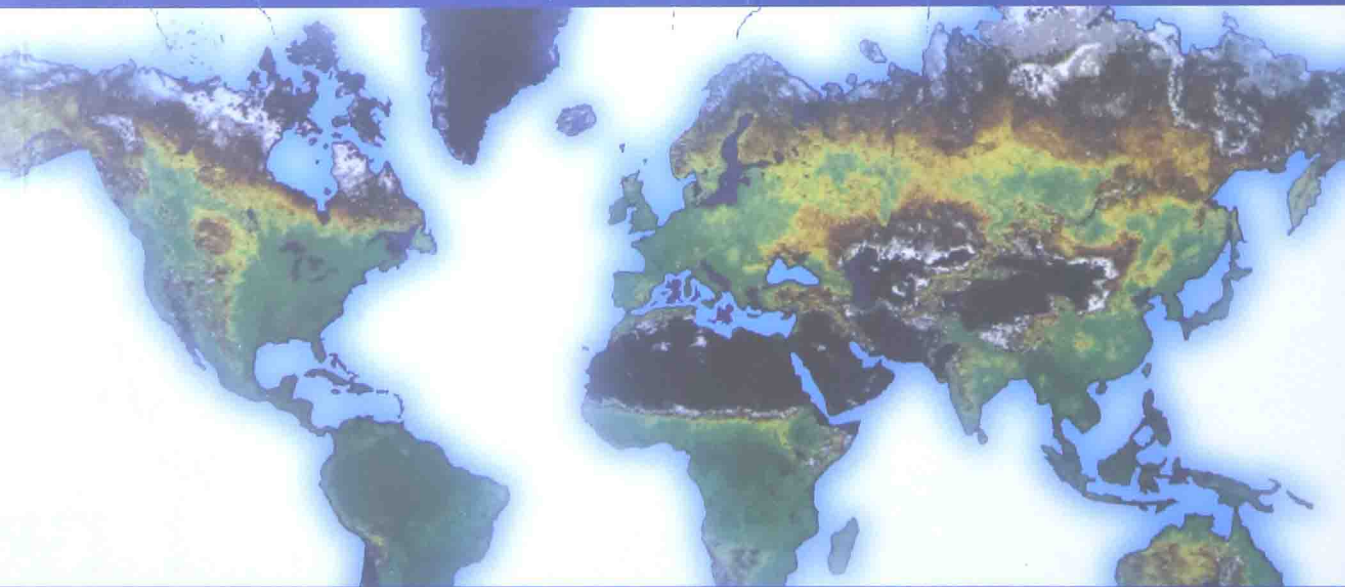
GEO-SPATIAL INFORMATION SCIENCE

● 高等学校测绘工程系列教材

(第二版)

误差理论与测量平差 基础习题集

武汉大学测绘学院测量平差学科组 编著



WUHAN UNIVERSITY PRESS

武汉大学出版社

高等学校测绘工程系列教材

误差理论与测量平差 基础习题集

(第二版)

武汉大学测绘学院测量平差学科组 编著



WUHAN UNIVERSITY PRESS

武汉大学出版社

图书在版编目(CIP)数据

误差理论与测量平差基础习题集/武汉大学测绘学院测量平差学科组编著. —2版. —武汉:武汉大学出版社,2015.4

高等学校测绘工程系列教材

ISBN 978-7-307-15376-9

I. 误… II. 武… III. ①测量误差—高等学校—习题集 ②测量平差—高等学校—习题集 IV. P207.44

中国版本图书馆 CIP 数据核字(2015)第 042428 号

责任编辑:鲍玲 责任校对:汪欣怡 版式设计:马佳

出版发行:武汉大学出版社 (430072 武昌 珞珈山)

(电子邮件:cbs22@whu.edu.cn 网址:www.wdp.com.cn)

