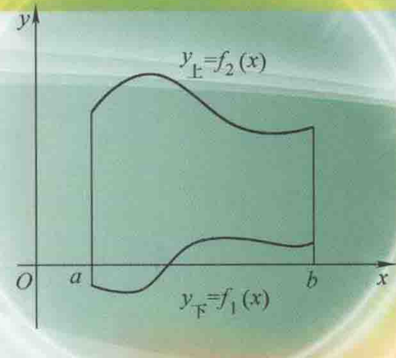
国家骨干高职院校基础课系列教材

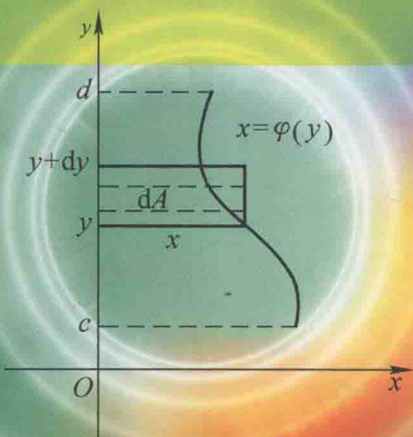
高等数学
同步学习与练习

山东职业学院数学教研室 编



天津大学出版社
TIANJIN UNIVERSITY PRESS

组稿编辑　周小明　杨　瑜
责任编辑　周小明
装帧设计　谷英卉



ISBN 978-7-5618-4477-9
定价：19.80元

国家骨干高职院校基础课系列教材

高等数学
同步学习与练习

山东职业学院数学教研室 编

天津大学出版社
TIANJIN UNIVERSITY PRESS

内 容 简 介

本书是根据教育部制定的“高职高专教育高等数学课程教学基本要求”，以国家骨干高职高专办学方向和培养目标为指导，兼顾各专业对高等数学知识和技能的基本需求编写而成．

本书与国家骨干高职院校系列教材《高等数学》配套同步使用，一方面能做到对教材知识点的呼应、总结与强化，另一方面题目类型全、覆盖面广，从基本到综合，由易到难，循序渐进，充分注重基础知识的巩固，基本方法和自学能力、解题能力、应用能力、分析解决问题能力的训练与提高，能够适合各专业不同基础层次学生的需求．

本书可作为国家骨干高职院校系列教材《高等数学》的配套用书，也可供各类成人高校的学生以及广大自学者使用．

图书在版编目(CIP)数据

高等数学同步学习与练习/山东职业学院数学教研室编．—天津：天津大学出版社，2012．9

国家骨干高职院校基础课系列教材

ISBN 978－7－5618－4477－9

Ⅰ．①高…　Ⅱ．①山…　Ⅲ．①高等数学－高等职业教育－教学参考资料　Ⅳ．①013

中国版本图书馆 CIP 数据核字(2012)第 212536 号

出版发行　天津大学出版社
出 版 人　杨欢
地　　址　天津市卫津路 92 号天津大学内(邮编：300072)
电　　话　发行部：022－27403647
网　　址　publish. tju. edu. cn
印　　刷　昌黎太阳红彩色印刷有限责任公司
经　　销　全国各地新华书店
开　　本　185mm×260mm
印　　张　10.5
字　　数　256 千
版　　次　2012 年 9 月第 1 版
印　　次　2012 年 9 月第 1 次
定　　价　19. 80 元

前　言

根据教育部制定的"高职高专教育高等数学课程教学基本要求",在对国家骨干高职院校各专业对高等数学知识和能力的不同需求进行充分调查、研讨和总结的基础上,为配合国家骨干高职院校系列教材《高等数学》的使用而编写此书.

培养学生正确、深入、透彻地理解概念、掌握基本知识、提高数学素养和应用技能,最重要的方式、方法、途径就是及时地有针对性地强化练习,也就是在练中学、学中练,边学边练、边练边学.《高等数学同步学习与练习》与国家骨干高职院校系列教材《高等数学》配套同步使用,一方面能做到对教材知识点的呼应、归纳与强化,另一方面题目类型全、覆盖面广,从基本到综合,由易到难,循序渐进,充分注重基础知识的巩固、基本方法的训练,能使广大学生在练习中不断增强和提高自学能力、解题能力以及应用知识分析问题、解决实际问题的能力,所以本书能够适合与满足不同基础层次的学生的需求.

