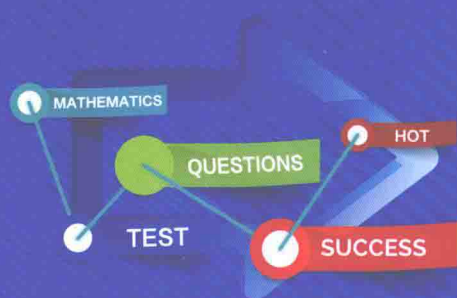


中国高考

数学 热点 试题



主编 / 彭林

College Entrance Examination—Mathematics

分级分类精选

命题动态分析+必考难点详解+实战真题演练

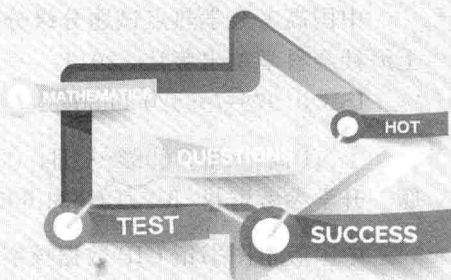
高考新动态，命题新趋势，
复习新方式，解题新方法！

2015



上海社会科学院出版社

中国高考 数学 热点 试题



College Entrance Examination—Mathematics

分级分类精选

命题动态分析+必考难点详解+实战真题演练

主编 彭 林

编者 魏晓莉 陈 余 柏任俊

吴 涛 张晶强 朱萍萍

谢正国 郭 伟 李永林

张秀菊

2015



上海社会科学院出版社

图书在版编目(CIP)数据

中国高考数学热点试题分级分类精选 / 彭林著. — 上海:
上海社会科学院出版社, 2014

ISBN 978-7-5520-0680-3

I. ①高… II. ②彭… III. ①中学数学课—高中—试
题—升学参考资料 IV. ①G634.605

中国版本图书馆 CIP 数据核字(2014)第 188825 号

中国高考数学热点试题分级分类精选

——命题动态分析+必考难点详解+实战真题演练(2015)

主 编: 彭 林

责任编辑: 李 慧

封面设计: 郁心蓝

出版发行: 上海社会科学院出版社

上海市淮海中路 622 弄 7 号 电话 63875741 邮编 200020

<http://www.sassp.org.cn> E-mail: sassp@sass.org.cn

印 刷: 上海新文印刷厂

开 本: 787×1092 毫米 1/16 开

印 张: 13.5

字 数: 340 千字

版 次: 2014 年 9 月第 1 版 2014 年 9 月第 1 次印刷

ISBN 978-7-5520-0680-3/G·354

定价: 29.80 元

版权所有 翻印必究

前言

为了帮助广大考生第一时间了解 2014 年高考数学对考生在知识和能力上的具体要求及考查重点,熟悉最新的考题形式,我们编写了这本《中国高考数学热点试题分级分类精选——命题动态分析+ 必考难点详解+ 实战真题演练(2015)》,为同学们备战 2015 年高考提供行动指南.

本书按章划分,在每一章中我们又设置了两个栏目:【亮点扫描 规律探析】、【热点试题 分类精选】.

📍【亮点扫描 规律探析】——归纳整理了 2014 年全国各地高考数学的考查亮点,帮助学生整体把握高考试题中的“稳”“变”“新”.

📍【热点试题 分类精选】——总结 2014 年高考试题的热点,使考生明确哪一类试题最常考,使复习有的放矢,更具有方向性,采用了“基础过关”“中档提升”“压轴突破”三个小模块的形式来突出各个知识单元的特点,力求做到“做会一道题,掌握一类题”.通过精选试题的练习,使学生达到举一反三、触类旁通的效果,提高学生分析问题和解决问题的能力.

本书中的《2014 年全国各地高考数学试题综述》一文,分析、总结了 2014 年各地高考数学试题,探究其中的命题规律、理论导向及其特色.

参加本书编写的老师,有长期负责指导高考数学复习备考教学的教研员,也有所教学生获得高考数学满分的名校骨干教师,他们以丰富的教学实践经验为同学们铺设了一条通向高考的成功之路.

特别感谢李秀琴、李文明、钟春风、杨树青、李曹群、彭光进、林秀敏、祁育才、彭颖心、张鹏等老师在本书编写过程中提供的帮助和做出的贡献.

好运留给有准备的人——祝你好运!

