

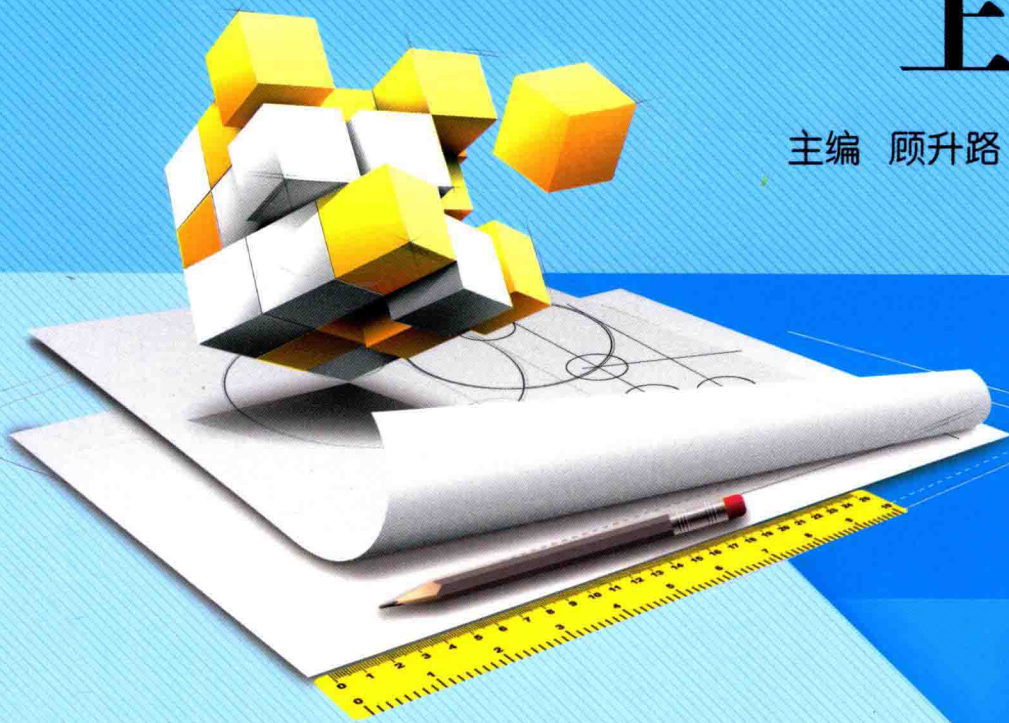


中等职业教育“十二五”规划教材

数学 (基础模块)

上册

主编 顾升路 王朝武



 江苏大学出版社
JIANGSU UNIVERSITY PRESS

中等职业教育“十二五”规划教材

数 学

(基础模块)

上 册

主编 顾升路 王朝武



 江苏大学出版社
JIANGSU UNIVERSITY PRESS

镇 江

内 容 提 要

本套教材是教育部2009年颁布的《中等职业学校数学教学大纲》中所规定的基础模块部分,分为上、下两册。本书是基础模块上册,主要内容包括:集合,不等式,函数,指数函数与对数函数,三角函数。教材在每节后配有习题,每章后配有复习题,可帮助学生及时巩固所学知识。

教材同步配备《数学辅导与自测(基础模块)》,包括“重点与难点辅导”、“教材习题解析”、“自我检测题”、“教材复习题解析”、“本章自我检测题”等环节,可供学生学习和训练使用。

本教材立足于中职数学教学实际,突出基础性,同时紧密与现代信息技术相结合,形式灵活,结构合理,可供各类中等职业学校的教师和学生使用。

图书在版编目(CIP)数据

数学:基础模块.上册/顾升路,王朝武主编.——
镇江:江苏大学出版社,2013.7
ISBN 978-7-81130-501-2

I. ①数… II. ①顾… ②王… III. ①数学课—中等
专业学校—教材 IV. ①G634.601

中国版本图书馆CIP数据核字(2013)第134146号

数学(基础模块)上册

Shuxue (Jichu Mokuai) Shangce

主 编 / 顾升路 王朝武

责任编辑 / 李经晶

出版发行 / 江苏大学出版社

地 址 / 江苏省镇江市梦溪园巷30号(邮编:212003)

电 话 / 0511-84446464(传真)

