高等学校教学用書

算術

M. K. 格列本卡 著

商務印書館

高等学校教学用書

算　術

M. R. 格列本卡 著
張禾瑞 孫本旺 譯

江苏工业学院图书馆
藏书章

商务印書館

本書係根據蘇俄教育部教育出版社（Государственное учебно-педагогическое издательство министерства просвещения РСФСР）出版的格列本卡（М. К. Гребенча）著“算術”（Арифметика）1947年版譯出。原書經蘇俄教育部審定爲師範專科學校教科書。

算　術

張禾瑞　孫永生譯

★版權所有★

商务印書館出版

上海河南中路二一一號

（上海市書刊出版業營業許可證出字第〇二五號）

新華書店總經售

北京崇文印刷厂印刷

（13017·21）

1953年9月初版　　版面字數299,000

1956年1月4版（9月第三次印）42,001—49,000

印張10 4/16　定價(8)￥1.20

序言

在現時有一種意見是：做爲科學的算術的內容應該限於關於數的理論基礎，最極端的意見，認爲只應限於關於正有理數、零及其運算的理論。從這一觀點來看，論證演算技術的問題，特別是像名數、比及比例、成比例的量、百分法等等這樣的部分，就或者帶有實用的性質，或者是算術科學以外的東西，而它們之所以包括在算術裏面，是由於由來已久的傳統。

但是毫無異議的是：算術的普通內容是被在全世界的中小學實踐中十分確定了的算術課程的範圍所確定的。

由於師範專科學校的物理數學系培養算術教師的事實，在專科學校內算術的研究只限於屬於算術科學的那些部分將是不够愼重的，因爲這些部分在範圍上僅是中小學算術的一小部分。

按照這一觀點來實行，那麼對培養未來的教師能在中小學進行算術各部分的教學來說，自然將造成很大的脫節。

在這本教科書內，爲了更好地面向算術各部分的教學來培養教師，因而試圖在較高的理論水平上講述全部中小學算術。這種方針的採納，自然要求保持中小學教程的結構。後一點，就能够最大限度地把這裏所講的一系列的問題直接利用於中小學教學而言，也是合適的。所以本書不是有'高等觀點'的算術，而是中小學算術的擴充教程，其目的不僅爲提高教師的科學眼界，也是爲了本書的在中小學教學中部分地應用。由上所述，這本書不只按其內容而且按其結構來說，和韋伯爾、韋爾斯坦、坦納爾、費伯爾、阿諾德的書是完全不同的。這些書的質量之高已爲俄國數學教師所熟知。

我謹向 B. B. 斯切潘諾夫教授深致謝意，因爲他給了非常有價値的

指示。我也向 Б. А. 屠里諾夫同志 表示謝意，他的寶貴的經驗在一系列的問題上幫助了我。最後，在本書寫作過程中，我曾經和 С. П. 阿列克薩辛同志多次交換意見，這些意見都已在不同的程度上包含在書的內容裏，我在這裏謝謝他。

著者

试读结束：需要全本请在线购买： www.ertongboo

目 錄

第一章 自然數與自然數列

第二章 記數制度

第三章 整除性

第四章 量

第五章 分數

第六章　十進小數

第七章　量的度量

第八章　成正比例與成反比例的量

第九章　關於數的理論

第一章　自然數與自然數列

§1　自然數

在數❶ 東西時，我們數出（出聲地或無聲地）一、二、三、四··等字。這就是自然數的名稱。

數的過程可以任意地繼續下去，自然數就可以這樣無限止地讀下去。當然必須要替數確定這樣的名稱，以便能够藉較少的詞彙在我們日常生活中進行數數。

在數時，我們數出一、二、三、四、五、六、七、八、九、十···這種數法是用單元的數法。數‘一’有時稱做單元。

時常爲了迅速起見，用雙數，用五數，即是每次數兩個或五個東西，而不是像用單元數時那樣每次數一個。有時用十來數更爲方便。

但是用十數僅只是便利於數東西的一種方法，因此我們必須要會用單元來稱呼數的結果。

爲此有下表可用。

用十數的結果	用單元數的結果
一個十	十
二個十	二十
·········	······
·········	······
九個十	九十

❶ 去聲‘數’字讀作ㄕㄨˋ，是名詞，意爲數目。上聲‘數’字讀作ㄕㄨˇ，是動詞，意爲計算，例如‘你數數，看夠不夠。’本書數字上去二聲常用，請讀者注意。

十個十	一百

假使在用十數時，發現有不能數的東西，則用單元來數(數到十)。

數的結果，我們得到若干個十，若干個單元(例如兩個十又五個單元，八個十又兩個單元)。

也可以說，在數時，我們可以得到兩種數：第一次數的結果與第二次數的結果。假使在用十數時，全部東西都可以數完，那麼沒有第二次數的結果。

因爲我們所注意的是用單元數的最終結果，所以利用下面這個規則：把第一次數的結果讀成用單元數的結果(利用上表)，然後再讀第二次數的結果，假如第二次結果存在的話。

例： 用十數的結果	用單元數的結果
五個十又六個單元	五十六
八個十又五個單元	八十五

利用同一表，有了用單元數的結果，不難讀出用十數的結果來。[1]