目 录

2014 年全国各地高考数学试题综述	> 1
第一章 集合、不等式	> 7
第二章 常用逻辑用语、推理与证明	> 13
第三章 函数	> 16
第四章 导数及其应用、积分	> 24
第五章 三角函数	> 31
第六章 平面向量	> 48
第七章 数列	> 52
第八章 立体几何	> 65
第九章 解析几何	> 78
第十章 计数原理与二项式定理	> 99
第十一章 概率与统计	> 102
第十二章 算法与框图、复数	> 117
第十三章 极坐标与参数方程、几何证明	> 126
参考答案	> 133

2014年全国各地高考数学试题综述

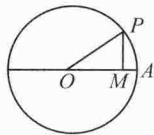
2014年的高考已然落下帷幕,纵观全国各地的数学高考试题,整体呈现以下特点:顺应课改,立足教材,重视基础,回归本源,求实创新,异彩纷呈.数学试卷大都贴近中学数学教学的实际情况,对于中学数学的基础知识、基本技能、常见方法进行了着重考查,同时兼顾考查学生继续学习所应具备的数学素养和潜能.试题关注学生对于数学学科本质的理解,大部分试卷能够做到高视点、多角度、分层次地考查学生的数学思维能力,注重学生数学应用意识的培养.总体来说,优质的高考试卷有利于高校选拔优秀学生,有利于中学数学教改工作的推进,有利于素质教育的实施,对中学的数学课堂教学起到了正导向的作用.

一、2014年数学高考试卷的理念导向

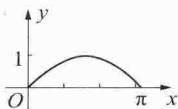
1. 注重提高学生的数学思维能力

高中数学课程应注重提高学生的数学思维能力,这是数学教育的基本目标之一.2014年全国各地的高考试题一如既往地突出能力立意,在考查基础知识、基本技能的同时,注重让学生经历直观感知、观察发现、归纳类比、空间想象、运算求解、数据处理、演绎证明等思维过程,全面考查高考要求的空间想象能力、抽象概括能力、推理论证能力、运算求解能力、数据处理能力以及分析问题、解决问题的能力.

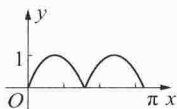
例1 (2014全国课标卷理6) 如图,圆 O 的半径为1, A 是圆上的定点, P 是圆上的动点,角 x 的始边为射线 OA ,终边为射线 OP ,过点 P 作直线 OA 的垂线,垂足为 M ,将点 M 到直线 OP 的距离表示为 x 的函数 $f(x)$,则 $y=f(x)$ 在 $[0, \pi]$ 上的图像大致为().



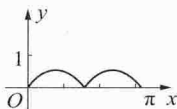
例1图



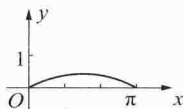
A.



B.



C.



D.

分析: 此题考查任意角三角函数的定义、二倍角公式以及三角函数的图像及性质等基础知识.

解: 解法1: (直接法) 过点 M 作 OP 的垂线,垂足为 N ,则有

$$MN = |OM \cdot \sin x| = |OP \cdot \cos x \cdot \sin x| = \frac{1}{2} |\sin 2x|,$$

由解析式可知 $f(x)$ 的图像为C.

此法要求学生能灵活应用任意角三角函数的定义,考查学生的数形结合能力、转化与化归能力以及一定的运算求解能力.

解法2: (图像法) 此题亦可用运动变化的观点看问题, P 点在以 A 为起点的半圆弧上运动,当点 P 分别在直径的两个端点处和半圆弧的中点时,点 M 到直线 OP 的距离均为0,这说

明函数 $f(x)$ 有三个零点,由此可以淘汰选项 A 和 D,再观察点 M 到直线 OP 的距离不可能为 1,由此淘汰选项 B,从而得到正确选项.

此法要求学生能用运动变化的观点看问题,具备一定的推理能力,体现“多思少算”的想法,起到甄别数学素养的目的.

解法 3: (特殊值法)由题意知 $f\left(\frac{\pi}{4}\right)=\frac{1}{2}$,排除 B, $f\left(\frac{\pi}{2}\right)=0$,排除 A 和 D,从而得到正确选项.

此法渗透数形结合思想以及特殊与一般的思想,对学生的数学思维能力要求较高.

总之,这道试题可以从不同的角度切入,在考查多个知识点的同时,也渗透了多种数学思维能力的考查,问题的解决彰显了“思维层次越深,计算难度越小”的命题理念,凸显了高考的能力立意.

2. 发展学生的数学应用意识

在新课标的理念下,我国的数学教育对于数学与实际、数学与其他学科的联系予以高度重视.多地的高考试题从学生的生活实际出发命制考查应用数学意识的题目,这些试题的意义在于让学生感受到数学的实用性和广泛性,体验数学的建模思想和应用价值.

例 2 (2014 四川卷理 17)一款击鼓小游戏的规则如下:每盘游戏都需要击鼓三次,每次击鼓要么出现一次音乐,要么不出现音乐;每盘游戏击鼓三次后,出现一次音乐获得 10 分,出现两次音乐获得 20 分,出现三次音乐获得 100 分,没有出现音乐则扣除 200 分(即获得 -200 分).设每次击鼓出现音乐的概率为 $\frac{1}{2}$,且各次击鼓出现音乐相互独立.

(1) 设每盘游戏获得的分数为 X ,求 X 的分布列;

(2) 玩三盘游戏,至少有一盘出现音乐的概率是多少?

(3) 玩过这款游戏的许多人都发现,若干盘游戏后,与最初的分数相比,分数没有增加反而减少了,请运用概率统计的相关知识分析分数减少的原因.

