

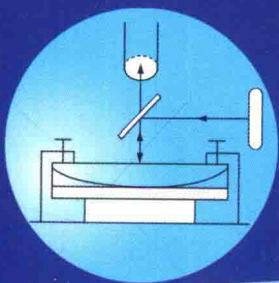


全国高等农林院校“十二五”规划教材
普通高等教育农业部“十二五”规划教材配套实验教材

大学物理实验

Daxue Wuli Shiyan

● 李 辉 马斌强 主编



中国农业出版社

全国高等农林院校“十二五”规划教材
普通高等教育农业部“十二五”规划教材配套实验教材

大学物理实验

李辉 马斌强 主编



中国农业出版社

图书在版编目 (CIP) 数据

大学物理实验 / 李辉, 马斌强主编. —北京: 中国农业出版社, 2013. 7

全国高等农林院校“十二五”规划教材

ISBN 978-7-109-17873-1

I. ①大… II. ①李… ②马… III. ①物理学-实验-高等学校-教材 IV. ①O4-33

中国版本图书馆 CIP 数据核字 (2013) 第 133124 号

中国农业出版社出版

(北京市朝阳区农展馆北路 2 号)

(邮政编码 100125)

策划编辑 薛 波

文字编辑 李兴旺

北京中科印刷有限公司印刷 新华书店北京发行所发行

2013 年 7 月第 1 版 2013 年 7 月北京第 1 次印刷

开本: 787mm×1092mm 1/16 印张: 10.25

字数: 252 千字

定价: 22.00 元

(凡本版图书出现印刷、装订错误, 请向出版社发行部调换)

内容简介

本书是普通高等教育农业部“十二五”规划教材《大学物理学》（理工类专业用，潘建斌、章国顺主编）和《大学物理教程》（农林类专业用，潘建斌主编）的配套实验教材。

本书介绍了误差与数据处理的基本知识、电学基础知识，精选了力学、热学、电学、光学及近代物理等 25 个实验，其中基础实验 12 个，综合性实验 7 个，设计性实验 6 个。书末附有实验报告模板，每个实验报告配有思考题，供学生预习和总结。通过实验报告模板，学生可以更好地明确实验原理，掌握实验方法，完成实验内容，养成撰写规范实验报告的习惯。

本书可作为普通高等院校非物理专业的理、工、农、医类各专业的大学物理实验课的实验教材，也可作为实验技术人员和工程技术人员的参考书。

编写人员名单

主 编 李 辉 马斌强

副 主 编 李 聪 贾 芳 郑 丹

编写人员 (以姓名笔画为序)

马斌强 李 辉 李 聪

郑 丹 贾 芳 曹 晴

前言

大学物理实验是高等院校理、工、农、医等各专业必修的基础课程，是大学生进入大学后接受系统科学实验方法和实验技能训练的开端，它是培养学生严谨的科学思维方式、创新意识、创新能力和实践能力的极其重要的教学环节。大学物理实验覆盖了广泛的学科领域，有丰富的实验思想、方法、手段，具有综合性强的特点。该课程可培养学生实验能力，提高科学素质。它在培养学生严谨的治学态度、活跃的创新意识、适应科技发展的综合应用能力等方面，具有其他实践类课程不可替代的作用。

为适应基础教育和素质教育的需要，根据教育部颁布的《理工科类大学物理实验课程教学基本要求》，编者结合多年的实验教学经验和体会，汲取众多国内外优秀教材的优点，在普通高等教育农业部“十二五”规划教材《大学物理学》（理工类专业用，潘建斌、章国顺主编）和《大学物理教程》（农林类专业用，潘建斌主编）理论教材基础上，编写了这本配套实验教材。

本书介绍了误差与数据处理的基本知识、电学基础知识，精选了力学、热学、电学、光学及近代物理等 25 个实验，其中基础实验 12 个，综合性实验 7 个，设计性实验 6 个。书末附有实验报告模板，每个实验报告配有思考题，供学生预习和总结。通过实验报告模板，学生可以更好地明确实验原理，掌握实验方法，完成实验内容，养成撰写规范实验报告的习惯。本书编写过程中，在保证学生掌握基本实验技能的基础上增加了设计性实验的内容。设计性实验是一种较高层次的实验训练，要求学生根据实验内容和要求查阅有关参考资料，设计实验原理和实验步骤，独立完成实验，从而拓展学生思维，提高学生理论联系实际的能力，进而发挥学生的创造性，培养学生的创新能力。本书给出的实验设计题目均和所学内容相关，以起到启发思路、抛砖引玉的作用。