网 址 / <http://press.ujs.edu.cn>

排 版 / 北京金企鹅文化发展中心

印 刷 / 北京市科星印刷有限责任公司

经 销 / 江苏省新华书店

开 本 / 787 mm × 1 092 mm 1/16

印 张 / 7.5

字 数 / 169千字

版 次 / 2013年7月第1版 2013年7月第1次印刷

书 号 / ISBN 978-7-81130-501-2

定 价 / 24.00元

如有印装质量问题请与本社营销部联系(电话:0511-84440882)



本套教材根据教育部2009年颁布的《中等职业学校数学教学大纲》编写。教材严格按照“教学大纲”对课程教学目标的要求，以及对认知要求和技能与能力培养要求的规定，同时紧密结合中等职业学校的教学实际和学生特点，旨在培养学生的创新思维、实践能力和自主学习的能力，提高学生的文化知识水平、职业技能和就业能力，从而为适应社会岗位的全方位要求奠定基础。

本套教材是“教学大纲”所列教学内容结构中的基础模块，分为上、下册。本书是《数学（基础模块）上册》，主要内容包括：集合，不等式，函数，指数函数与对数函数，三角函数。完成本书《数学（基础模块）上册》内容需要60学时，学时分配可以参照下表：

《数学（基础模块）上册》学时分配表

章内容	学时数
第1章 集合	10
第2章 不等式	8
第3章 函数	12
第4章 指数函数与对数函数	12
第5章 三角函数	18

《数学（基础模块）下册》内容包括：数列，平面向量，直线和圆的方程，立体几何，概率与统计初步。

在编写过程中，本套教材努力体现中等职业教育“以服务为宗旨，以就业为导向”的教学方针，力求做到重点突出，浅显易懂，基本概念和原理叙述准确，引用数据科学可靠。此外，本套教材讲述形式灵活多样，设有“提示”、“注意”、“想一想”、“练一练”等板块，可以拓展知识广度，激发学生的学习兴趣，强化学生的独立思考能力和动手能力。

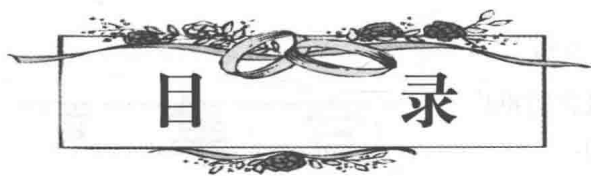
本套教材知识实用、结构合理、教学适用性强，上、下册同步配备《数学辅导与自测（基础模块）》以及精美的教学课件（请登陆北京金

企鹅文化发展中心网站 <http://www.bjjqe.com> 下载)等,可供各类中等职业学校的教师和学生使用。

本册教材由顾升路和王朝武主编。在编写过程中,作者参考了大量的文献资料,在此向原作者表示感谢;同时得到了许多专家、教授的支持和帮助,他们提出了许多宝贵意见,在此致以诚挚的谢意。

由于编者水平有限,书中不妥与疏漏之处在所难免,恳请广大读者批评指正,提出宝贵意见,以便进一步修订和完善。

编者
2013年5月



目 录

第1章 集 合	1
1.1 集合的概念	1
1.2 集合之间的关系	6
1.3 集合的基本运算	9
1.4 充要条件	13
复习题 1	16
趣味阅读 康托尔与集合论	17
第2章 不等式	19
2.1 不等式的基本性质	19
2.2 区间	23
2.3 一元二次不等式	26
2.4 含有绝对值的不等式	30
复习题 2	33
趣味阅读 陈景润与哥德巴赫猜想	34
第3章 函 数	37
3.1 函数的概念	37
3.2 函数的表示方法	39
3.3 函数的基本性质	44
3.4 函数的实际应用举例	49
复习题 3	53
趣味阅读 函数概念的演变与发展	55
第4章 指数函数与对数函数	57
4.1 实数指数幂	57
4.2 指数函数	65
4.3 对数	70
4.4 对数函数	75
复习题 4	79



趣味阅读 对数的由来	81
第5章 三角函数	83
5.1 角的概念的推广	83
5.2 弧度制	87
5.3 任意角的三角函数	90
5.4 同角三角函数的基本关系	95
5.5 三角函数的诱导公式	97
5.6 三角函数的图像和性质	102
5.7 已知三角函数值求角	108
复习题5	110
趣味阅读 三角函数的起源	112

第 1 章 集 合

本章所讲的“集合”是一种基本的数学语言，也是现代数学的基础概念之一。现实中的许多现象和问题都可以归结为集合。学好集合知识是使用数学语言准确表述数学问题的根本，可为进一步学好数学打下良好基础，对提高自身的基本数学素质也具有十分重要的意义。