此题以学生现在流行的娱乐方式小游戏为背景,考查概率知识的实际应用.试题取材于学生熟悉的生活实际,不仅考查了学生对于相关数学知识的理解水平,也检测了学生将知识迁移到现实情境的能力,从而检测了学生应用知识分析问题、解决问题的能力,实现对考生应用意识的考查.

除了在传统的排列组合题、概率统计题中加入应用元素外,不少省市也尝试将其他的知识点与实际结合.2014 年全国课标卷 I(理)的第 14 题、北京卷(理)的第 8 题、北京卷(文)的第 14 题是涉及逻辑推理的应用问题,全国课标卷 II(理)的第 6 题巧妙地将三视图与工厂生产的零件结合在一起,江苏卷(文理)的第 18 题、浙江卷(理)的第 17 题、四川卷(理)的第 13 题将坐标系、三角函数的相关知识引入实际问题的解决当中,福建卷(理)的第 13 题考查学生利用立体几何的相关知识解决容器用料的最优化问题,湖南卷(理)的第 8 题、湖北卷(文)的第 16 题考查均值不等式的实际应用,陕西卷(理)的第 10 题、北京卷(文)的第 8 题都借助实际问题考查函数的图像与解析式,江西卷(文)的第 7 题考查阅读理解表格解决实际问题.

这些试题所选背景内容大都贴近学生生活,试题表述通俗,适合中学生阅读,且实际背景

数学化模型自然合理,贴近学生的理解,能够体现应用的价值,同时试题所涉及的数学知识是高中数学的重点知识,计算与推理的难度都不高,有利于发展学生的数学应用意识.另外这些应用问题也关注对学生创新精神、探究能力和实践能力的考查,培养学生多角度创造性地思考问题.

3. 倡导研究性学习

《高中数学课程标准》倡导积极主动、勇于探索的学习方式,对探究性学习提出了具体的要求.今年有些省市的高考命题设计了归纳、类比、推广、探究等探索性、开放性问题,通过创设开放情境,考查探究能力,拓展数学视野.

例3 (2014湖北卷理14) 设 $f(x)$ 是定义在 $(0, +\infty)$ 上的函数,且 $f(x) > 0$,对任意 $a > 0$, $b > 0$,若经过点 $(a, f(a))$, $(b, -f(b))$ 的直线与 x 轴的交点为 $(c, 0)$,则称 c 为 a, b 关于函数 $f(x)$ 的平均数,记为 $M_f(a, b)$,例如,当 $f(x) = 1 (x > 0)$ 时,可得 $M_f(a, b) = c = \frac{a+b}{2}$,即 $M_f(a, b)$ 为 a, b 的算术平均数.

(1) 当 $f(x) = \underline{\hspace{2cm}}$ ($x > 0$) 时, $M_f(a, b)$ 为 a, b 的几何平均数;

(2) 当 $f(x) = \underline{\hspace{2cm}}$ ($x > 0$) 时, $M_f(a, b)$ 为 a, b 的调和平均数 $\frac{2ab}{a+b}$.

(以上两空各只需写出一个符合要求的函数即可)

此题属于新定义型试题,旨在考查学生接受新知识并利用新知识分析、解决问题的能力,即挖掘学生的学习潜能.此题的两小问均是开放性问题,答案不唯一,留给学生较大的研究空间.问题的解决既考查了合情推理,又考查了演绎推理,陌生的问题情境使得学生无从模仿已熟知的解题套路,而要求学生有较强的探究能力.试题综合程度较高,涵盖了函数、不等式、直线方程、推理和证明等知识点,作为整张试卷客观题的压轴题,既需要学生具备一定的阅读理解能力,同时关注学生对数学学科思维特点的认识和把握,充分体现了新课改所倡导的“研究性学习”的理念,是一道不可多得的好题.

同样,2014年四川卷(理、文)的第15题、安徽卷(文)的第15题,广东卷(文)的第10题,都不约而同地选择了新定义型的试题,这些试题的共同之处在于:给出一个新的数学概念的定义,提出一个具有探索性的问题,学生首先要能阅读理解题意,然后整合题设条件和自己已有的知识经验选择适合的解题思路.这些试题关注数学本质的考查,需要学生具备研究问题的意识,需要学生的数学思维具有探索性,需要学生能够综合运用所学的数学知识解决问题.

另外,2014年的全国课标卷Ⅱ、北京卷、山东卷、福建卷、湖北卷、陕西卷、重庆卷、四川卷、湖南卷、广东卷都在立体几何、数列、解析几何等解答题的小问中设置开放性问题,考查学生的发散性思维和探究能力,凸显新课标的理念.

4. 体现数学的文化价值

在《高中数学课程标准》的“课程基本理念”中指出:“数学是人类文化的重要组成部分.数学课程应反映数学的历史、应用和发展趋势,数学对推动社会发展的作用,数学的社会需求,社

会发展对数学发展的推导作用,数学科学的思想体系,数学的美学价值,数学家的创新精神.数学课程应帮助学生了解数学在人类文明发展中的作用,逐步形成正确的数学观……”

在新课标理念的引导下,今年的高考题更加重视结合社会热点设置问题,目的是让学生体会数学与生活之间的普遍联系,经历良好的数学体验,树立正确的数学观.