本书由李辉和马斌强任主编，李聪、贾芳、郑丹任副主编，编写分工如下：李聪编写第一章，李辉编写第二章，马斌强、贾芳编写第三、四、五章，郑丹、曹晴编写附录一、附录二，全书由李辉、马斌强统一审稿。参加本书编写工作的教师多年来一直从事大学物理教学工作，对物理实验教学积累了丰富的经验并有许多独到的见解，这些经验和体会已被融入教材。

河南农业大学电子信息科学与技术系的全体老师对本书的编写给予了大力的支持并提出了宝贵的意见，物理实验室冯朝岭老师和谢瑞生老师在本书的编写过程中做了大量的后勤保障工作，在此一并致谢。

由于编者水平有限，难免有疏漏和不妥之处，恳请广大读者批评指正。

编者

2013年5月

目 录

前言

第一章 绪论	1
第二章 基础知识	3
2.1 测量误差与数据处理	3
2.2 电学实验基础	12
第三章 基础实验	18
实验 1 长度测量	18
实验 2 谐振动的研究	22
实验 3 用拉伸法测金属丝的杨氏模量	24
实验 4 液体黏滞系数的测定	27
实验 5 用拉脱法测液体的表面张力系数	29
实验 6 固体线膨胀系数的测定	32
实验 7 直流电阻电桥测电阻	34
实验 8 电位差计的应用	36
实验 9 示波器的使用	39
实验 10 利用霍尔效应测量通电螺线管的磁场	44
实验 11 用牛顿环测量平凸透镜的曲率半径	47
实验 12 用旋光仪测有机溶液的浓度	49
第四章 综合性实验	54
实验 13 空气比热容比的测定	54
实验 14 刚体转动惯量的测定	56
实验 15 电表的改装与校准	59
实验 16 用模拟法测绘静电场分布	61
实验 17 电子束实验	65
实验 18 偏振光的实验研究	67
实验 19 光电效应	72
第五章 设计性实验	76
实验 20 用振动法测弹簧的劲度系数	76
实验 21 物体密度的测定	76

实验 22	用箱式电桥测定电流计内阻	76
实验 23	电流表的扩程	77
实验 24	测绘伏安特性曲线	77
实验 25	用牛顿环测液体折射率	77
附录一	常用物理量表	79
附录二	大学物理实验基础知识作业及实验报告模板	87
参考文献		155

绪 论

物理学是一门理论与实验紧密结合的学科。它是研究自然规律、认识客观世界、改造客观世界的基本手段。回顾物理学发展史,任何物理新概念的确立、新规律的发现,都须以严密的物理实验为依据,许多重要的规律都是在总结大量实验事实的基础上得到的。即使在今天,理论物理虽说对实验物理的预见和指导起着重要作用,但理论规律和结论仍须受到实践的检验。所以要学好物理学,就应当学习物理实验的理论和方法,并在一定程度上掌握物理实验的基本技能。

一、物理实验课的地位和基本任务

物理实验是对理科、工科、农科学生进行科学实验基本训练的一门独立的必修课,是学生进入大学后接受系统实验方法和实验技能训练的开端,也是培养学生实验技能和科学素质的基础。

在高等农林院校开设物理实验课,力求达到以下目的:

(1) 通过对物理现象的观察、分析和对物理量的测量,学习物理实验的相关知识,加深对物理概念和原理的理解,培养实事求是的工作态度和作风。

(2) 培养和提高学生的实验技能,主要包括以下几方面的任务:

① 通过预习实验内容及阅读相关资料、组织实验,提高查阅和运用资料的能力,并能概括出实验原理和方法的要点。

② 通过正确地使用仪器,了解它的原理、结构和使用方法,掌握基本物理量的测量方法和实验操作技能。

③ 培养和提高学生从事科学实验的初步能力,包括实验数据处理及误差分析的能力、获得准确实验结果的能力。

④ 通过正确地记录及科学地处理实验数据,撰写合格的实验报告,提高科学论述能力、表达能力以及自行设计和完成某些不太复杂实验的能力。

二、物理实验课的基本程序与要求

物理实验课的基本程序一般分为三个阶段:课前预习、进行实验和课后撰写实验报告。

(1) 课前预习。预习的目的在于实验之前对实验内容有一个总体上的了解。通过预习应当弄清以下问题:

① 实验的理论依据和条件。

② 实验仪器的选取。

③ 所用仪器的工作原理及操作方法。

④ 实验过程的注意事项。

⑤ 记录与处理实验数据的方法。

⑥ 对实验结果的预测。

在此基础上, 写出预习报告, 其主要内容包括:

① 实验名称及要求。

② 实验原理、计算公式及其使用条件、电路图、光路图和装置简图等。

③ 实验所需仪器的名称、数量及使用时的注意事项。

④ 实验步骤。

⑤ 合理的实验数据记录表格。

(2) 实验操作。实验操作是实验程序中的关键环节。学生须遵守实验室规则, 听从教师指导, 熟悉各个仪器的使用方法及操作规范, 认真完成实验。

实验操作应注意以下几点:

① 按教材中规定的实验程序和步骤进行操作。这是因为, 教材中的实验步骤是根据实验原理和具体仪器设计得出的, 它是获得正确数据和结果的最佳实验方案之一。

② 根据实验的具体要求, 依据有效数字法则, 认真记录实验数据, 绝不允许伪造或抄袭他人数据。

③ 为养成良好的工作作风, 在做完实验后, 务必将所用仪器设备恢复原位, 关闭电源和水源, 做好实验室清洁工作, 并将原始数据单交教师审阅签字后再离开实验室。

(3) 撰写实验报告。撰写实验报告是对一次实验的全面总结, 也可作为科学报告或论文写作的基本训练。所以在做完实验后, 应对实验数据进行认真的处理和分析, 作出合理结论, 最后写出完整的实验报告。具体要求如下:

① 数据处理。实验结果是对大量数据的总结和升华, 只有科学地处理实验数据, 才能实现从感性认识到理性认识的飞跃。所以, 在数据处理过程中, 首先, 按照误差理论和有效数字运算规则整理数据、列表或绘出曲线; 然后, 计算、分析实验数据的特点和规律以及由此而得出的结论; 最后, 分析误差的来源, 并讨论存在的问题和改进方法。

② 撰写实验报告。完整的实验报告应包括实验目的、实验仪器(仪器的名称、性能及精度)、实验原理和方法、实验数据记录及处理(包括图表)、误差分析及问题讨论。

在撰写实验报告时, 应力求报告内容简单明了, 用语确切, 文字通顺, 字迹工整。还应在报告的开头注明实验时间、实验者姓名。经教师签名的原始数据记录单也应作为实验报告的附件一起上交。

第二章

基础知识

2.1 测量误差与数据处理

本节是自学材料,介绍测量误差、实验数据处理和实验结果的表示等方面的内容。这些内容不仅要在每个实验中用到,而且是今后从事科学研究必须掌握的基础知识和基本技能。这部分内容牵涉面广,不可能在一两次学习中掌握,应结合自己已经掌握的知识,对提到的问题先有一个初步的了解,然后针对每个具体实验再详细阅读有关内容,并通过运用加以掌握。本节附有练习题,可以加深对这些内容的理解。

一、测量误差

测量是物理实验的基础。对每个物理现象的研究、物质特性的认识、物理原理的验证都要通过测量来实现。一般说来,测量必须借助于一定的仪器,采用一定的方法,在人为控制的环境下由实验者来完成。但是在实际测量中,往往由于测量仪器的限制,测量依据的理论公式应满足的条件不可能绝对保证,加之实验技术、环境条件等因素的影响,测量不可能无限制地精确。测量值与被测量的真实值(简称真值)之间总是存在着差异,即测量不可避免地会产生误差。因此,分析测量中可能产生的各种误差,尽可能地消除其影响,并对测量结果中未能消除的误差作出准确估计,是所有科学实验必不可少的任务。本节主要介绍误差的概念、特点、产生的原因和估算方法等有关知识。

(一) 误差的概念

测量误差就是测量结果与被测量的真值(或约定真值)间的差值。测量误差的大小反映了测量结果的准确程度。测量误差可以用绝对误差表示,也可以用相对误差来表示:

绝对误差 = 测量结果 - 被测量的真值

$$\text{相对误差 } E = \frac{\text{测量值的绝对误差}}{\text{被测量的真值}} \times 100\%$$

事实上,被测量的真值是未知的。人们对客观物质世界建立的“量”的概念,也是通过各种测量手段和方法了解到其测量值的,因而以上关于误差的定义还不能直接用于实际中。于是,人们便依据测量学原理和数理统计学的理论建立了各种误差理论,用来科学地估算测量误差。

(二) 误差的分类

从研究误差的需要出发,根据误差产生的原因和性质的差异,可将测量中的误差分为系统误差和随机误差。

1. 系统误差 在相同的实验条件下,对同一物理量进行多次测量中,如果出现的误差

大小与正负保持不变,或按确定的规律变化(递增、递减、周期性等),这种测量误差称为系统误差。系统误差的种类很多,按其来源可分为以下几种:

(1) 方法误差。它是由于测量所用理论公式的近似性及公式中的各参数确定的近似性而引起的误差。产生这一误差的原因在于测量过程中存在着实际上起作用且不能忽略的因素,如空气的阻力和浮力、电表的内阻、连线电阻的压降等,这些因素在推导测量结果的表达式中没有得到反映或被忽略,从而引起了实验误差。

(2) 条件误差。由于外界环境因素(如温度、湿度、压力、振动、电磁场等)与要求的标准状态不一致,使测量装置的指示量值发生变化,以及观察者在生理上的视觉分辨能力、感觉器官的生理变化、反应速度和固有习惯引起的误差。

(3) 仪器误差。由于测量设备(包括测量工具、仪器、量具等)本身不完善,或由于测量设备的安装、布置、调整不得当(例如,米尺刻度不准确、螺旋测微计有空行程、仪表调零不准等)而产生的误差。

由此可见,系统误差的出现都具有某种确定的规律性。但是,这种规律对不同的实验测量是不同的,只能针对每一具体情况采用不同的处理方法。这就要求实验者对研究对象的特殊规律要有充分的掌握,同时实验者在实验经验、实验技巧和理论水平等方面应有相当的水平,并且要使所用仪器设备的性能处于良好的工作状态。一般地说,处理系统误差是比较困难的,甚至会在自觉或不自觉中被遗漏。

2. 随机误差 随机误差是由于不确定因素引起的误差。它的特征表现为,就某一次测量来讲,其误差值的大小和正负都带有随机性,难以事先确定。但对大量次数的重复测量来说,测量的结果却遵从一定的统计规律。这种误差产生的原因是多方面的,例如,实验条件和环境因素的微小的、无规则的起伏及其实验者生理分辨本领、实验技能的熟练程度等因素产生的误差。

随机误差可以根据统计理论进行处理。大量的实验事实及统计理论都证明,当随机误差由许多微小的、彼此独立的随机因素决定时,其误差分布服从正态分布规律(图 2-1-1)。主要特征表现在以下四个方面:

(1) 有界性。绝对值很大的误差出现的概率为零,即误差的绝对值不会超过一定的界限。

(2) 单峰性。绝对值小的误差出现的概率比绝对值大的误差出现的概率大。

(3) 对称性。绝对值相等的正误差和负误差出现的概率接近相等。

(4) 抵偿性。由于绝对值相等的正、负误差出现的概率接近相等,因而随着测量次数的增加,随机误差的算术平均值将趋于零。

抵偿性是随机误差最本质的统计特征。一般地讲,凡是具有抵偿性的误差,原则上可以按随机误差处理。

根据随机误差的分布特征,我们知道:①在多次测量中,正、负随机误差大致上可以相互抵消,因而多次测量的算术平均值表示测量结果可以减小随机误差的影响;②测量值的分散程度直接体现随机误差的大小,测量值越分散,测量的随机误差就越大。因此,只有对随机误差作出估算才能表示测量的精密程度。

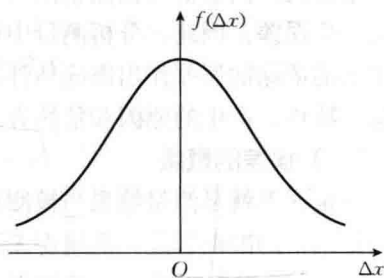


图 2-1-1 随机误差的正态分布

二、测量的不确定度

(一) 测量的不确定度

由于测量时被测量的真值是未知的, 因此, 测量的绝对误差或相对误差也无法算出。引入不确定度这一概念可以在真值未知的情况下, 给出被测量值所处的量值范围, 对测量误差有一个定量的估计, 以衡量测量结果的可靠性。在给出测量结果时, 同时要给出相应测量的不确定度, 以表明该测量结果的可信赖程度。这样, 一个完整的测量结果由三个要素组成, 即真值的最佳估计值、不确定度和单位, 通常的表示形式为