印刷:武汉中科兴业印务有限公司

开本:787×1092 1/16 印张:12.75 字数:306千字

版次:2005年3月第1版 2015年4月第2版

2015年4月第2版第1次印刷

ISBN 978-7-307-15376-9

定价:25.00元

版权所有,不得翻印;凡购买我社的图书,如有质量问题,请与当地图书销售部门联系调换。

前 言

由我们编著的《误差理论与测量平差基础》(武汉大学出版社,2003),经国家教育部批准为普通高等教育“十五”国家级规划教材。该书的前一版本《测量平差基础(第三版)》(测绘出版社,1996)由于教学贡献和学术水平,于1999年获得国家科技进步三等奖。《误差理论与测量平差基础》一书已被许多院校选作测绘工程本科专业课程的教材。为了提高课程的教学质量和学生的计算、应用、分析能力,我们及时编写了与教材配套的这本习题集《误差理论与测量平差基础习题集》。本书在吸取了原有同类教材成功经验的基础上,充分考虑了目前测绘工程专业本科教材的内容,与其紧密结合,成为整体。

本书在习题和思考题的配置上考虑了“误差理论与测量平差基础”课程的主要内容和教学重点,加强了精度指标、协方差传播律及权、条件平差、间接平差、误差椭圆和假设检验等内容上的技能训练。章节目录基本上和《误差理论与测量平差基础》一书相对应,题号第一位数表示章号,第二位数表示节号,第三位数表示该章的题目数,答案与之对应。本书中文字符号的表达意义与《误差理论与测量平差基础》一书一致。

本书积累了作者长期的本科教学经验,在选题上,力求加强基本概念、解决实际问题 and 综合能力的训练,设计了一定数量的思考题和综合训练题。由于平差涉及大量的几何图形或控制网,虽然有些控制网现在在生产单位很少采用,如测角网,但考虑到这些图形对于理解平差模型的构成具有很重要的作用,所以此次仍然设计了一定的类似题目。教材涉及的内容全面、难易结合、题目新颖、形式多样。考虑到本课程属于大地测量学与测量工程学科硕士研究生入学的必考科目,本书还纳入了我院最近多届的研究生试题。

全书共分十一章,由邱卫宁教授主编,黄加纳教授、蓝悦明副教授、姚宜斌博士参加编写。其中黄加纳编写了第一章、第二章、第三章;邱卫宁编写了第四章、第七章、第八章、第九章;蓝悦明编写了第五章、第六章;姚宜斌编写了第十章、第十一章。全书由邱卫宁统一修改定稿,陶本藻教授审核。

本书得到了武汉大学教务部和武汉大学出版社的大力支持,在此深表感谢。

本习题集有大量计算题,错误在所难免,恳请使用本教材的教师和广大读者批评指正,提出宝贵意见。

目 录

第一章 绪论	1
1-1 观测误差	1
1-2 测量平差学科的研究对象	1
1-3 测量平差的简史和发展	1
1-4 本课程的任务和内容	2
第二章 误差分布与精度指标	3
2-1 随机变量的数字特征	3
2-2 正态分布	3
2-3 偶然误差的规律性	3
2-4 衡量精度的指标	4
2-5 精度、准确度与精确度	4
2-6 测量不确定度	5
2-7 综合练习题	5
第三章 协方差传播律及权	6
3-1 协方差传播律	6
3-2 协方差传播律的应用	8
3-3 权与定权的常用方法	10
3-4 协因数阵与权阵	12
3-5 协因数传播律	13
3-6 由真误差计算中误差及其实际应用	14
3-7 系统误差的传播	16
3-8 综合练习题	17
第四章 平差数学模型与最小二乘原理	21
4-1 测量平差概述	21
4-2 函数模型	21
4-3 函数模型的线性化	23
4-4 测量平差的数学模型	24
4-5 参数估计与最小二乘原理	24
4-6 综合练习题	24

第五章	条件平差	27
5-1	条件平差原理	27
5-2	条件方程	28
5-3	精度评定	35
5-4	水准网平差示例	38
5-5	综合练习题	39
第六章	附有参数的条件平差	49
6-1	附有参数的条件平差原理	49
6-2	精度评定	52
6-3	综合练习题	53
第七章	间接平差	58
7-1	间接平差原理	58
7-2	误差方程	59
7-3	精度评定	62
7-4	水准网平差示例	65
7-5	间接平差特例——直接平差	67
7-6	三角网坐标平差	68
7-7	测边网坐标平差	71
7-8	导线网间接平差	73
7-9	GPS 网平差	76
7-10	综合练习题	77
第八章	附有限制条件的间接平差	83
8-1	附有限制条件的间接平差原理	83
8-2	精度评定	87
8-3	综合练习题	88
第九章	概括平差函数模型	91
9-1	基本平差方法和概括函数模型	91
9-2	附有限制条件的条件平差原理	91
9-3	精度评定	94
9-4	各种平差方法的共性与特性	94
9-5	平差结果的统计性质	96
第十章	误差椭圆	97
10-1	点位中误差	97
10-2	点位任意方向的位差	97
10-3	误差曲线	99