本书由祝瑞花策划,贾明斌主审,邱法玉担任主编,宋金丽担任副主编.

各章编写教师如下:

内　容	编写教师
第 1 章　函数与复数	邱法玉
第 2 章　极限与连续	邱法玉
第 3 章　导数、微分及导数的应用	毛娟
第 4 章　积分学	尹树国
第 5 章　多元函数微分学	邱法玉
第 6 章　常微分方程	王伟伟
第 7 章　无穷级数	顾鑫盈
第 8 章　线性代数	邱法玉
第 9 章　概率统计	毛娟
第 10 章　数学软件与数学建模简介	戴兴波

崔延海、王伟、赵龙三位老师也参加了本书的编校工作.

本书可作为国家骨干高职院校系列教材《高等数学》配套用书,也可供成人高等学校的学生以及广大自学者使用.

由于时间仓促,书中难免有疏漏之处,欢迎广大读者多提宝贵意见,使之日臻完善.

目　　录

第 1 章　函数与复数

1.1　函数与反函数

一、判断题

1. 函数 $y=\ln x^2$ 与 $y=2\ln x$ 表示同一函数．（　　）

2. 函数 $f(x)=\ln\dfrac{1+x}{1-x}$ 为非奇非偶函数．（　　）

二、选择题

1. 函数 $y=\dfrac{1}{\sqrt{1-x}}+\ln(9-x^2)$ 的定义域是（　　）．

A. $[-3,1]$　　B. $(-3,1)$　　C. $(-3,1]$　　D. $[-3,1)$

2. 函数 $y=\ln(\sqrt{1+x^2}+x)$ 的奇偶性是（　　）．

A. 奇函数　　B. 偶函数

C. 非奇非偶函数　　D. 既是奇函数又是偶函数

3. 函数 $y=-\sqrt{x+1}$ 的反函数是（　　）．

A. $x=y^2-1$　　B. $y=x^2-1$

C. $y=x^2-1,\ x\geqslant 0$　　D. $y=x^2-1,\ x\leqslant 0$

4. 以下各组函数中相同的是（　　）．

A. $y=\dfrac{x}{x},\ y=1$　　B. $y=x,\ y=\sqrt{x^2}$

C. $y=\sqrt{x^2-9},\ y=\sqrt{x+3}\sqrt{x-3}$　　D. $y=1,\ y=\sin^2 x+\cos^2 x$

5. 函数 $y=\dfrac{2x}{1+x^2}$ 是（　　）．

A. 奇函数且有界　　B. 奇函数且无界

C. 偶函数且有界　　D. 偶函数且无界

三、填空题

1. 分段函数 $y=\begin{cases}1, & x>1,\\ 0, & x=1,\\ -1, & x<1,\end{cases}$ 则：

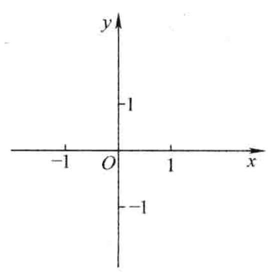


图 1.1.1

（1）画出其图像（图 1.1.1）；

（2）定义域 $D=$ ________；（3）值域 $M=$ ________；

(4)$f(\pi)=$ ______________;(5)$f[f(\pi)]=$ ______________;

(6)$f\{f[f(\pi)]\}=$ ______________.

2. 函数的四大特性指 __________、__________、__________、__________.

3. 函数 $y=\dfrac{1}{\sqrt{x^2-x-1}}$ 的定义域 $D=$ __________.

4. 点 x_0 的 $\delta(\delta>0)$ 邻域为__________.

四、解答题

火车站收取行李费的规定如下:当行李不超过 50 kg 时,每千克收 0.3 元;当超过 50 kg 时,超过的部分按每千克 0.45 元收费. 试建立行李费 y(元)与重量 x(kg)(假定行李的最大重量不超过 400 kg)之间的函数关系式,并画出函数的图像(图 1.1.2).