被测量 = 真值的最佳估计值 ± 不确定度 (单位)

目前世界上已普遍采用不确定度来表示测量结果的误差。1992 年 1 月, 国家计量技术规范《测量误差与数据处理》正式颁布实行, 其中明确规定: 测量结果的评价采用不确定度而不用误差。

1. 不确定度的定义 由于测量误差的存在, 对被测量值不能确定的程度称为不确定度。它是表征被测量值所处的量值范围的评定, 即被测量值用一个量值范围而不是一个单一的数值表示, 并且被测量物理量的真值也不是必定在这个量值范围内, 而是以一定的概率 (称为“置信水平”) 处于其中。不确定度越小, 测量结果与被测量的真值越接近, 质量越高, 水平越高, 其使用价值越高; 不确定度越大, 测量结果的质量越低, 水平越低, 其使用价值也越低。在报告物理量测量的结果时, 必须给出相应的不确定度, 一方面便于使用它的人评定其可靠性, 另一方面也增强了测量结果之间的可比性。

2. 不确定度的分类 产生测量不确定度的因素很多, 测量结果的不确定度包含多个分量, 总的 uncertainty 是各分量合成的结果。按获得方法的不同, 这些分量可以分为 A 类不确定度和 B 类不确定度。

(1) A 类不确定度。可以通过统计方法来计算的不确定度称为 A 类不确定度, 也称为统计不确定度, 用字母 S 表示。

由于误差来源不同, 被测量物理量的 A 类不确定度可以有多个分量, 设各分量分别为 $S_1, S_2, \dots, S_n$, 并且各分量彼此独立, 则总的 A 类不确定度可由“方和根”计算, 即

$$S = \sqrt{S_1^2 + S_2^2 + \dots + S_n^2} \quad (2-1-1)$$

直接测量量的 A 类不确定度只有一个分量 S_1 , 即 $S = S_1$ 。

(2) B 类不确定度。用非统计方法计算得到的不确定度为 B 类不确定度, 用字母 u 表示。由于误差来源不同, 包含多个分量的 B 类不确定度也可以由“方和根”计算, 即

$$u = \sqrt{u_1^2 + u_2^2 + \dots + u_n^2} \quad (2-1-2)$$

式中, $u_1, u_2, \dots, u_n$ 为彼此独立的 B 类不确定度分量。直接测量量的 B 类不确定度只有一个分量 u_1 , 即 $u = u_1$ 。

(3) 总不确定度。引起测量误差的因素很多, 每种误差来源对测量结果不确定度的贡献大小不同, 测量结果的总不确定度是各种不确定度分量的合成。首先, 尽可能消除系统误差; 然后, 剩余误差给出的不确定度分量可以分为 A 类不确定度 $S_1, S_2, \dots, S_i, \dots, S_n$ 和 B 类不确定度 $u_1, u_2, \dots, u_j, \dots, u_m$, 它们分别由统计方法和非统计方法分析得到。如果各误差的影响是相互独立的, 则对应的各不确定度分量也是相互独立的, 测量结果的总

不确定度 U 可以采用“方和根”的方法计算。

$$U = \sqrt{S^2 + u^2} = \sqrt{\sum_{i=1}^n S_i^2 + \sum_{j=1}^m u_j^2} \quad (2-1-3)$$

(二) 直接测量的不确定度

1. 直接测量的 A 类不确定度 设在实验中对某一物理量 x 进行了 n 次等精度的重复测量, 获得了 n 个数据, 分别为

$$x_1, x_2, \dots, x_i, \dots, x_n$$

其算术平均值为

$$\bar{x} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n x_i \quad (2-1-4)$$

那么, 被测量 x 的 A 类不确定度与随机误差计算标准偏差的方法相同, 即测量不确定度为

$$S_x = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2}{n-1}} \quad (2-1-5)$$