10-4	误差椭圆	99
10-5	相对误差椭圆	100
10-6	点位落入误差椭圆内的概率	103
10-7	综合练习题	103
第十一章	平差系统的统计假设检验	105
11-1	统计假设检验概述	105
11-2	统计假设检验的基本方法	105
11-3	误差分布的假设检验	106
11-4	平差模型正确性的统计检验	107
11-5	平差参数的统计检验和区间估计	107
11-6	粗差检验的数据探测法	108
11-7	综合练习题	108
参考答案	109
参考文献	191

第一章 绪 论

1-1 观测误差

1. 1. 01 为什么说观测值总是带有误差，而且观测误差是不可避免的？

1. 1. 02 观测条件是由哪些因素构成的？它与观测结果的质量有什么联系？

1. 1. 03 测量误差分为哪几类？它们各自是怎样定义的？对观测成果有何影响？试举例说明。

1. 1. 04 用钢尺丈量距离，有下列几种情况使量得的结果产生误差，试分别判定误差的性质及符号：

(1) 尺长不准确；

(2) 尺不水平；

(3) 估读小数不准确；

(4) 尺垂曲；

(5) 尺端偏离直线方向。

1. 1. 05 在水准测量中，有下列几种情况使水准尺读数带有误差，试判别误差的性质及符号：

(1) 视准轴与水准轴不平行；

(2) 仪器下沉；

(3) 读数不准确；

(4) 水准尺下沉。

1-2 测量平差学科的研究对象

1. 2. 06 何谓多余观测？测量中为什么要进行多余观测？

1. 2. 07 测量平差的基本任务是什么？

1-3 测量平差的简史和发展

1. 3. 08 高斯于哪一年提出最小二乘法？其主要是为了解决什么问题？

1. 3. 09 自 20 世纪五六十年代开始，测量平差得到了很大的发展，主要表现在哪些方面？

1-4 本课程的任务和内容

1.4.10 本课程主要讲述哪些内容？其教学目的是什么？

第二章 误差分布与精度指标

2-1 随机变量的数字特征

2.1.01 设随机变量 X 的概率密度为

$$f(x) = \begin{cases} e^{-x}, & x > 0, \\ 0, & x \leq 0 \end{cases}$$

求 $y=2x+1$, $z=e^{-3x}$ 的数学期望。

2.1.02 设随机变量 X, Y 的联合概率密度为:

$$f(x) = \begin{cases} 15xy^2, & 0 \leq y \leq x \leq 1, \\ 0, & \text{其他} \end{cases}$$

求 $E(X), E(Y), E(X+Y), E(XY)$ 。

2.1.03 设 X 为随机变量, C 是常数, 证明 $D(X) < E[(X-C)^2]$; 当 C 取何值时, $D(X)$ 有极小值。

2.1.04 设等边三角形的边长 X 的概率密度为 $f(x) = \begin{cases} \frac{1}{2}, & 0 < x < 2, \\ 0, & \text{其他} \end{cases}$, 求等边三角形的面积 S 的期望和方差。

2.1.05 设 $W = (aX + 3Y)^2$, $E(X) = E(Y) = 0$, $D(X) = 4$, $D(Y) = 16$, $\rho_{XY} = -0.5$ 。求常数 a 使 $E(W)$ 为最小, 并求 $E(W)$ 的最小值。

2-2 正态分布

2.2.06 某样本均值 $\bar{X} \sim N(52, 1.05^2)$, 试求其落在 50.8 到 53.8 之间的概率。

2.2.07 设随机变量 $X \sim N(0, 9)$, 求随机变量函数 $Y = 5X^2$ 的均值。

2.2.08 一仪器某种元件的使用寿命 X (以小时计), 服从参数为 $\mu = 160$, σ 的正态分布。若要求 $P\{120 < X \leq 200\} \geq 0.80$, 允许 σ 最大为多少?

2.2.09 设 (X, Y) 服从二维正态分布, 且 $X \sim N(0, 3)$, $Y \sim N(0, 4)$, 相关系数 $\rho_{XY} = -0.5$, 试写出 X 和 Y 的联合分布密度。

2-3 偶然误差的规律性

2.3.10 观测值的真误差是怎样定义的? 三角形的闭合差是什么观测值的真误差?