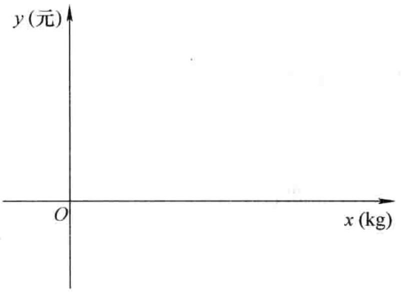


图 1.1.2

1.2 初等函数

一、填空题

1. 基本初等函数包括________、________、________、________、________、________,由以上基本初等函数经过______________________________的函数称为初等函数.

2. (1)$y=\sqrt{u},u=\ln x$ 复合为__________;

(2)$y=\sqrt{\ln x}$ 的复合过程是__________、__________;

(3)$y=\sqrt{\ln\sin x}$ 的复合过程是__________、__________、__________.

3. (1)$y=\tan u,u=2x$ 复合为__________;

(2)$y=\tan 3x$ 的复合过程是__________、__________;

(3)函数 $y=e^{\tan 2x}$ 的复合过程是__________、__________、__________.

4. (1) $y=\cos u, u=10+2x$ 复合为________;

(2) $y=\cos(1+x+x^2)$ 的复合过程是________、________;

(3) $y=\cos^2 x$ 的复合过程是________、________;

(4) $y=\cos^2(1-x-x^2)$ 的复合过程是________、________、________.

5. (1) $y=\frac{1}{u}, u=\log_2 x$ 复合为________;

(2) 函数 $y=\frac{1}{\ln x}$ 的复合过程是________、________;

(3) 函数 $y=\frac{1}{\ln(1-x)}$ 的复合过程是________、________、________.

6. (1) 同一坐标系内，$y=f(x)$ 与其反函数 $y=f^{-1}(x)$ 的图像关于________对称;

(2) 同一坐标系内，图像与 $y=e^x$ 关于直线 $y=x$ 对称的函数是________.

7. (1) 函数 $y=\arcsin(2x-1)$ 的定义域为________;

(2) 若函数 $y=f(x)$ 的定义域是 $[-1,1]$，那么 $y=f(2x-1)$ 的定义域是________.

8. 二倍角关系式

(1) $\sin 2x=$________，化简 $\sin x\cos x=$________;

(2) $\cos 2x=$________;

(3) 降幂公式 $\sin^2 x=\frac{1}{2}($________$)$，$\cos^2 x=\frac{1}{2}($________$)$.

9. 平方关系式

(1) $1-\sin^2 x=$________; (2) $1+\tan^2 x=$________;

(3) $1+\cot^2 x=$________; (4) $\sec^2 x-1=$________;

(5) $\csc^2 x-1=$________.

二、求下列函数的定义域

1. $y=3x^2+x-3$.

2. $y=\frac{x+2}{x^2-x-2}$.

3. $y=e^{\ln(x-1)}$.

4. $y=\frac{\sqrt{\ln(x-1)}}{x^2-4}$.

5. $y=\dfrac{\sqrt{x+1}}{\arctan x}$.

6. $y=\arcsin\dfrac{2x-1}{7}+\dfrac{\sqrt{2x-x^2}}{\ln(2x-1)}$.

三、(用铅笔和直尺)准确、漂亮地画出并记住以下常用函数的图像

1. $y=\dfrac{1}{x}$.

2. $y=x^3$.

3. $y=|x|=\begin{cases} x, & x\geqslant 0, \\ -x, & x<0. \end{cases}$

4. $y=e^x$.

5. $y=e^{-x}=\left(\dfrac{1}{e}\right)^x$.

6. $y=\ln x$.

7. $y=\arctan x$.

8. $y=\operatorname{arccot} x$.

9. $y^2=x$.

10. $y=1-x^2$.