平均值 $\bar{x}$ 的 A 类不确定度为

$$S_{\bar{x}} = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2}{n(n-1)}} \quad (2-1-6)$$

一般情况下, S_x 的值愈大, $S_{\bar{x}}$ 也愈大, 但 $S_{\bar{x}}$ 随测量次数的增加而减小。

2. 直接测量的 B 类不确定度 测量结果中的 B 类不确定度主要取决于仪器误差, 经常以仪器误差限 Δ_{ins} (仪器误差的最大值) 的形式出现, 通常把仪器误差的估计值 S_{ins} (标准差) 作为 B 类不确定度。 Δ_{ins} 和 S_{ins} 的关系是

$$u = S_{\text{ins}} = \frac{\Delta_{\text{ins}}}{K} \quad (2-1-7)$$

式中, K 是一个与仪器误差分布有关的常数 (称为包含因子)。物理教学中, 为保证较高的置信概率, 同时提高数据处理的效率, 约定仪器误差按均匀分布处理, 则仪器误差贡献的 B 类不确定度为

$$u = \frac{\Delta_{\text{ins}}}{\sqrt{3}} \quad (2-1-8)$$

3. 直接测量的合成不确定度 直接测量的合成不确定度 U 由“方和根”公式算出:

$$U = \sqrt{\sum_i S_i^2 + \sum_j u_j^2} \quad (2-1-9)$$

其中, S_i 是 A 类不确定度的各分量, u_j 是 B 类不确定度的各分量。

4. 直接测量结果的表示 测量结果的算术平均值 $\bar{x}$ 是真值的最佳估计值, 不确定度 U 是误差的最佳估计值, 实际的测量结果就可以表示为

$$x = \bar{x} \pm U \text{ (单位)} \quad (2-1-10)$$

需要特别注意的是, 式 (2-1-10) 在本教材中表示真值位于置信区间 $[\bar{x}-U, \bar{x}+U]$ 内的概率为 68.3%, 即误差在 $\pm U$ 之间的概率为 68.3%。

定义相对不确定度为

$$U_r = \frac{U}{\bar{x}} \times 100\% \quad (2-1-11)$$

它是相对误差的估计值。

这里需要说明：

(1) 由于不确定度本身只是一个估计值，因此，在一般情况下，表示最后结果的不确定度只取一位有效数字，最多不超过两位。而且，测量平均值的最后一位要与不确定度的最后一位对齐。

(2) 在科学实验或工程技术中，有时不要求或不可能明确表明测量结果的不确定度，这时常用有效数字粗略表示测量的不确定度，即测量值有效数字的最后一位表示不确定度的所在位。因此数据记录时要注意有效数字，不能随意增减。

(三) 间接测量的不确定度

当未知的物理量与几个参量之间存在一定的函数关系时，应先直接测量这些参量，然后代入函数式中进行计算，从而求得未知物理量的测量值，这种测量值称为间接测量。

在很多实验中进行的测量都是间接测量。间接测量量是由直接测量量根据一定数学表达式计算出来的。因此，直接测量量的不确定度就必然影响到间接测量量，这种影响的大小也可以由相应的数学公式计算出来。

1. 间接测量的 A 类不确定度的传递公式 直接测量的 A 类不确定度是由标准偏差来表征的，因此间接测量的 A 类不确定度实际上就是标准偏差的传递。首先讨论随机误差的标准偏差的传递，得出与随机误差对应的间接测量的 A 类不确定度 S 的传递公式，然后推广得到合成不确定度 U 的传递公式。

设间接测量量 z 与相互独立的两直接测量量 x, y 满足函数关系 $z = f(x, y)$ 。对其求全微分可得

$$dz = \frac{\partial f}{\partial x} dx + \frac{\partial f}{\partial y} dy \quad (2-1-12)$$

若直接测量量 x, y 的误差分别为 $\delta x, \delta y$ ，且

$$\delta x = x_i - \bar{x}, \quad \delta y = y_i - \bar{y}$$

它们都比对应测量结果小得多，因此可以作为微元代替全微分公式中的 dx, dy ，得到间接测量量 z 的误差 δz 为

$$\delta z = \frac{\partial z}{\partial x} \delta x + \frac{\partial z}{\partial y} \delta y \quad (2-1-13)$$