1.1 集合的概念

1.1.1 集合与元素

人们在分析和研究问题时，经常要抓住某一类事物的共同性质，将具有某种共同性质的事物放在同一个整体内加以考虑，由此就产生了集合的概念。

考察和分析下面的几个例子：

- 某学校的全体学生；
- 某工厂的所有机器；
- 所有小于 10 的自然数；
- 所有的直角三角形；
- 直线 $y = 3x - 2$ 上的所有点。

上述例子分别是由一些人、物、数、图形和点组成的整体，每个整体都有一定的范围和确定的对象，且都具有自己的某种特定性质。一般地，要考虑由一些对象组成的整体，用“集合”这个词来表达它。

集合是由某些确定的对象组成的整体，简称**集**。集合里的每一个对象称为集合的**元素**。

集合通常用大写英文字母 A, B, C, \dots 来表示，集合的元素通常用小写英文字母 a, b, c, \dots 来表示。

一般采用某些特定的大写英文字母来表示常用的几个数集（即由数组成的集合）：



提示

例如，所有小于 10 的自然数（包括 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9 十个数）就组成一个集合，其中的每个数都是该集合的一个元素。



概一观

自然数、正整数、整数、有理数、实数之间有什么关系?

- 所有自然数组成的集合称为自然数集, 记作 \mathbf{N} ;
- 所有正数组成的集合称为正整数集, 记作 \mathbf{N}^* ;
- 所有整数组成的集合称为整数集, 记作 \mathbf{Z} ;
- 所有有理数组成的集合称为有理数集, 记作 \mathbf{Q} ;
- 所有实数组成的集合称为实数集, 记作 \mathbf{R} .

下面我们来学习用符号表示元素与集合的关系.

给定一个集合 A , 如果 a 是集合 A 的元素, 就说 a 属于 A , 记作 $a \in A$; 如果 a 不是集合 A 的元素, 就说 a 不属于 A , 记作 $a \notin A$.

◇ 例题解析

例1 下列对象能否组成一个集合?

- (1) 所有短发的女生;
- (2) 小于 10 的正奇数;
- (3) 方程 $x^2 - 9 = 0$ 的所有解;
- (4) 不等式 $x - 7 > 0$ 的所有解.

解 (1) 由于短发没有具体的标准, 表述的对象是不确定的, 所以不能构成一个集合.

(2) 由于小于 10 的正奇数包括 1, 3, 5, 7, 9 五个数, 它们是确定的对象, 因此可以构成一个集合.

(3) 方程 $x^2 - 9 = 0$ 的解为 -3 和 3 , 它们是确定的对象, 因此可以构成一个集合.

(4) 解不等式 $x - 7 > 0$, 可得 $x > 7$, 它们是确定的对象, 因此可以构成一个集合.

由方程的所有解组成的集合称为这个方程的解集; 由不等式的所有解组成的集合称为这个不等式的解集. 显然, 方程的解集和不等式的解集都是数集.

例2 用符号“ \in ”或“ \notin ”填空:

- (1) $5 \underline{\quad} \mathbf{N}$, $-2 \underline{\quad} \mathbf{N}$, $3.7 \underline{\quad} \mathbf{N}$;
- (2) $0 \underline{\quad} \mathbf{Z}$, $2.3 \underline{\quad} \mathbf{Z}$, $-5 \underline{\quad} \mathbf{Z}$;
- (3) $\pi \underline{\quad} \mathbf{Q}$, $-1.6 \underline{\quad} \mathbf{Q}$, $9.21 \underline{\quad} \mathbf{Q}$;
- (4) $\sqrt{3} \underline{\quad} \mathbf{R}$, $-2 \underline{\quad} \mathbf{R}$, $4.7 \underline{\quad} \mathbf{R}$.

解 (1) \in , \notin , \notin ; (2) \in , \notin , \in ;
(3) \notin , \in , \in ; (4) \in , \in , \in .



注意

组成集合的对象必须是确定的, 不能是模棱两可的.