*1.3　复数及其运算

一、判断题

1. 互为共轭的两个复数一定不相等.　(　　)
2. 两共轭虚数一定不相等.　(　　)
3. 两复数 z_1 与 z_2 共轭的充要条件是 z_1-z_2 为纯虚数.　(　　)
4. 复数 $z=-5-4i$ 的幅角主值是 $\arctan\dfrac{4}{5}$.　(　　)

5. 复数 $z_1=-\sqrt{3}-\mathrm{i}$、$z_2=2$、$z_3=\sqrt{2}-\sqrt{2}\mathrm{i}$、$z_4=-2\mathrm{i}$ 在复平面内对应的点共圆．（　　）

6. 复数 $z=\sqrt{3}-\mathrm{i}$ 的三角式为 $z=2(\cos\frac{11\pi}{6}+\mathrm{i}\sin\frac{11\pi}{6})$．（　　）

7. 复数 $z=\sqrt{3}-\mathrm{i}$ 的三角式为 $z=2(\cos\frac{-\pi}{6}+\mathrm{i}\sin\frac{-\pi}{6})$．（　　）

8. 若复数 $(\sqrt{3}+\mathrm{i})^n$ 仅表示是一个实数，则 $n=12k,k\in\mathbf{Z}$．（　　）

二、填空题

1. 复数 $z=a+b\mathrm{i}(a,b\in\mathbf{R})$：

(1)实部是________；　(2)虚部是________；

(3)模 $|z|=$________；　(4)当________时，为实数；

(5)当________时，为虚数；

(6)当________且________时，为纯虚数；

(7)其共轭复数 $\bar{z}=$________；　(8)$z+\bar{z}=$________；

(9)$z-\bar{z}=$________；　(10)$z\cdot\bar{z}=$________；

(11)$\frac{z}{\bar{z}}=$________．

2. 复数 $z=a+b\mathrm{i}(a,b\in\mathbf{R})$：

(1)三角式是________，其中 $r=$________，θ 是复数的________；

(2)指数式是________，其中幅角 θ 的单位是________；

(3)$\arg z$ 表示复数 z 的________，其范围是________．

3. 复数 $z_1=r_1(\cos\theta_1+\mathrm{i}\sin\theta_1)$，$z_2=r_2(\cos\theta_2+\mathrm{i}\sin\theta_2)$，则：

(1)$z_1z_2=$________；　(2)$\frac{z_1}{z_2}=$________；

(3)$z_1^n=$________；　(4)$\sqrt[n]{z_1}=$________．

4. 复数 $z=\frac{1}{1-\sqrt{3}\mathrm{i}}$：

(1)实部是________；

(2)虚部是________．

5. 要使复数 $(m^2-3m-4)+(m^2-5m-6)\mathrm{i}$ 为纯虚数，则实数 $m=$________．

6. 复数 $\sqrt{2}\mathrm{e}^{\frac{-\pi}{4}\mathrm{i}}$ 的代数形式是________．

7. 复数 $-5(\cos\frac{\pi}{4}+\mathrm{i}\sin\frac{\pi}{4})$：

(1)模是________；

(2)幅角主值是________．

8. 若 $z_1=\frac{-\sqrt{3}}{2}+\frac{1}{2}\mathrm{i}$，$z_2=\frac{-1}{2}-\frac{\sqrt{3}}{2}\mathrm{i}$，则：

(1) $\arg(z_1 z_2)=$__________; (2) $\arg(\frac{z_1}{z_2})=$__________.

三、选择题

1. 若复数 $m^2+1+(m^2+m)\mathrm{i}$ 与复数 $2+(1-3m)\mathrm{i}$ 共轭($m\in\mathbf{R}$),则 $m=$(　　).

A. 1　B. -1 C. 2 D. -2

2. 若复数 $z=-2(\cos\frac{\pi}{4}-\mathrm{i}\sin\frac{\pi}{4})$,则 $\arg z=$(　　).

A. $\frac{\pi}{4}$　B. $\frac{3\pi}{4}$ C. $\frac{5\pi}{4}$ D. $\frac{7\pi}{4}$

3. 复数 $-2+2\mathrm{i}$ 的指数形式是(　　).

A. $2\sqrt{2}e^{\frac{\pi}{4}\mathrm{i}}$　B. $2\sqrt{2}e^{135°\mathrm{i}}$ C. $2\sqrt{2}e^{\frac{5\pi}{4}\mathrm{i}}$ D. $2\sqrt{2}e^{\frac{3\pi}{4}\mathrm{i}}$

4. $4e^{\frac{4\pi}{3}\mathrm{i}}\div 2e^{\frac{5\pi}{6}\mathrm{i}}=$(　　).