2.3.11 在相同的观测条件下,大量的偶然误差呈现出什么样的规律性?

2.3.12 偶然误差 Δ 服从什么分布? 它的数学期望和方差各是多少?

2.3.13 为了鉴定某测距仪是否有系统误差,将该仪器对某段距离观测 60 次,其末位数的值如下(mm),试画出这些数据的频率直方图,并分析是否存在系统误差。

3.1 4.4 2.9 4.1 3.3 3.2 3.5 4.9 3.6 4.0

3.4 5.7 3.4 4.3 3.5 4.0 4.3 4.2 3.9 3.6

3.6 3.7 3.5 3.4 3.6 3.8 4.3 2.9 3.0 4.1

3.9 4.1 3.8 4.2 3.9 4.0 4.1 4.2 4.3 4.0

4.4 2.4 4.5 2.6 4.6 4.7 4.8 5.2 4.5 4.6

5.0 4.9 5.2 5.3 5.1 3.7 4.5 4.6 4.7 4.8

2-4 衡量精度的指标

2.4.14 在相同的观测条件下,对同一个量进行若干次观测得到一组观测值,这些观测值的精度是否相同? 能否认为误差小的观测值比误差大的观测值精度高?

2.4.15 若有两个观测值的中误差相同,那么,是否可以说过这两个观测值的真误差一定相同? 为什么?

2.4.16 为了鉴定经纬仪的精度,对已知精确测定的水平角 $\alpha = 45^\circ 00' 00''$ 作 12 次观测,结果为:

$45^\circ 00' 06''$ $44^\circ 59' 55''$ $44^\circ 59' 58''$ $45^\circ 00' 04''$

$45^\circ 00' 03''$ $45^\circ 00' 04''$ $45^\circ 00' 00''$ $44^\circ 59' 58''$

$44^\circ 59' 59''$ $44^\circ 59' 59''$ $45^\circ 00' 06''$ $45^\circ 00' 03''$

设 α 没有误差,试求观测值的中误差。

2.4.17 随机地选取两组学生,甲组 80 人,乙组 60 人,每人用同种测距仪分别观测某已知距离的目标一测回,其误差为 Δ_i ,甲、乙两组的精度会一样吗? 为什么?

2.4.18 有一段距离,其观测值及其中误差为 $345.675\text{m} \pm 15\text{mm}$ 。试估计这个观测值的真误差的实际可能范围是多少? 并求出该观测值的相对中误差。

2.4.19 已知两段距离的长度及其中误差分别为 $300.465\text{m} \pm 4.5\text{cm}$ 及 $660.894\text{m} \pm 4.5\text{cm}$,试说明这两段距离的真误差是否相等? 它们的精度是否相等?

2-5 精度、准确度与精密度

2.5.20 两个独立观测值是否可称为不相关观测值? 而两个相关观测值是否就是不独立观测值呢?

2.5.21 相关观测值向量 X 的协方差阵是怎样定义的? 试说明 D_{XX} 中各个元素的含义。当向量 X 中的各个分量两两相互独立时,其协方差阵有什么特点?

2.5.22 对真值为 $\tilde{L} = 100.010\text{m}$ 的一段距离以相同的方法进行了 10 次独立的观测,得到的观测值见下表。试求该组观测值的系统误差、中误差、均方误差。

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
100.023	100.015	100.017	100.016	100.024	100.023	100.025	100.017	100.026	100.014

2.5.23 简述观测值的精度与精确度的含义及指标。在什么情况下二者是相同的?

2-6 测量不确定度

2.6.24 测量数据的不确定性是怎样定义的? 简述它和误差之间的关系。

2.6.25 测量数据的不确定度是怎样定义的? 简述它和误差、中误差之间的关系。

2-7 综合练习题

2.7.26 设随机变量 X_1, X_2, \dots, X_5 相互独立, 且有 $E(X_i) = 2i, D(X_i) = i^2, (i=1, 2, \dots, 5)$, 设 $Y = 2X_1 - 3X_2 - \frac{1}{2}X_4 + X_5$, 试求 $E(Y), D(Y)$ 。