例4 (2014天津卷理16)某大学志愿者协会有6名男同学、4名女同学.在这10名同学中,3名同学来自数学学院,其余7名同学来自物理、化学等其他互不相同的七个学院.现从这10名同学中随机选取3名同学,到希望小学进行支教活动(每位同学被选到的可能性相同).

(1)求选出的3名同学是来自互不相同的学院的概率;

(2)设 X 为选出的3名同学中女同学的人数,求随机变量 X 的分布列和数学期望.

该题的背景具有很强的时代感,它以当前与学生密切相关的社会热点问题——志愿活动为题面,考查古典概型及其概率计算公式,互斥事件、离散型随机变量的分布列与数学期望等基础知识.试题背景公平,模型明确,难度适中,充分考查学生阅读理解能力和运用数学模型解决实际问题的意识和能力.在知识考查的同时,向学生展示了未来大学生活的一个侧面,渗透了社会责任感教育,具有人文关怀作用.

例5 (2014湖南卷理17)某企业有甲、乙两个研发小组,他们研发新产品成功的概率分别为 $\frac{2}{3}$ 和 $\frac{3}{5}$.现安排甲组研发新产品A,乙组研发新产品B.设甲、乙两组的研发相互独立.

(1)求至少有一种新产品研发成功的概率;

(2)若新产品A研发成功,预计企业可获利润120万元;若新产品B研发成功,预计企业可获利润100万元.求该企业可获利润的分布列和数学期望.

该题背景紧密联系当今的现实生活,反映社会热点问题,开拓学生视野.以“研发新产品”为题面暗合新课标重视学生“创新”精神培养的理念,具有很强的现实意义,体现了数学文化的教育价值.

数学史是一部科学发展的历史,其中蕴含着丰富的人文教育材料.湖北高考一向有以经典的历史素材为背景,改造、整合成为高考题的传统,继2013年湖北卷(文16)考查了我国古代数学名著《数书九章》中的“天池盆测雨”问题后,今年湖北卷(理8、文10)借用中国古代的数学典籍《算数书》中求“囷盖”的问题考查了立体几何中圆锥体积公式.

例6 (2014湖北卷理8、文10)《算数书》竹简于20世纪80年代在湖北省江陵县张家山出土,这是我国现存最早的有系统的数学典籍,其中记载有求“囷盖”的术:置如其周,另相乘也.又以高乘之,三十六成一.该术相当于给出了圆锥的底面周长 L 与高 h ,计算其体积 V 的近似公式 $V \approx \frac{1}{36}L^2h$,它实际上是将圆锥体积公式中的圆周率 π 近似取为3.那么近似公式 $V \approx \frac{2}{75}L^2h$ 相当于将圆锥体积公式中的 π 近似取为().

A. $\frac{22}{7}$

B. $\frac{25}{8}$

C. $\frac{157}{50}$

D. $\frac{355}{113}$

该题巧借中国数学古籍中的问题,从知识的角度考查了学生对立体几何中圆锥体积公式的掌握,同时要求学生具备一定的阅读理解和信息迁移的能力.再者试题背景中交代了《算数书》的出处,有鲜明的地方特色,可以激发学生对家乡的自豪感.另外试题融入了中国古代对于圆周率的研究成果,蕴含着人文教育的元素.该题立意新、情境新,有一定的思维含量,拓宽了

学生的视野,彰显了数学的教育价值,给人清新脱俗的感觉,成为高考创新题中一道亮丽的风景线.

二、2014年数学高考试卷的具体特色

1. 注重考查基础, 突出主干知识

纵观2014年各省市的高考题,都十分重视对现行高中数学教材中的数学基础知识、基本技能的考查,利用选择题和填空题覆盖必修模块与选修1、2系列的大部分知识点,内容主要包括:集合与逻辑、复数、平面向量、函数性质、三角函数的图像与性质、解三角形、数列、三视图、空间几何体与线面位置关系、直线与圆、圆锥曲线、框图、不等式与线性规划、排列组合与二项式定理、概率与统计、导数与定积分等.“双基”的试题重视概念考查,常规题型占大多数,解决问题注重通性通法,很多试题立足于课本又不拘泥于课本,这对引导中学用好教材、抓纲务本、重视概念的生成过程和数学本质有很好的导向作用.

占试卷分值较大的解答题,是区分和选拔人才的重头戏,各省市都侧重于考查高中数学的主干知识,基本遵循三角函数、概率和统计应用题、立体几何、函数与导数、圆锥曲线、数列与方程不等式六大板块命题.设计试题时注意以知识为载体考查数学思想方法,体现对数学的理解,兼顾严谨性、应用性、综合性、创新性,从而深刻考查学生的数学素养.