A. $2e^{\frac{5\pi}{8}\mathrm{i}}$　B. $2e^{\frac{11\pi}{6}\mathrm{i}}$ C. $2e^{0\mathrm{i}}$ D. $2e^{\frac{\pi}{2}\mathrm{i}}$

5. $(\cos 50°-\mathrm{i}\sin 50°)^2\cdot(\cos 20°-\mathrm{i}\sin 20°)^{-2}=$(　　)

A. $\cos 140°+\mathrm{i}\sin 140°$　B. $\cos(-140°)+\mathrm{i}\sin(-140°)$

C. $\cos 60°+\mathrm{i}\sin 60°$　D. $\cos(-60°)+\mathrm{i}\sin(-60°)$

6. $\left(\frac{\sqrt{2}}{1+\mathrm{i}}\right)^{100}+\left(\frac{\sqrt{2}}{1-\mathrm{i}}\right)^{100}=$(　　).

A. -2　B. 0 C. 2 D. 4

四、解答题

1. 实数 m 取什么值时,复数$(m^2-3m+2)+(m^2-1)\mathrm{i}$ 复合以下情况:(1)实数;(2)虚数;(3)纯虚数.

2. 设 α,β 分别是复数 $\mathrm{i}-2,\mathrm{i}-3$ 的幅角主值,求证 $\alpha+\beta=\frac{7\pi}{4}$.

3. 将复数$\frac{1}{2}-\frac{\sqrt{3}}{2}\mathrm{i}$ 表示的向量按顺时针方向旋转$\frac{\pi}{2}$,求所得向量表示的复数.

第 2 章　极限与连续

2.1　极限的概念

一、选择题

1. 极限 $\lim\limits_{x\to\infty} f(x)$ 存在的充分必要条件是(　　).

A. $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)$ 存在　　B. $\lim\limits_{x\to-\infty} f(x)$ 存在

C. $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)$ 与 $\lim\limits_{x\to-\infty} f(x)$ 都存在　　D. $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)$ 与 $\lim\limits_{x\to-\infty} f(x)$ 都存在且相等

2. 极限 $\lim\limits_{x\to x_0} f(x)$ 存在的充分必要条件是(　　).

A. $f(x_0)$ 存在　　B. $\lim\limits_{x\to x_0^-} f(x)$ 与 $\lim\limits_{x\to x_0^+} f(x)$ 至少有一个存在

C. $\lim\limits_{x\to x_0^+} f(x)$ 与 $\lim\limits_{x\to x_0^-} f(x)$ 都存在　　D. $\lim\limits_{x\to x_0^+} f(x)$ 与 $\lim\limits_{x\to x_0^-} f(x)$ 都存在且相等

二、填空题

1. (1) $\lim\limits_{n\to\infty} \dfrac{1}{\sqrt[3]{n}} =$ ________;　　(2) $\lim\limits_{n\to\infty} \dfrac{(-1)^n}{n} =$ ________;

(3) $\lim\limits_{n\to\infty} \left(\dfrac{2}{3}\right)^n =$ ________;　　(4) $\lim\limits_{n\to\infty} \dfrac{\cos n\pi}{n} =$ ________.

2. (1) $\lim\limits_{n\to\infty} q^n = \begin{cases} \_\_\_\_\_\_, & |q| < 1 \text{ 时}, \\ \_\_\_\_\_\_, & q = 1 \text{ 时}, \\ \_\_\_\_\_\_, & q = -1 \text{ 时}, \\ \_\_\_\_\_\_, & |q| > 1 \text{ 时}; \end{cases}$　　(2) $\lim\limits_{n\to\infty} \left(\dfrac{3}{2}\right)^n =$ ______.

3. 画图：

(1) $y = \arctan x$(图 2.1.1);(2) $y = \operatorname{arccot} x$(图 2.1.2);(3) $y = \dfrac{1}{x}$(图 2.1.3).