在用百數時，每一次數一百個東西。數的結果叫作一個百、二個百、…、九個百、…。我們不說'十個一百'，而說'一千'。在用百數千以內的東西時，可能結果所有東西都被數完。因爲我們注意的是用單元數的結果，所以採用以下的數的稱呼表：

用百數的結果	用單元數的結果
一個百	一百
二個百	二百
....	......
九個百	九百
十個百	一千

在用百數時，可能剩下不能數的東西；在這種情況下，我們用十來數它們(數到一百)。

這樣，我們在數到一千時，利用百數(第一次數)，然後用十數(第二次數)；第二次數可能是用單元數的(數到十個)，或是根本用不着。

爲了用單元讀出數的結果，我們首先用單元讀出第一次數的結果

[1] 譯者註：以下原書有一段俄語的讀數法，因與我國習慣不合，經删去。

(利用表)，然後用單元讀出第二次數的結果，如果這個結果存在的話。

例：	用百數的結果	用單元數的結果
	三個百八個十又六個單元	三百八十六
	八個百又一個十	八百十
	一個百又五個單元	一百(零)五
	九個百	九百

§2　編號

在數數時，一個物件一個物件的數過去，我們數出一、二、三等數。有時我們認爲必須給每個東西附着上我們數出的那個數。在這種情況下，數數叫做編號。附着到每個東西上的數叫做這件東西的號碼。編號通常都是由於實際需要。在編號以後，每個東西都有自己的號碼。今後，東西的差別藉它們不同的號碼來確定。人們往往不說'一號東西''二號東西'等等，而說'第一個東西'、'第二個東西'等等。

§3　位和級

我們知道可以用單元、十、百來進行數數。我們也提到'一個十'和'十'的名稱是一樣的，'十個十'和'一百'也一樣，'十個百'和'一千'也一樣，這種名稱只是表明：選擇了那一種數數單位。我們也可以用千來數，把數的結果叫做一個千、二個千……九個千、十個千…。同時也可以用一萬、十萬等等來數。爲了說明數數的一般原則，我們引入以下的名稱：數一叫做第一位位率。第一位位率的十倍，即數十，叫做第二位位率；第二位位率的十倍(十個十)，即數一百叫做第三位位率；第三位的位率的十倍(十個一百)，即一千，叫做第四位位率等等。

除了這種名稱外還有一種，叫做級率。單元叫做第一級級率。千個第一級級率，即數一千，叫做第二級級率，或叫做千級級率。千個第二級級率，即百萬，叫做第三級級率，或百萬級級率等等。這樣，我們可以寫成一張表：

试读结束：需要全本请在线购买：www.ertongboo

單元	第一級級率
一千	第二級級率
百萬	第三級級率等等❶

顯然,第二級級率同時就是第四位位率,第三級級率就是第七位位率,第四級級率就是第十位位率等等。

§4 千以上數的數法

十以內的數數,用單元來數,百以內的數數用十,千以內的數數用百。千以上的數數,採用以下這個原則:用級率來數。比方說,數莫斯科的居民,用百萬來數;數裝麥子的麻袋用千。在這裏應注意數數是用最高級率來進行的。這就是說,比方,穀袋不可能用百萬來數(用單位數不達到百萬)。

用最高級級率來數的意義,就是採用這樣的級率:如果採用比這一級率的更高一級的級率時,就不能數了。

很明顯,用最高級的級率來數,就是數到一千(更正確的說,到九百九十九)。事實上,假使用最高級級率來數時,我們數到一千,那麼就是表示着可以用更高一級的級率來數。

假如在數的時候,發現全部東西都數完了,那麼我們讀出數的結果所得到的數(譬如:二十五個千,或四百八十六個百萬,或四個十億)。假使用最高級級率數的結果,發現了不能數的東西,那末根據這樣的原則來數它們:確定出用那一種最高級級率可以數它們,然後再用這個級率來數。