2. 关注知识联系, 凸显综合意识

今年的高考试卷普遍比较重视知识之间的内在联系,善于在知识的交汇处设计试题.一些常见的知识交汇点,例如函数、方程与不等式,平面向量与三角函数,函数与数列,空间向量与立体几何,向量与解析几何,函数与圆锥曲线依然是各省市高考题青睐的对象.

例7 (2014北京卷理18) 已知函数 $f(x) = x \cos x - \sin x$, $x \in \left[0, \frac{\pi}{2}\right]$.

(1) 求证: $f(x) \leq 0$;

(2) 若 $a < \frac{\sin x}{x} < b$ 对 $x \in \left(0, \frac{\pi}{2}\right)$ 恒成立,求 a 的最大值与 b 的最小值.

此题将函数、三角函数、导数、不等式等知识有机融合在一起,渗透了转化与化归思想、函数与方程思想以及数形结合思想的考查,对学生数学能力的考查既有广度又有深度,综合程度较高,是一道可遇而不可求的好题.

3. 重视考查能力, 强化思想方法

数学是具有方法论意义的学科,强化思想方法的考查,是识别学生潜能的有效途径.数学思想方法蕴涵于数学基础知识之中,中学数学应用广泛的函数与方程思想、数形结合思想、分类讨论思想、转化与化归思想,在今年的高考题中都得到充分考查.

重视能力考查是高考命题的基本理念,今年各省市的高考题注重拓宽题材,通过多样化的选材和恰当的设问,有层次地考查数学能力,揭示数学本质.即使对基础知识的考查,也力求推陈出新,注意试题背景的丰富性、知识点考查的层次性、设问的开放性,而对承担选拔性功能的试题,则更加注重知识的交叉、渗透和综合,问题的呈现讲究开放性、探究性,给学生更多展示能力的空间.

今年的高考试题再次传递一个信息,高中数学依靠“题型+技巧+大量训练”的教学难以适应高考,呼唤突出数学本质、重视数学思维能力培养的课堂教学,实现高中数学教学自然回归,有利于落实新课改,推动中学素质教育.

4. 尊重文理差异, 实施人文关怀

今年文理科数学试卷的差异明显,主要体现在:一是相同试题和“姊妹题”比重小,典型的如北京卷,文理科没有一道相同试题,全卷只有选择题1,2和19题——解析几何解答题是“姊妹题”,还有福建卷,整卷有3道相同试题、2道“姊妹题”,其余试题都各不相同;二是文理考查的程度和思维类型显著不同,文科偏重于从基本的数学概念出发,考查基础知识、通性通法,而理科则侧重于思维的严谨性、灵活性、抽象性,在通性通法的基础上对综合应用知识分析问题、解决问题的能力要求更高些.

这些差异说明,今年的考题是紧承新课程理念的,倡导不同的学生在数学上得到不同的发展,应对文理科学生未来发展的不同需求.同时,这样的试题也充分尊重中学数学教学的实际情况,照顾到文理科学生数学水平的实际差异,这对于树立文科生学好数学的信心是很重要的,也是对理科生的一种思维促进,更体现对不同科类学生的人文关怀.

5. 淡化竞赛味道, 导向素质教育

高考压轴题考的是智慧、素养,一般是从数学思维抽象概括与推理论证的角度出发,考查学生分析解决问题的能力.高考压轴题一般情境比较新颖,知识综合程度高,里面涉及的数学问题学生基本是陌生的,对学生的逻辑推理和数学符号语言的识别与应用等数学思维能力绝对是挑战.部分省市的压轴题脱胎于数学竞赛题,需要经过竞赛训练的学生才有可能解决,一般学生往往难以下手.今年有部分省市一改多年来压轴题的竞赛味,将高中数学的主干知识作为命题的背景,学生从常规的解题思路入手也可将问题解决大半,大大提升了学生答题的自信心.这种变革有利于高中数学教学“降压、减负”,有利于新课改理念的实施,有利于素质教育的普及,对数学教育从“精英化”走向“大众化”有着良好的导向作用.

总之,2014年的高考题再一次向我们揭示出数学教育的目的是什么:既不是培养死记结论、套用公式的做题机器,也不是培养熟练掌握数学解题技巧的天才,我们要培养的应该是能欣赏数学抽象、严谨、简约之美的人,能够独立思考、具有理性思维的人,具备应用数学知识研究问题、解决问题能力的人.

第一章 集合、不等式

【亮点扫描 规律探析】

-  **亮点 1 突出对集合基本运算的考查**
例如,第 4 题、第 5 题、第 12 题、第 16 题、第 18 题、第 20 题、第 28 题.
-  **亮点 2 关注集合中元素的性质**
例如,第 18 题、第 21 题、第 46 题.
-  **亮点 3 考查对集合之间关系的理解**
例如,第 31 题、第 32 题.
-  **亮点 4 突出对不等式基本运算的考查**
例如,第 17 题、第 22 题、第 23 题、第 24 题、第 25 题、第 37 题.
-  **亮点 5 考查利用基本不等式求最值**
例如,第 29 题、第 33 题、第 41 题、第 42 题、第 44 题、第 45 题.
-  **亮点 6 以数轴为工具形象化解决不等式问题**
例如,第 35 题、第 39 题.
-  **亮点 7 运用分类讨论思想解决不等式问题**
例如,第 30 题、第 34 题、第 36 题、第 38 题、第 40 题、第 43 题.
-  **亮点 8 运用数学归纳法证明不等式**
例如,第 47 题.