2.7.27 已知同精度独立观测值 $x_i (i=1, 2, \dots, n)$ 的数学期望均为 μ , 方差为 σ^2 , 求其算术平均值 $x = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n x_i$ 的数学期望 $E(x)$ 和方差 σ_x^2 。

2.7.28 设长方形的长 $X \sim N(10\text{m}, 100\text{mm}^2)$, 宽 $Y \sim N(5\text{m}, 100\text{mm}^2)$, X, Y 互相独立, 试求:

(1) 长方形面积 S 和周长 C 的数学期望和方差;

(2) S 和 C 的相关系数。

2.7.29 设对某量进行了两组观测, 它们的真误差分别为:

第一组: 3, -3, 2, 4, -2, -1, 0, -4, 3, -2

第二组: 0, -1, -7, 2, 1, -1, 8, 0, -3, 1

试求两组观测值的平均误差 $\hat{\theta}_1, \hat{\theta}_2$ 和中误差 $\hat{\sigma}_1, \hat{\sigma}_2$, 并比较两组观测值的精度。

2.7.30 设有观测值向量 $X = [L_1 L_2]^T$, 已知 $\sigma_{L_1} = 2$ 秒, $\sigma_{L_2} = 3$ 秒, $\sigma_{L_1 L_2} = -2$ 秒², 试写出其协方差阵 D_{XX} 。

2.7.31 设有观测值向量 $X = [L_1 L_2 L_3]^T$ 的协方差阵 $D_{XX} = \begin{bmatrix} 4 & -2 & 0 \\ -2 & 9 & -3 \\ 0 & -3 & 16 \end{bmatrix}$, 试写出观

测值 L_1, L_2 及 L_3 的中误差以及协方差 $\sigma_{L_1 L_2}, \sigma_{L_1 L_3}$ 和 $\sigma_{L_2 L_3}$ 。

第三章 协方差传播律及权

3-1 协方差传播律

3.1.01 什么是协方差传播律？其主要用来解决什么问题？

3.1.02 能否说协方差传播律就是误差传播律？为什么？

3.1.03 当观测值的函数是非线性形式时，应用协方差传播律应注意哪些问题？试举例说明之。

3.1.04 已知独立观测值向量 L_1, L_2 的方差 $\sigma_1^2=3, \sigma_2^2=2$ ，试求：

(1) 函数 $x=L_1-2L_2$ 和 $y=3L_2$ 的方差 σ_x^2, σ_y^2 ；

(2) 函数 x 对于 y 的协方差 σ_{xy} 。

3.1.05 已知观测值向量 L_1, L_2 的方差 $\sigma_1^2=3, \sigma_2^2=2$ ，协方差 $\sigma_{12}=-0.5$ ，试求：

(1) 函数 $x=L_1-2L_2$ 和 $y=3L_2$ 的方差 σ_x^2, σ_y^2 ；

(2) 函数 x 对于 y 的协方差 σ_{xy} 。

3.1.06 在三角形中，已知角 a 无误差为 30° ，观测角 b, c 的观测值为 L_1, L_2 ，其协方差阵 D_{L_2} 为单位阵，现将闭合差平均分配到两角，得 $\hat{L}_i=L_i-\frac{w}{2}$ ($i=1, 2$)，式中 $w=L_1+L_2-130^\circ$ ，试求：

(1) w 的方差；

(2) w 与 $\hat{L}=[L_1 \ L_2]^T$ 是否相关，试证明。

3.1.07 下列各式中的 L_i ($i=1, 2, 3$) 均为等精度独立观测值，其中误差为 σ ，试求 X 的中误差：

$$(1) X = \frac{1}{2}(L_1+L_2)+L_3;$$

$$(2) X = \frac{L_1 L_2}{L_3}.$$

3.1.08 已知观测值 L_1, L_2 的中误差 $\sigma_1=\sigma_2=\sigma, \sigma_{12}=0$ ，设 $X=2L_1+5, Y=L_1-2L_2, Z=L_1 L_2, t=X+Y$ ，试求 X, Y, Z 和 t 的中误差。