假使此時所有的東西都數完了,那末按照次序地讀出兩個數來:第一次數的結果與第二次數的結果;假使在第二次數後仍發現有不能數的東西,那麼再替它們確定最高級的級率,用這個級率來數,這樣一直下去,到全部東西數清爲止。然後一個接一個地讀出第一次數的結果、第二次數的結果,…,最後最末次數的結果。用這種方法,我們便能讀出

❶ 譯者註:原表還有若干數的名稱,因與我國習慣不合,經删去。

用單元數的結果來。

註：當然可能產生反駁意見，在用十、百或千數時，爲了數十、百或千，我們事實上在用單元數。但是在此主要的是以下一點：爲了數十，我們必須數到十，爲了數百，必須數到一百，即數十個十等等。我們在數的實踐中，正是常常這樣做。

事實上我們設法數到十，再引入某些數的新名稱來表示數的結果，在此自然發生用最高級級率的數法。

§ 5　命數法

在數到十時，需要用十個不同的字做爲數的名稱(一、二、三、…、十)從十一數到二十還需要十個不同的字[1]，從二十一到一百，需要八個字；從一百到一千需要九個字；這樣，數到一千總共需要三十七個不同的字。從一千到百萬只需要一個新字，從百萬到十億只需要一個新字等等。因此，命數法使得我們有可能用不多的字彙來命名數東西的結果，包括遠遠超過日常生活範圍的大數在內。

§ 6　數數的原則

1. 從實際數數中知道，數東西的結果和數的次序無關，只要每個東西都數到，並且只數到一次。因而我們說，數的結果與數的次序無關，而是一個唯一的數。

2. 其次生活實踐建立了以下原則：在數東西時，每一樣東西可以用另外一樣東西代替。譬如，一羣牛經過柵欄，可以對於每頭走過牧童面前的牛在木棍上刻一個記號，或者在紙上畫一個道，然後再數這些記號(或道)。所得結果和數牛完全一樣。

3. 說出數東西的結果時，我們心裏知道，數的過程仍舊可以再繼續下去。說出任何一個數，我們都可以再說出跟着這數的下一數。事實上，

[1] 譯者註：這裏是從俄文數詞得來的，在俄文數詞中，十一到二十用十個獨立的新字(одиннадцать, двенадцать,……等)與中文不同，其他如從二十一到一百，一百到一千等情形，也與中文數詞有些區別，在中文數詞中，從一到十，需要十個字，從十一到一百只需要一個字(百)；從一百到一千也只需要一個新字(千)，從一千到一萬還需要一個字(萬)，萬以下則只再需要一個字(億)。

數東西時，我們說出最後一數，也就是數的結果，但是數的過程是無限的。因此有第三個數數原則：數的過程是無限的（譬如，數鐘擺的擺動）。

§7 數'零'

比方，數園子裏每一棵樹上的蘋果時，可能某一棵樹上一隻蘋果也沒有。在這種情況下，我們說樹上的蘋果數目爲零。因此，零就是沒有東西可數。零作爲數，會計裏時常用到，如說費用共計零個盧布又二十個哥比。數'零'不屬於自然數。

§8 用數碼表示數

數的寫法，現在採用以下的制度。我們引用幾個叫作數碼的符號，也就是：

把數一、二、三、四、五、六、七、八、九用數碼 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8,9 來表示。

這些數碼的讀法和它們所表示的數的讀法一樣。除了所引用的這九個數碼以外，還引用第十個數碼 0，它代表數'零'。我們指出：除零以外，所有的數碼都叫做有效數碼。

由十到一百的數（一百除外）根據以下規則用數碼來寫：我們先寫下表示第一次數（用十）的結果的數碼，而把表示第二次數的結果的數碼寫在它的旁邊（用十數後剩下不能數的東西的數的結果）。假使用十數可數完，那麼在第一個數碼後面寫數碼零；它表示：用十數後沒有剩下可數的單元。

例： 數	用數碼表示
八十六	86
三十	30
十四	14

有了用數碼表示的數，根據上面所說的規則容易讀出它的名稱來。

從一百數到一千（一千除外）所得到的數，是根據同一樣的原則來

用數碼表示的：我們先寫下表示第一次數的結果的數碼，然後用兩個數碼，把第二次數的結果寫在它旁邊。

例： 數	用數字表示
二百四十八	248
三百零六	306
七百六十	760
四百	400

用三個數碼表示的數，同樣容易讀出。

我們還要指出，用一個或兩個數碼表示的數可以用三個數碼來表示：譬如，數 48 也可以寫成這種樣子：048（用百數得零個百、四個十、八個單元）。數 6 可以寫成 006（數的結果得到零個百、零個十、六個單元）。最後，數 0 可以用 000 來表示（零個百、零個十、零個單元）。