【热点试题 分类精选】



基础过关

- (2014 北京) 若集合 $A = \{0, 1, 2, 4\}$, $B = \{1, 2, 3\}$, 则 $A \cap B = (\quad)$.
A. $\{0, 1, 2, 3, 4\}$ B. $\{0, 4\}$ C. $\{1, 2\}$ D. $\{3\}$
- (2014 广东) 已知集合 $M = \{-1, 0, 1\}$, $N = \{0, 1, 2\}$, 则 $M \cup N = (\quad)$.
A. $\{-1, 0, 1\}$ B. $\{-1, 0, 1, 2\}$ C. $\{-1, 0, 2\}$ D. $\{0, 1\}$
- (2014 广东) 已知集合 $M = \{2, 3, 4\}$, $N = \{0, 2, 3, 5\}$, 则 $M \cap N = (\quad)$.
A. $\{0, 2\}$ B. $\{2, 3\}$ C. $\{3, 4\}$ D. $\{3, 5\}$
- (2014 湖北) 已知全集 $U = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7\}$, 集合 $A = \{1, 3, 5, 6\}$, 则 $\complement_U A = (\quad)$.
A. $\{1, 3, 5, 6\}$ B. $\{2, 3, 7\}$ C. $\{2, 4, 7\}$ D. $\{2, 5, 7\}$
- (2014 全国大纲) 设集合 $M = \{1, 2, 4, 6, 8\}$, $N = \{1, 2, 3, 5, 6, 7\}$, 则 $M \cap N$ 中元素的个数为 $(\quad)$.
A. 2 B. 3 C. 5 D. 7
- (2014 北京) 已知集合 $A = \{x \mid x^2 - 2x = 0\}$, $B = \{0, 1, 2\}$, 则 $A \cap B = (\quad)$.
A. $\{0\}$ B. $\{0, 1\}$ C. $\{0, 2\}$ D. $\{0, 1, 2\}$
- (2014 全国课标) 已知集合 $A = \{-2, 0, 2\}$, $B = \{x \mid x^2 - x - 2 = 0\}$, 则 $A \cap B = (\quad)$.
A. $\emptyset$ B. $\{2\}$ C. $\{0\}$ D. $\{-2\}$
- (2014 浙江) 设集合 $S = \{x \mid x \geq 2\}$, $T = \{x \mid x \leq 5\}$, 则 $S \cap T = (\quad)$.
A. $(-\infty, 5]$ B. $[2, +\infty)$ C. $(2, 5)$ D. $[2, 5]$
- (2014 福建) 若集合 $P = \{x \mid 2 \leq x < 4\}$, $Q = \{x \mid x \geq 3\}$, 则 $P \cap Q = (\quad)$.
A. $\{x \mid 3 \leq x < 4\}$ B. $\{x \mid 3 < x < 4\}$
C. $\{x \mid 2 \leq x < 3\}$ D. $\{x \mid 2 \leq x \leq 3\}$
- (2014 湖南) 已知集合 $A = \{x \mid x > 2\}$, $B = \{x \mid 1 < x < 3\}$, 则 $A \cap B = (\quad)$.
A. $\{x \mid x > 2\}$ B. $\{x \mid x > 1\}$
C. $\{x \mid 2 < x < 3\}$ D. $\{x \mid 1 < x < 3\}$
- (2014 全国课标) 已知集合 $M = \{x \mid -1 < x < 3\}$, $N = \{x \mid -2 < x < 1\}$, 则 $M \cap N = (\quad)$.
A. $(-2, 1)$ B. $(-1, 1)$
C. $(1, 3)$ D. $(-2, 3)$
- (2014 四川) 已知集合 $A = \{x \mid x^2 - x - 2 \leq 0\}$, 集合 B 为整数集, 则 $A \cap B = (\quad)$.
A. $\{-1, 0, 1, 2\}$ B. $\{-2, -1, 0, 1\}$
C. $\{0, 1\}$ D. $\{-1, 0\}$

13. (2014 全国课标) 设集合 $M = \{0, 1, 2\}$, $N = \{x \mid x^2 - 3x + 2 \leq 0\}$, 则 $M \cap N =$ ().

- A. $\{1\}$ B. $\{2\}$ C. $\{0, 1\}$ D. $\{1, 2\}$

14. (2014 陕西) 已知集合 $M = \{x \mid x \geq 0\}$, $N = \{x \mid x^2 < 1, x \in \mathbf{R}\}$, 则 $M \cap N =$ ().