一个集合可以包含有限个元素，也可以包含无限个元素。我们把含有有限个元素的集合称为**有限集**，如方程 $x^2 - 9 = 0$ 的解集；含有无限个元素的集合称为**无限集**，如 \mathbf{N} ， \mathbf{N}^* ， \mathbf{Z} ， \mathbf{Q} ， \mathbf{R} 等。

特别地，不含任何元素的集合称为**空集**，记作 \emptyset 。例如，方程 $x^2 + 1 = 0$ 在实数范围内的解集就是空集。

1.1.2 集合的表示方法

鉴于集合元素的不同情况，在具体表示一个集合时，常用的方法有列举法和描述法。

1. 列举法

对于有的集合，我们可以在大括号中将它的元素一一列举出来，元素之间用逗号隔开，这种表示集合的方法称为**列举法**。

例如，由大于 3 且小于 10 的所有偶数组成的集合可以表示为

$$\{4, 6, 8\};$$

方程 $x^2 - 9 = 0$ 的解集可以表示为

$$\{-3, 3\}.$$

由于集合是由一些对象组成的整体，因此在用列举法表示集合时，不必考虑元素的排列次序，即 $\{3, -3\}$ 和 $\{-3, 3\}$ 表示的是同一个集合。

列举法多用于表示元素个数较少的集合。当集合为元素较多的有限集或为无限集时，若要用列举法表示，可以在大括号内只写出几个元素，其他元素用省略号表示，但写出的元素必须让人明白省略号表示了哪些元素。

例如，由小于 50 的所有正数组成的有限集可以用列举法表示为

$$\{1, 2, 3, \dots, 49\};$$

由所有偶数组成的集合为无限集，可以用列举法表示为

$$\{\dots, -6, -4, -2, 0, 2, 4, 6, \dots\}.$$

2. 描述法

有的集合无法用列举法表示，例如由大于 2 的实数组成的集合，这个集合有无穷多个元素，显然无法一一列举出来。这种情况下，我们可



想一想

0 属于 \emptyset 吗?

$\frac{1}{x} = 0$ 的解集是不是空集? 为什么?



注意

集合中的元素必须是互不相同的对象，也就是说元素不能重复出现，如不能用 $\{4, 6, 4, 8\}$ 表示集合 $\{4, 6, 8\}$ 。



想一想

$\{5\}$ 与 5 一样吗? 如果不一样, 有何区别? 空集 \emptyset 与集合 $\{0\}$ 呢?

以抓住这一集合的元素所具有的特征,即所有元素都是实数,并且大于2,由此可将这个集合表示为

$$\{x|x>2, x\in\mathbf{R}\},$$

其中,大括号内竖线左侧的 x 表示这个集合中的任意一个元素,竖线右侧写的是元素的共同属性,即元素所要满足的条件.

这种在大括号内将集合中元素的共同属性描述出来以表示集合的方法称为**描述法**.

如果从上下文能够明显看出集合的元素为实数,那么在描述集合时, $x\in\mathbf{R}$ 可以省略不写.如上述集合可以表示为

$$\{x|x>2\}.$$

实际上,很多集合既可以用列举法表示,也可以用描述法表示.用“列举法”表示集合,可以明确看到集合的元素;用“描述法”表示集合,可以清晰地反映出集合元素的共同属性.具体可根据实际情况灵活选用.

◆ 例题解析

例3 用列举法表示下列集合:

- (1) 英文单词 good 中的字母组成的集合;
- (2) 方程 $x^2 + 2x - 3 = 0$ 的解集.

解 (1) 集合中的元素是不能重复的,相同元素只写一次,所以集合应表示为

$$\{g, o, d\}.$$

- (2) 解方程 $x^2 + 2x - 3 = 0$ 得

$$x_1 = -3, x_2 = 1,$$

所以该方程的解集为

$$\{-3, 1\}.$$

例4 用描述法表示下列集合:

- (1) 大于3的所有奇数组成的集合;
- (2) 不等式 $3x + 1 \geq 0$ 的解集;
- (3) 直线 $y = 2x + 1$ 上的点组成的集合.

解 (1) 该集合中元素的共同属性可以描述为

$$x > 3, \text{且} x = 2k + 1, k \in \mathbf{Z},$$

提示

为了方便起见,在用文字描述集合中元素的共同属性时,可以省略竖线及其左侧的代表元素.例如,所有锐角三角形组成的集合可以表示为{锐角三角形}.

练一练

你能写出由中国古代的四大发明所组成的集合吗?