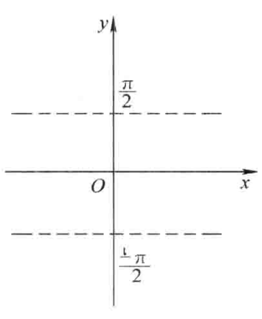


图 2.1.1

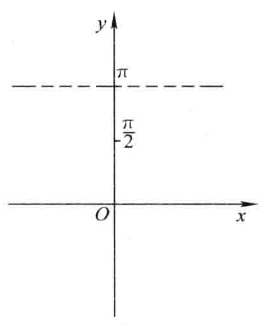


图 2.1.2

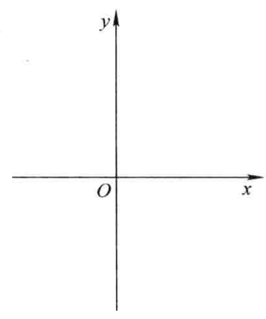


图 2.1.3

4. (1) $\lim\limits_{x\to+\infty} \arctan x =$ ________;(2) $\lim\limits_{x\to-\infty} \arctan x =$ ________;(3) $\lim\limits_{x\to\infty} \arctan x$ ________.

5. (1) $\lim\limits_{x\to+\infty} \operatorname{arccot} x =$ ________;(2) $\lim\limits_{x\to-\infty} \operatorname{arccot} x =$ ________;(3) $\lim\limits_{x\to\infty} \operatorname{arccot} x$ ________.

6. (1) $\lim\limits_{x\to+\infty}\dfrac{1}{x}=$__________; (2) $\lim\limits_{x\to-\infty}\dfrac{1}{x}=$__________; (3) $\lim\limits_{x\to\infty}\dfrac{1}{x}=$__________;

(4) $\lim\limits_{x\to0^+}\dfrac{1}{x}=$__________; (5) $\lim\limits_{x\to0^-}\dfrac{1}{x}=$__________; (6) $\lim\limits_{x\to0}\dfrac{1}{x}=$__________.

7. (1) $\begin{cases}\lim\limits_{x\to+\infty}f(x)=A,\\ \lim\limits_{x\to-\infty}f(x)=B\\ A=B;\end{cases} \Leftrightarrow \lim\limits_{x\to\infty}f(x)=$____________,

(2) $\lim\limits_{x\to0^+}\dfrac{|x|}{x}=$______________, $\lim\limits_{x\to0^-}\dfrac{|x|}{x}=$______________, $\lim\limits_{x\to0}\dfrac{|x|}{x}$ ______________;

(3) 由图像, $\lim\limits_{x\to0^+}\arctan\dfrac{1}{x}=$____________, $\lim\limits_{x\to0^-}\arctan\dfrac{1}{x}=$____________, $\lim\limits_{x\to0}\arctan\dfrac{1}{x}=$____________;

(4) 由图像, $\lim\limits_{x\to0^+}\operatorname{arccot}\dfrac{1}{x}=$____________, $\lim\limits_{x\to0^-}\operatorname{arccot}\dfrac{1}{x}=$____________, $\lim\limits_{x\to0}\operatorname{arccot}\dfrac{1}{x}=$____________;

(5) 由图像, $\lim\limits_{x\to0^+}e^{\frac{1}{x}}=$____________, $\lim\limits_{x\to0^-}e^{\frac{1}{x}}=$____________, $\lim\limits_{x\to0}e^{\frac{1}{x}}=$____________.

三、解答题

1. 已知分段函数 $f(x)=\begin{cases}1-x, & x<0,\\ 1+x, & 0<x<1,\\ -1, & x=1,\\ 3, & x>1\end{cases}$ (图 2.1.4):

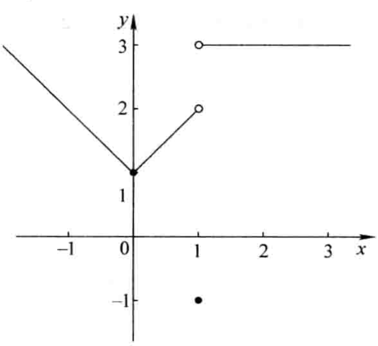


图 2.1.4

(1) 函数的分段点是____________和____________;

(2) 函数在分段点____________处没有定义,在分段点____________处有定义;