3.1.09 已知独立观测值 L_1, L_2 的中误差为 σ_1 和 σ_2 ，试求下列函数的中误差：

$$(1) X=L_1-2L_2;$$

$$(2) Y=\frac{1}{2}L_1^2+L_1 L_2;$$

$$(3) Z=\frac{\sin L_1}{\sin(L_1+L_2)}.$$

3.1.10 设有观测值向量 $L = [L_1 \ L_2 \ L_3]^T$, 其协方差阵为

$$D_{LL} = \begin{bmatrix} 4 & 0 & 0 \\ 0 & 3 & 0 \\ 0 & 0 & 2 \end{bmatrix},$$

试分别求下列函数的方差:

(1) $F_1 = L_1 - 3L_3$;

(2) $F_2 = 3L_2L_3$ 。

3.1.11 设有观测值向量 $L = [L_1 \ L_2 \ L_3]^T$, 其协方差阵为

$$D_{LL} = \begin{bmatrix} 6 & -1 & -2 \\ -1 & 4 & 1 \\ -2 & 1 & 2 \end{bmatrix},$$

试分别求下列函数的方差:

(1) $F_1 = L_1 + 3L_2 - 2L_3$;

(2) $F_2 = L_1^2 + L_2 + L_3^{\frac{1}{2}}$ 。

3.1.12 已知观测值向量 L 及其协方差阵 D_{LL} , 组成函数 $X = AL$, $Y = BX$, 试求协方差阵 D_{XL} 、 D_{YL} 和 D_{XY} 。

3.1.13 设有观测值向量 $L = [L_1 \ L_2 \ L_3]^T$, 其协方差阵为

$$D_{LL} = \begin{bmatrix} 3 & 0 & -1 \\ 0 & 4 & 1 \\ -1 & 1 & 2 \end{bmatrix},$$

现有函数 $\varphi_1 = L_1L_2$, $\varphi_2 = 2L_1 - L_3$, 试求函数的方差 D_{φ_1} 、 D_{φ_2} 和互协方差 $D_{\varphi_1\varphi_2}$ 。

3.1.14 已知观测值向量 L_1 、 L_2 和 L_3 及其协方差阵为

$$\begin{bmatrix} D_{11} & D_{12} & D_{13} \\ D_{21} & D_{22} & D_{23} \\ D_{31} & D_{32} & D_{33} \end{bmatrix},$$

现组成函数

$$\begin{cases} X = AL_1 + A_0, \\ Y = BL_2 + B_0, \\ Z = CL_3 + C_0, \end{cases}$$

式中, A 、 B 、 C 为系数阵, A_0 、 B_0 、 C_0 为常数阵。令 $W = [X \ Y \ Z]^T$, 试求协方差阵 D_{WW} 。

3.1.15 已知边长 S 及坐标方位角 α 的中误差各为 σ_s 和 σ_α , 试求坐标增量 $\Delta X = S \cdot \cos\alpha$ 和 $\Delta Y = S \cdot \sin\alpha$ 的中误差。

3.1.16 设有同精度独立观测值向量 $L = [L_1 \ L_2 \ L_3]^T$ 的函数为

$$Y_1 = S_{AB} \frac{\sin L_1}{\sin L_3}, \quad Y_2 = \alpha_{AB} - L_2,$$

式中, α_{AB} 和 S_{AB} 为无误差的已知值, 测角中误差 $\sigma = 1''$, 试求函数的方差 $\sigma_{Y_1}^2$ 、 $\sigma_{Y_2}^2$ 及协方差 $\sigma_{Y_1Y_2}$ 。

3.1.17 在图 3-1 的 $\triangle ABC$ 中, 由直接观测得 $b = 106.00\text{m} \pm 0.06\text{m}$, $\beta = 29^\circ 39' \pm 1'$ 和 $\gamma = 120^\circ 07' \pm 2'$, 试计算边长 c 及其中误差 σ_c 。

3.1.18 在图 3-2 的 $\triangle ABC$ 中测得 $\angle A \pm \sigma_A$, 边长 $b \pm \sigma_b$, $c \pm \sigma_c$, 试求三角形面积的中误差 σ_s 。