所以这个集合可以表示为

$$\{x | x > 3, \text{ 且 } x = 2k + 1, k \in \mathbf{Z}\}.$$

(2) 解不等式 $3x + 1 \geq 0$ 得 $x \geq -\frac{1}{3}$, 所以该不等式的解集为

$$\left\{x \mid x \geq -\frac{1}{3}\right\}.$$

(3) 平面直角坐标系中的点可表示为 (x, y) , 因此直线 $y = 2x + 1$ 上的点组成的集合为

$$\{(x, y) | y = 2x + 1\}.$$



练一练

如何用描述法表示集合 $\{-7, 7\}$?

习题 1.1

1. 用符号“ \in ”或“ \notin ”填空:

$2 \text{ ____ } \mathbf{N},$

$-7 \text{ ____ } \mathbf{N},$

$\frac{2}{3} \text{ ____ } \mathbf{Q},$

$\sqrt{2} \text{ ____ } \mathbf{Q},$

$3.14 \text{ ____ } \mathbf{R},$

$3.14 \text{ ____ } \emptyset.$

2. 集合 $\{x | x^2 + 1 = 0\}$ 和 $\{x | x + 3 = 3\}$ 是不是空集?

3. 用列举法表示下列集合:

(1) 一年中有 31 天的月份组成的集合;

(2) 大于 -5 且小于 11 的偶数组成的集合;

(3) 方程 $x^2 - 5x + 6 = 0$ 的解集;

(4) 12 以内的质数组成的数集;

(5) $\{x | -4 < x < 2, x \in \mathbf{Z}\}$;

(6) 9 的平方根组成的集合.

4. 用描述法表示下列集合:

(1) 小于 100 的所有自然数组成的集合;

(2) 绝对值小于 6 的所有实数组成的集合;

(3) 所有平行四边形组成的集合;

(4) 第三象限的所有点组成的集合;

(5) $\{-2, -1, 0, 1, 2\}$;

(6) 除以 3 余 1 的所有自然数组成的集合;

- (7) 不等式 $3x - 5 > 7$ 的解集;
 (8) 自然数中所有偶数组成的集合.

1.2 集合之间的关系

1.2.1 子集与真子集

1. 子集

观察下列两组集合:

$$(1) A = \{1, 2, 3, 4, 5, 6\}, B = \{1, 3, 5\};$$

$$(2) A = \{\text{三角形}\}, B = \{\text{直角三角形}\}.$$

不难发现, 上述集合 B 中的每一个元素都是集合 A 的元素.

一般地, 如果集合 B 中的每一个元素都是集合 A 的元素, 那么集合 B 称为集合 A 的**子集**, 记作 $B \subseteq A$ (或 $A \supseteq B$), 读作“ B 包含于 A ” (或“ A 包含 B ”).

显然, 任何一个集合 A 的所有元素都属于它本身, 所以任何一个集合都是它自身的子集, 即 $A \subseteq A$.

我们规定, 空集是任何集合的子集. 也就是说, 对于任何一个集合 A , 都有 $\emptyset \subseteq A$.

2. 真子集

如果集合 B 是集合 A 的子集, 并且 A 中至少有一个元素不属于 B , 那么集合 B 称为集合 A 的**真子集**, 记作 $B \subsetneq A$ (或 $A \supsetneq B$), 读作“ B 真包含于 A ” (或“ A 真包含 B ”).

对于 $A = \{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$, $B = \{1, 3, 5\}$, 显然, 集合 B 是集合 A 的真子集, 即 $B \subsetneq A$.

易知, 空集是任何非空集合的真子集.

当集合 B 是集合 A 的真子集时, 可用图 1-1 直观地表示. 两条封闭



想一想

任何两个集合之间都有包含关系吗?



提示

对于集合 A, B, C , 若有 $C \subseteq B$, $B \subseteq A$, 则必有 $C \subseteq A$. 此性质同样适用于真子集.

曲线的内部分别表示集合 A 、 B 。

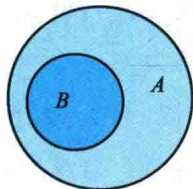


图 1-1



练一练

在常用数集 N 、 Z 、 Q 、 R 中，整数集 Z 是哪些集合的真子集？

◆ 例题解析

例 1 用适当的符号 (\subseteq 、 \supseteq 、 \in 、 \notin) 填空：

- (1) $\{x|x^2=16\}$ _____ $\{4\}$;
- (2) $\{x|x>3\}$ _____ $\{x|x>-2\}$;
- (3) \emptyset _____ $\{0,1,2\}$;
- (4) $\{2,5\}$ _____ $\{2,3,5,7\}$;
- (5) b _____ $\{a,b,c\}$;
- (6) N^* _____ Q ;
- (7) 0 _____ $\{1,2\}$.