- A. $[0, 1]$ B. $[0, 1)$ C. $(0, 1]$ D. $(0, 1)$

15. (2014 山东) 设集合 $A = \{x \mid x^2 - 2x < 0\}$, $B = \{x \mid 1 \leq x \leq 4\}$, 则 $A \cap B =$ ().

- A. $(0, 2]$ B. $(1, 2)$ C. $[1, 2)$ D. $(1, 4)$

16. (2014 全国大纲) 设集合 $M = \{x \mid x^2 - 3x - 4 < 0\}$, $N = \{x \mid 0 \leq x \leq 5\}$, 则 $M \cap N =$ ().

- A. $(0, 4]$ B. $[0, 4)$
C. $[-1, 0)$ D. $(-1, 0]$

17. (2014 北京) 设 a, b 是实数, 则“ $a > b$ ”是“ $a^2 > b^2$ ”的 ().

- A. 充分而不必要条件 B. 必要而不充分条件
C. 充分必要条件 D. 既不充分也不必要条件

18. (2014 浙江) 设全集 $U = \{x \in \mathbf{N} \mid x \geq 2\}$, 集合 $A = \{x \in \mathbf{N} \mid x^2 \geq 5\}$, 则 $\complement_U A =$ ().

- A. $\emptyset$ B. $\{2\}$ C. $\{5\}$ D. $\{2, 5\}$

19. (2014 全国课标) 已知集合 $A = \{x \mid x^2 - 2x - 3 \geq 0\}$, $B = \{x \mid -2 \leq x < 2\}$, 则 $A \cap B =$ ().

- A. $[-2, -1]$ B. $[-1, 2)$ C. $[-1, 1]$ D. $[1, 2)$

20. (2014 江西) 设全集为 $\mathbf{R}$, 集合 $A = \{x \mid x^2 - 9 < 0\}$, $B = \{x \mid -1 < x \leq 5\}$, 则 $A \cap (\complement_{\mathbf{R}} B) =$ ().

- A. $(-3, 0)$ B. $(-3, -1)$ C. $(-3, -1]$ D. $(-3, 3)$

21. (2014 山东) 设集合 $A = \{x \mid |x - 1| < 2\}$, $B = \{y \mid y = 2^x, x \in [0, 2]\}$, 则 $A \cap B =$ ().

- A. $[0, 2]$ B. $(1, 3)$ C. $[1, 3)$ D. $(1, 4)$

22. (2014 安徽) “ $x < 0$ ”是“ $\ln(x + 1) < 0$ ”的 ().

- A. 充分而不必要条件 B. 必要而不充分条件
C. 充分必要条件 D. 既不充分也不必要条件

23. (2014 上海) 设 $a, b \in \mathbf{R}$, 则“ $a + b > 4$ ”是“ $a > 2$ 且 $b > 2$ ”的 ().

- A. 充分条件 B. 必要条件
C. 充分必要条件 D. 既非充分又非必要条件

24. (2014 山东) 已知实数 x, y 满足 $a^x < a^y$ ($0 < a < 1$), 则下列关系式恒成立的是 ().

- A. $\frac{1}{x^2 + 1} > \frac{1}{y^2 + 1}$ B. $\ln(x^2 + 1) > \ln(y^2 + 1)$
C. $\sin x > \sin y$ D. $x^3 > y^3$

25. (2014 四川) 若 $a > b > 0, c < d < 0$, 则一定有 ().

- A. $\frac{a}{c} > \frac{b}{d}$ B. $\frac{a}{c} < \frac{b}{d}$ C. $\frac{a}{d} > \frac{b}{c}$ D. $\frac{a}{d} < \frac{b}{c}$

26. (2014 重庆) 已知集合 $A = \{1, 2, 3, 5, 8\}$, $B = \{1, 3, 5, 8, 13\}$, 则 $A \cap B =$ _____.

27. (2014 江苏) 已知集合 $A = \{-2, -1, 3, 4\}$, $B = \{-1, 2, 3\}$, 则 $A \cap B =$ _____.

28. (2014 重庆) 设全集 $U = \{n \in \mathbf{N} \mid 1 \leq n \leq 10\}$, $A = \{1, 2, 3, 5, 8\}$, $B = \{1, 3, 5, 7, 9\}$, 则 $(\complement_U A) \cap B =$ _____.

29. (2014 上海) 若实数 x, y 满足 $xy = 1$, 则 $x^2 + 2y^2$ 的最小值为 _____.

30. (2014 重庆) 若不等式 $|2x - 1| + |x + 2| \geq a^2 + \frac{1}{2}a + 2$ 对任意实数 x 恒成立, 则实数 a 的取值范围是 _____.



中档提升

31. (2014 湖北) 设 U 为全集, A, B 是集合, 则“存在集合 C 使得 $A \subseteq C, B \subseteq \complement_U C$ 是“ $A \cap B = \emptyset$ ”的().