式 (2-1-12) 称为测量误差传递公式，其中 $\frac{\partial f}{\partial x}, \frac{\partial f}{\partial y}$ 称为各直接测量量的误差传递系数。

式 (2-1-13) 表明间接测量量的误差 δz 是各直接测量量的误差 $\delta x, \delta y$ 与相应误差传递系数 $\frac{\partial f}{\partial x}, \frac{\partial f}{\partial y}$ 的乘积的代数和。也就是说，间接测量结果的总误差 δz 是各误差分量的线性叠加。

根据式 (2-1-5) 可得间接测量量 z 的测量不确定度：

$$S_z = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^n (z_i - \bar{z})^2}{n-1}} = \sqrt{\frac{\sum (\delta z)^2}{n-1}}$$

于是,

$$\begin{aligned} S_z^2 &= \frac{1}{n-1} \sum \left(\frac{\partial z}{\partial x} \delta x + \frac{\partial z}{\partial y} \delta y \right)^2 \\ &= \frac{1}{n-1} \sum \left[\left(\frac{\partial z}{\partial x} \right)^2 \cdot (\delta x)^2 + \left(\frac{\partial z}{\partial y} \right)^2 \cdot (\delta y)^2 + 2 \frac{\partial z}{\partial x} \frac{\partial z}{\partial y} \delta x \delta y \right] \\ &= \left(\frac{\partial z}{\partial x} \right)^2 \frac{1}{n-1} \sum (\delta x)^2 + \left(\frac{\partial z}{\partial y} \right)^2 \frac{1}{n-1} \sum (\delta y)^2 + \frac{2}{n-1} \frac{\partial z}{\partial x} \frac{\partial z}{\partial y} \sum \delta x \delta y \end{aligned}$$

对于相互独立的被测量量 x, y , 测量值在各自的平均值两侧等概率地取值, 因此有

$$\sum \delta x \delta y = 0$$

最后可得

$$S_z = \sqrt{\left(\frac{\partial z}{\partial x} \right)^2 S_x^2 + \left(\frac{\partial z}{\partial y} \right)^2 S_y^2} \quad (2-1-14)$$

$$S_z = \sqrt{\left(\frac{\partial z}{\partial x} \right)^2 S_x^2 + \left(\frac{\partial z}{\partial y} \right)^2 S_y^2} \quad (2-1-15)$$

2. 间接测量的合成不确定度的传递公式 与 A 类不确定度传递公式的推导过程类似, 可以得到合成不确定度 U 的传递公式, 即

$$U_z = \sqrt{\left(\frac{\partial z}{\partial x} \right)^2 U_x^2 + \left(\frac{\partial z}{\partial y} \right)^2 U_y^2} \quad (2-1-16)$$

式中, $U_x = \sqrt{S_x^2 + u_x^2}$ 为任一直接测量量 x 的合成不确定度; U_z 为间接测量量 z 的合成不确定度。式 (2-1-16) 表明合成不确定度 U_z 也是由各不确定度分量 U_x, U_y 按“方和根”方法合成的。

若 $z = f(x, y)$ 中变量 x, y 之间是和差关系, 那么按式 (2-1-16) 计算间接测量量 z 的不确定度是方便的。但是, 若 $z = f(x, y)$ 中变量 x, y 之间是积或商关系, 则对 z 先求对数后再求全微分比较方便, 即

$$\ln z = \ln f(x, y)$$

$$\frac{\delta z}{z} = \frac{\partial \ln z}{\partial x} \delta x + \frac{\partial \ln z}{\partial y} \delta y$$

利用相对不确定度的定义, 可得

$$\frac{U_z}{\bar{z}} = \sqrt{\left(\frac{\partial \ln f}{\partial x} \right)^2 U_x^2 + \left(\frac{\partial \ln f}{\partial y} \right)^2 U_y^2} \quad (2-1-17)$$

一些常用函数的不确定度传递公式见表 2-1-1。

表 2-1-1 一些常用函数的不确定度传递公式

函数表达式	测量不确定度传递公式
$z = x \pm y$	$U_z = \sqrt{U_x^2 + U_y^2}$
$z = xy$ 或 $z = \frac{x}{y}$	$\frac{U_z}{z} = \sqrt{\left(\frac{U_x}{x} \right)^2 + \left(\frac{U_y}{y} \right)^2}$
$z = kx$	$U_z = k \cdot U_x$