解 (1) 由于方程 $x^2=16$ 的解为 $x_1=-4$ ， $x_2=4$ ，解集为 $\{-4,4\}$ ，所以 $\{x|x^2=16\} \supseteq \{4\}$ 。

(2) 集合 $\{x|x>3\}$ 的元素都是集合 $\{x|x>-2\}$ 的元素，因此 $\{x|x>3\} \subseteq \{x|x>-2\}$ 。

(3) 空集是任何集合的子集，因此 $\emptyset \subseteq \{0,1,2\}$ 。

(4) 集合 $\{2,5\}$ 的元素都是集合 $\{2,3,5,7\}$ 的元素，因此 $\{2,5\} \subseteq \{2,3,5,7\}$ 。

(5) b 是集合 $\{a,b,c\}$ 的元素，因此 $b \in \{a,b,c\}$ 。

(6) 正整数都是有理数，因此 $N^* \subseteq Q$ 。

(7) 0 不是集合 $\{1,2\}$ 的元素，因此 $0 \notin \{1,2\}$ 。

例 2 写出集合 $A=\{2,4,6\}$ 的所有子集和真子集。

解 集合 A 中有 3 个元素，其子集可以是：

- (1) 空集： \emptyset ；
- (2) 含一个元素的集合： $\{2\}$ ， $\{4\}$ ， $\{6\}$ ；



注意

符号“ \in ”与“ \subseteq ”表达的含义是不同的。“ \in ”表达的是元素与集合之间的关系，而“ \subseteq ”表达的是集合与集合之间的关系，不要混淆。



提示

如果集合 A 有 n 个元素, 那么它共有 2^n 个子集, $2^n - 1$ 个真子集.

(3) 含两个元素的集合: $\{2, 4\}$, $\{2, 6\}$, $\{4, 6\}$;

(4) 含三个元素的集合: $\{2, 4, 6\}$.

因此, 集合 A 的所有子集为

\emptyset , $\{2\}$, $\{4\}$, $\{6\}$, $\{2, 4\}$, $\{2, 6\}$, $\{4, 6\}$, $\{2, 4, 6\}$.

在上述子集中, 除了集合 A 自身 $\{2, 4, 6\}$ 外, 其余的都是它的真子集.

1.2.2 集合相等

观察集合 $A = \{x | x^2 - 3x + 2 = 0\}$ 与集合 $B = \{1, 2\}$. 由于方程 $x^2 - 3x + 2 = 0$ 的解集为 $\{1, 2\}$, 故集合 A 与集合 B 的元素完全相同.

一般地, 如果两个集合的元素完全相同, 那么就这两个集合相等.

集合 A 等于集合 B , 记作 $A = B$, 读作“ A 等于 B ”.

由集合相等的定义可知, $\{x | x^2 - 3x + 2 = 0\} = \{1, 2\}$.

显然, 若集合 $A = B$, 则 $A \subseteq B$ 且 $B \subseteq A$.



想一想

集合 $\{0\}$ 与空集 \emptyset 相等吗?

◆ 例题解析

例 3 判断集合 $A = \{x | 1 < x < 4, x \in \mathbf{N}\}$ 与 $B = \{x | x^2 - 5x + 6 = 0\}$ 的关系.

解 集合 A 用列举法可以表示为 $\{2, 3\}$; 而方程 $x^2 - 5x + 6 = 0$ 的解为 $x_1 = 2$, $x_2 = 3$, 所以集合 B 用列举法可以表示为 $\{2, 3\}$, 因此这两个集合的元素完全相同, 所以 $A = B$.

习题 1.2

1. 用适当的符号 (\in , \notin , \subsetneq , \supsetneq , $=$) 填空:

(1) $\{3, 4, 5\}$ _____ $\{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$;

(2) $\{x | x - 6 = 0\}$ _____ $\{6\}$;

(3) 0 _____ $\{0\}$;

(4) $\{x | x^2 = 9\}$ _____ $\{-3\}$;

(5) 0 _____ \emptyset ;

(6) $\{x|x^2-4=0\}$ _____ $\{x||x|=2\}$;

(7) -4 _____ $\{x|x+4=0\}$;

(8) \mathbf{Z} _____ \mathbf{N} ;

(9) $\{0, 2, 4, 6, 8, \dots\}$ _____ $\{x|x=2k, k \in \mathbf{Z}\}$;

(10) 7.5 _____ $\{x|x=2k-1, k \in \mathbf{Z}\}$.