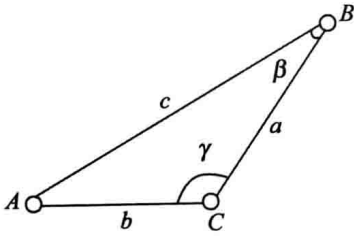


图 3-1

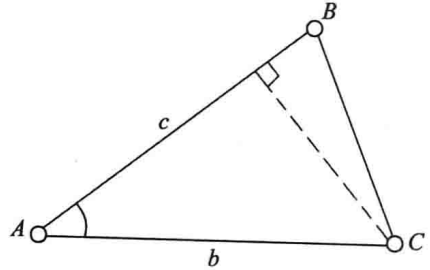


图 3-2

3.1.19 由已知点 A (无误差) 引出支点 P , 如图 3-3 所示。 α_0 为起算方位角, 其中误差为 σ_{α_0} , 观测角 β 和边长 S 的中误差分别为 σ_β 和 σ_s , 试求 P 点坐标 X 、 Y 的协方差阵。

3.1.20 为了确定图 3-4 中测站 A 上 B 、 C 、 D 方向间的关系, 同精度观测了三个角, 其值为 $L_1 = 45^\circ 02'$, $L_2 = 85^\circ 00'$, $L_3 = 40^\circ 01'$ 。设测角中误差 $\sigma = 1''$, 试求:

- (1) 观测角平差值的协方差阵;
- (2) 观测角平差值 \hat{L}_1 关于 \hat{L}_3 的协方差。

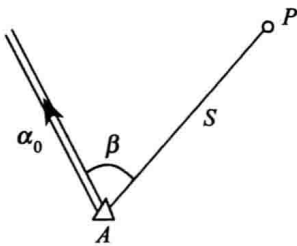


图 3-3

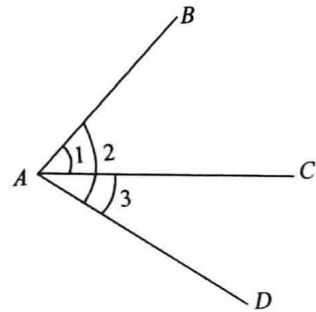


图 3-4

3-2 协方差传播律的应用

3.2.21 水准测量中两种计算高差中误差的公式为 $\sigma_{h_{AB}} = \sqrt{N} \sigma_{\text{站}}$ 和 $\sigma_{h_{AB}} = \sqrt{S} \sigma_{\text{公里}}$, 它们各在什么前提条件下使用?

3.2.22 试简述同精度独立观测值的算术平均值中误差的计算公式 $\sigma_x = \frac{\sigma}{\sqrt{N}}$ 的推导过程, 并说明此式使用的前提条件。

3.2.23 怎样计算交会定点的点位方差? 纵向方差及横向方差各是由什么因素引起的误差?

3.2.24 在已知水准点 A 、 B (其高程无误差) 间布设水准路线, 如图 3-5 所示。路线长为 $S_1=2\text{km}$, $S_2=6\text{km}$, $S_3=4\text{km}$, 设每千米观测高差中误差 $\sigma=1.0\text{mm}$, 试求:



图 3-5

- (1) 将闭合差按距离分配之后 P_1 、 P_2 两点间高差的中误差;
- (2) 分配闭合差后 P_1 点高程的中误差。

3.2.25 在水准测量中, 设每站观测高差的中误差均为 1cm , 今要求从已知点推算待定点的高程中误差不大于 5cm , 问可以设多少站?

3.2.26 若要在两已知高程点间布设一条附合水准路线(图 3-6), 已知每千米观测中误差等于 5.0mm , 欲使平差后线路中点 C 点高程中误差不大于 10mm , 问该线路长度最多可达几千米? (提示: $H'_C=H_A+h_1$, $H''_C=H_B-h_2$, $H_C=(H'_C+H''_C)/2$)

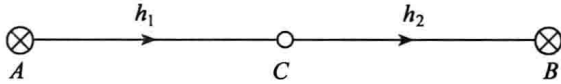


图 3-6

3.2.27 在图 3-7 中, 由已知点 A 丈量距离 S 并测量坐标方位角 α , 借以计算 P 点的坐标。观测值及其中误差为 $S=127.00\text{m}\pm 0.03\text{m}$, $\alpha=30^\circ 00' \pm 2.5'$, 设 A 点坐标无误差, 试求待定点 P 的点位中误差 σ_P 。

3.2.28 有一角度测 4 测回, 得中误差 $0.42''$, 问再增加多少测回其中误差为 $0.28''$?