A. 充分而不必要条件

B. 必要而不充分条件

C. 充要条件

D. 既不充分也不必要条件

32. (2014 上海) 已知互异的复数 a, b 满足 $ab \neq 0$, 集合 $\{a, b\} = \{a^2, b^2\}$, 则 $a + b =$ ().

A. 2

B. 1

C. 0

D. -1

33. (2014 重庆) 若 $\log_4(3a + 4b) = \log_2 \sqrt{ab}$, 则 $a + b$ 的最小值是().

A. $6 + 2\sqrt{3}$

B. $7 + 2\sqrt{3}$

C. $6 + 4\sqrt{3}$

D. $7 + 4\sqrt{3}$

34. (2014 天津) 设 $a, b \in \mathbf{R}$, 则“ $a > b$ ”是“ $a | a | > b | b |$ ”的().

A. 充分不必要条件

B. 必要不充分条件

C. 充要条件

D. 既不充分也不必要条件

35. (2014 江西) 对任意 $x, y \in \mathbf{R}$, $|x - 1| + |x| + |y - 1| + |y + 1|$ 的最小值为().

A. 1

B. 2

C. 3

D. 4

36. (2014 安徽) 若函数 $f(x) = |x + 1| + |2x + a|$ 的最小值为 3, 则实数 a 的值为().

A. 5 或 8

B. -1 或 5

C. -1 或 -4

D. -4 或 8

37. (2014 全国课标) 不等式组 $\begin{cases} x + y \geq 1 \\ x - 2y \leq 4 \end{cases}$ 的解集记为 D . 有下面四个命题:

$p_1: \forall (x, y) \in D, x + 2y \geq -2,$

$p_2: \exists (x, y) \in D, x + 2y \geq 2,$

$p_3: \forall (x, y) \in D, x + 2y \leq 3,$

$p_4: \exists (x, y) \in D, x + 2y \leq -1.$

其中真命题是().

A. p_2, p_3

B. p_1, p_2

C. p_1, p_4

D. p_1, p_3

38. (2014 福建) 已知集合 $\{a, b, c\} = \{0, 1, 2\}$, 且下列三个关系式:

(1) $a \neq 2$; (2) $b = 2$; (3) $c \neq 0$ 有且只有一个正确, 则 $100a + 10b + c$ 等于_____.

39. (2014 广东) 不等式 $|x - 1| + |x + 2| \geq 5$ 的解集为_____.

40. (2014 湖南) 若关于 x 的不等式 $|ax - 2| < 3$ 的解集为 $\left\{x \mid -\frac{5}{3} < x < \frac{1}{3}\right\}$, 则 $a =$ _____.

41. (2014 浙江) 已知实数 a, b, c 满足 $a + b + c = 0, a^2 + b^2 + c^2 = 1$, 则 a 的最大值是_____;

42. (2014 江苏) 已知 $x > 0, y > 0$, 证明: $(1 + x + y^2)(1 + x^2 + y) \geq 9xy$.



压轴突破

43. (2014 全国课标) 设函数 $f(x) = \left|x + \frac{1}{a}\right| + |x - a|$ ($a > 0$).

(1) 证明: $f(x) \geq 2$;

(2) 若 $f(3) < 5$, 求 a 的取值范围.

44. (2014 福建) 已知定义在 $\mathbf{R}$ 上的函数 $f(x) = |x + 1| + |x - 2|$ 的最小值为 a .

(1) 求 a 的值;

(2) 若 p, q, r 为正实数, 且 $p + q + r = a$, 求证: $p^2 + q^2 + r^2 \geq 3$.

45. (2014 全国课标) 若 $a > 0, b > 0$, 且 $\frac{1}{a} + \frac{1}{b} = \sqrt{ab}$.

(1) 求 $a^3 + b^3$ 的最小值;

(2) 是否存在 a, b , 使得 $2a + 3b = 6$? 并说明理由.

46. (2014 天津) 已知 q 和 n 均为给定的大于 1 的自然数. 设集合 $M = \{0, 1, 2, \dots, q-1\}$, 集合 $A = \{x \mid x = x_1 + x_2q + \dots + x_nq^{n-1}, x_i \in M, i = 1, 2, \dots, n\}$.

(1) 当 $q = 2, n = 3$ 时, 用列举法表示集合 A ;

(2) 设 $s, t \in A, s = a_1 + a_2q + \dots + a_nq^{n-1}, t = b_1 + b_2q + \dots + b_nq^{n-1}$, 其中 $a_i, b_i \in M, i = 1, 2, \dots, n$. 证明: 若 $a_n < b_n$, 则 $s < t$.

47. (2014 安徽) 设实数 $c > 0$, 整数 $p > 1, n \in \mathbf{N}^*$.

(1) 证明: 当 $x > -1$ 且 $x \neq 0$ 时, $(1+x)^p > 1+px$;

(2) 数列 $\{a_n\}$ 满足 $a_1 > c^{\frac{1}{p}}, a_{n+1} = \frac{p-1}{p}a_n + \frac{c}{p}a_n^{1-p}$,

证明: $a_n > a_{n+1} > c^{\frac{1}{p}}$.