2. 指出下列各组集合之间的关系:

(1) $A = \{x|x^2 - 7x + 10 = 0\}$, $B = \{2, 3, 4, 5\}$;

(2) $A = \{x|x > 2\}$, $B = \{x|3 < x < 9\}$;

(3) $A = \{x|x^2 - x = 0\}$, $B = \{0, 1\}$;

(4) $A = \{x|x \text{ 是矩形}\}$, $B = \{x|x \text{ 是平行四边形}\}$;

(5) $A = \{x|3 \leq x \leq 7\}$, $B = \{3, 4, 5, 6, 7\}$;

(6) $A = \{\text{正奇数}\}$, $B = \{\text{正整数}\}$.

3. 已知集合 $M = \{\text{红色, 黄色, 蓝色, 绿色}\}$, 写出 M 的所有子集和真子集.

1.3 集合的基本运算

1.3.1 交集

由 6 的正约数组成的集合为 $A = \{1, 2, 3, 6\}$, 由 8 的正约数组成的集合为 $B = \{1, 2, 4, 8\}$, 而由 6 和 8 的正公约数组成的集合为 $C = \{1, 2\}$.

不难看出, 集合 C 是由集合 A 与集合 B 的公共元素组成的.

一般地, 对于两个给定的集合 A, B , 由既属于 A 又属于 B 的所有元素组成的集合称为 A 与 B 的交集, 记作 $A \cap B$, 读作“ A 交 B ”.

集合 A 与集合 B 的交集可用描述法表示为

$$A \cap B = \{x|x \in A \text{ 且 } x \in B\},$$

也可用图 1-2 中的着色部分来表示.



提示

如果两个集合 A, B 没有公共元素, 则它们的交集等于空集, 表示为 $A \cap B = \emptyset$.

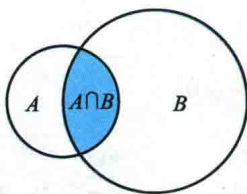


图 1-2

由交集的定义可知, 对于任何集合 A 与 B , 都有

$$A \cap A = A, \quad A \cap B = B \cap A, \quad A \cap \emptyset = \emptyset.$$

◆ 例题解析

例 1 设 $A = \{-2, -1, 0, 1, 2, 3\}$, $B = \{0, 2, 4, 6, 8\}$, 求 $A \cap B$.

解 $A \cap B = \{-2, -1, 0, 1, 2, 3\} \cap \{0, 2, 4, 6, 8\} = \{0, 2\}$.

例 2 设 $A = \{x | x \geq -3\}$, $B = \{x | x < 2\}$, 求 $A \cap B$.

解 将集合 A, B 在数轴上表示出来, 如图 1-3 所示.

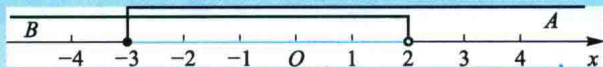


图 1-3

从图中可以看出, 着色部分即为集合 A, B 的交集, 即

$$A \cap B = \{x | x \geq -3\} \cap \{x | x < 2\} = \{x | -3 \leq x < 2\}.$$

例 3 设 $A = \{(x, y) | 4x + y = 6\}$, $B = \{(x, y) | 5x - y = 3\}$, 求 $A \cap B$.

解 集合 A, B 分别表示方程 $4x + y = 6$, $5x - y = 3$ 的解集, 两个解集的交集就是二元一次方程组 $\begin{cases} 4x + y = 6 \\ 5x - y = 3 \end{cases}$ 的解集. 解这个二元一次方

程组得 $\begin{cases} x = 1 \\ y = 2 \end{cases}$, 所以

$$\begin{aligned} A \cap B &= \{(x, y) | 4x + y = 6\} \cap \{(x, y) | 5x - y = 3\} \\ &= \left\{ (x, y) \left| \begin{cases} 4x + y = 6 \\ 5x - y = 3 \end{cases} \right. \right\} = \left\{ (x, y) \left| \begin{cases} x = 1 \\ y = 2 \end{cases} \right. \right\} \\ &= \{(1, 2)\}. \end{aligned}$$



想一想

集合 $\{(1, 2)\}$ 能否写成 $\{1, 2\}$? 为什么?