3.2.29 在图 3-8 的梯形稻田中, 测量得上底边长为 $a=50.746\text{m}$, 下底边长为 $b=86.767\text{m}$, 高为 $h=67.420\text{m}$, 其中误差分别为 $\sigma_a=0.030\text{m}$, $\sigma_b=0.040\text{m}$, $\sigma_h=0.034\text{m}$, 试求该梯形的面积 S 及其中误差 σ_S 。

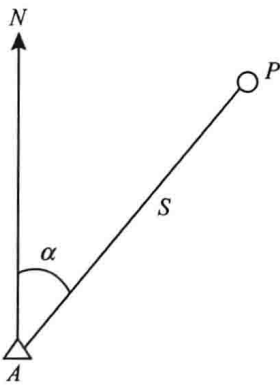


图 3-7

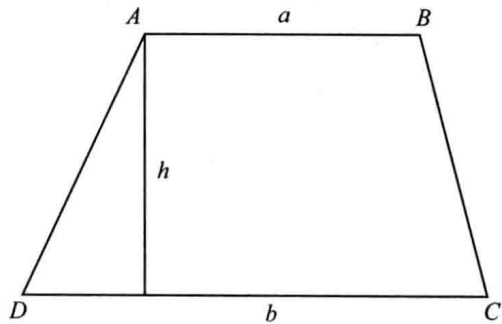


图 3-8

3.2.30 设图 3-9 的 $\triangle ABC$ 为等边三角形, 观测边长和角度得观测值为 $b\pm\sigma_b=1\ 000\text{m}$

$\pm 0.015\text{m}$, $\alpha = \beta = 60^\circ 00' 00''$, 且 $\sigma_\alpha = \sigma_\beta$ 。为使算得的边长 a 具有中误差 $\sigma_a = 0.02\text{m}$, 试问角 α 和 β 的观测精度应为多少?

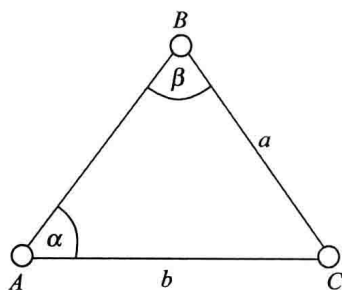


图 3-9

3-3 权与定权的常用方法

3.3.31 权是怎样定义的? 权与中误差有何关系? 有了中误差为什么还要讨论权?

3.3.32 在公式 $P_i = \frac{\sigma_0^2}{\sigma_i^2}$ 中, σ_0^2 表示什么? σ_i^2 能否是不同量的观测值的方差?

3.3.33 什么叫做单位权、单位权观测值及单位权中误差? 对于某一个平差问题, 它们的值是唯一的吗? 为什么?

3.3.34 水准测量中的两种常用定权公式 $P_i = \frac{C}{N_i}$ 和 $P_i = \frac{C}{S_i}$ 各在什么前提条件下使用? 试说明两式中 C 的含义。

3.3.35 设某角的三个观测值及其中误差分别为

$$30^\circ 41' 20'' \pm 2.0''$$

$$30^\circ 41' 26'' \pm 4.0''$$

$$30^\circ 41' 16'' \pm 1.0''$$

现分别取 $2.0''$ 、 $4.0''$ 及 $1.0''$ 作为单位权中误差, 试按权的定义计算出三组不同的观测值的权, 再按各组权分别计算这个角的加权平均值 \hat{X} 及其中误差 $\sigma_{\hat{x}}$ 。

3.3.36 在相同观测条件下, 应用水准测量测定了三角点 A 、 B 、 C 之间的高差, 设该三角形边长分别为 $S_1 = 10\text{km}$, $S_2 = 8\text{km}$, $S_3 = 4\text{km}$, 令 40km 的高差观测值为单位权观测, 试求各段观测高差之权及单位权中误差。

3.3.37 设 n 个同精度观测值的权为 P , 其算术平均值的权为 \bar{P} , 问 P 与 \bar{P} 的关系如何?

3.3.38 设一长度为 d 的直线之丈量结果的权为 1 , 求长为 D 的直线之丈量结果的权。

3.3.39 在图 3-10 中, 设已知点 A 、 B 之间的附和水准路线长为 80km , 令每千米观测高差的权等于 1 , 求平差后线路中点(最弱点) C 点高程的权及该点平差前的权。

3.3.40 以相同精度观测 $\angle A$ 和 $\angle B$, 其权分别为 $P_A = \frac{1}{4}$, $P_B = \frac{1}{2}$, 已知 $\sigma_B = 8''$, 试