現在我們談談用數碼表示任何數的原則。當我們讀出數時，我們依次地讀出用級率數的結果。

我們用數碼寫下第一次數的結果（數到一千）。

其次讓我們來看一看，在這個數的名稱裏是否有低一級的級率（第二次數的結果）。假使有的話，那麼可以把第二次數的結果用三個數碼寫在已經寫好的數碼旁邊。假使在數的名稱裏沒有低一級的級率，那麼可以在已經寫好的數碼（第一次數的結果）旁邊，加上三個零。

其次再讓我們來看一看，在數的名稱裏有沒有更低一級的級率，這樣一直到我們達到第一級的級率爲止。

例：數——二十六個百萬三百零五個千四百八十二可以寫作：26 305 482。

數——四個十億一百十二個千二百可以寫作：4 000 112 200。

用數碼表示數通常叫做記數法。

§ 9　一位數與多位數

只用一個有效數碼表示的數叫做一位數。用兩個數碼，其中第一個是有效數碼，來表示的數叫做二位數；同樣地規定多位數：三位數、四位數。

一位數可以用兩個或者三個數碼以至用無論多少數碼來表示。

一般來說，可以確定如下：在數的數碼表示的左面隨便加上多少零，我們得到的還是原來的數。

§10 多位數的讀法

一位數、二位數及三位數的讀法，我們已經在上面說過。

在讀多位數時，我們須要讀出用數碼寫下的數。我們已知道，在用數碼記數時，我們按次序地寫下表示用級率數的結果的數，並且寫時從最高級開始。這樣對於作為數的結果的已知數而言，我們首先應該確定是用那樣的最高級率來數的。

因為在用數碼記數時，我們用三個數碼標誌最高級以後的每個級率，所以應該首先確定在數時利用了多少級。為此我們自右到左把每三個數碼分成一組。很明顯，得到了幾組，在用數碼寫時就利用了幾級。現在只剩下一個接一個地自左到右讀出每組用數碼表示的數，此時也讀出級率。假使由任何一組表示的數為零，那麼在讀時可以不管此數，也不管與該組相當的級率的名稱。

例：數 25034210 分成三組：25 034 210，讀作：二十五個百萬三十四個千二百一十。
數 317000386002 分成四組：317 000 386 002 讀作：三百十七個十億三百八十六個千二個。

表示數的數碼通常都有名稱：最後的數碼叫做單元數碼，和它鄰近的叫做十位數碼，和十位數碼鄰近的叫做百位數碼等等。

這些數碼也可以分別叫做第一位位率數碼，第二位位率數碼等等。❶

§11 用位率數數

直到現在為止，千以內的數數採用用單元數（數到十），用十數（數到百），用百數（數到千）。

❶ 譯者註：以下有一段俄語讀數法，因與我國習慣不合，經删去。

千以上的數數，我們利用級率。但是千以上的數數也可用位率。我們舉數 24 506 作例。

把這數視作用最高級級率數的結果，我們看到，是首先用千來進行數的。第一次數的結果是 24 千。假使我們想用最高位位率來數，那麽我們用萬來開始數。第一次數的結果是兩個一萬。不能數的東西可用以下位率即千來數。第二次數的結果是四個千。其次繼續用百數，我們得到數 5，再用十數得到數 0，最後用單元數得到數 6。

用數碼寫出用位率數的結果，我們得到 24 506。

可以定出下列規則：

任何數都可以看做是用位率數的結果：第一個數碼（第一次數的結果）表示在數時的最高位位率的個數，其次一個數碼就是緊隨着的低一位位率的個數，等等。

有了用數碼記下的數，很容易指出最高位位率是怎樣的：因為每一個數碼表示用一個接一個的位率數的結果，所以數碼的個數就等於位率的個數。因而，用來開始數的最高位率的位數等於數碼的個數。

例：　25 643 004。

這數有八個數碼；用來開始數的最高位率是千萬（第八位位率），數時數出兩個這樣的位率。其次用百萬數，這種位率有 5 個；其次用十萬數(6)，用一萬數(4)，用千數(3)，用百數(0)，用十數(0)，用單元數(4)。

§ 12　用位率數的結果

直到現在爲止，我們用級率或位率來數，把數的結果用第一位位率讀出來。這種數法不大方便，因爲我們必須定出用以開始數的最高級率或最高位率。

現在我們不預先確定最高位的位率，來研究一下數的過程。

把數 4256 看作用最高位位率數的結果，我們說該數包括 4 個千 2 個百 5 個十 6 個單元。看作用百數的結果，該數包括 42 個百 5 個十又 6 個單元。看作用十數的結果，該數包括 425 個十 6 個單元。看作用

试读结束：需要全本请在线购买：www.ertongbo