高等教育精品课程规划教材

概率论与数理统计

祁根锁　白　秀　主编

吉林大学出版社
JILIN UNIVERSITY PRESS

高等教育精品课程规划教材

概率论与数理统计

主　编　祁根锁　白　秀
副主编　额尔敦其其格
　　　　王晓东　吴芙蓉

吉林大学出版社

图书在版编目(CIP)数据

概率论与数理统计 / 祁根锁，白秀主编. 一长春：吉林大学出版社，2013. 12

ISBN 978-7-5677-1047-4

Ⅰ. ①概… Ⅱ. ①祁…②白… Ⅲ. ①概率论一高等学校一教材②数理统计一高等学校一教材 Ⅳ. ①021

中国版本图书馆 CIP 数据核字(2013)第 309169 号

书　名：概率论与数理统计

作　者：祁根锁　白　秀　主编

责任编辑：许海生　责任校对：张文涛　封面设计：科发教材出版中心

吉林大学出版社出版、发行　北京广达印刷有限公司　印刷

开本：787×960 毫米　1/16　2014 年 1 月　第 1 版

印张：15.5　字数：278 千字　2014 年 1 月　第 1 次印刷

ISBN 978-7-5677-1047-4　定价：29.80 元

社址：长春市明德路 501 号　邮编：130021

发行部电话：0431-89580026/28/29

网址：http://www.jlup.com.cn

E—mail:jlup@mail.jlu.edu.cn

编　委　会

主　　编： 祁根锁　白　秀

副 主 编： 额尔敦其其格　王晓东　吴芙蓉

参编人员：（排名不分先后）

白　秀　祁根锁　刘艳花　刘爱春

吴芙蓉　吴晓红　王晓东　董鹏飞

额尔敦其其格

内容简介

本书系高等院校本、专科数学与应用数学专业及其他专业“概率论与数理统计”课程教材.主要内容包括:随机事件及其概率、随机变量的分布及其数字特征、多维随机变量的分布及其数字特征、大数定律与中心极限定理、数理统计基础知识、参数估计、假设检验、方差分析与回归分析.

本书也可供其他领域工程或科研技术人员阅读和参考.

编审说明

本书是为适应高等教育发展形势需要编写而成的，在本书编写中，作者认真研究总结了高等院校数学与应用数学专业及其他理工科各专业的教学特点与需求，根据本、专科学生知识基础及学习习惯等编排教学内容，在介绍基本概念、重要公式和定理以及概率模型时尽量多举实例说明，力求讲解详细，通俗易懂。

全书主要内容分两个部分：第一部分概率论，内容包括：随机事件及其概率、随机变量的分布及其数字特征、多维随机变量的分布及其数字特征、大数定律与中心极限定理．第二部分为数理统计，内容包括：数理统计基础知识、参数估计、假设检验、方差分析与回归分析．书中各章都附有习题，同时配有适量的自我检测题．本书在内容安排、习题编排等方面已尽可能考虑到不同读者的需要，请读者在使用时根据教学实际情况进行取舍。

本书由祁根锁、白秀主编。编写分工如下：郑州航空工业管理学院王晓东（第一、四章），呼和浩特民族学院刘爱春（第二章），呼和浩特民族学院刘艳花（第三章），呼和浩特民族学院白秀（第五章），呼和浩特民族学院董鹏飞（第六章），呼和浩特民族学院吴芙蓉（第七章），呼和浩特民族学院吴晓红（第八章），教材中部分自我检测题以及书后附表由呼和浩特民族学院祁根锁编配，呼和浩特民族学院额尔敦其其格和吴芙蓉负责书稿的审订。全书由祁根锁、白秀负责统稿。

本书在编写过程中，得到呼和浩特民族学院领导和数学系全体同事的大力支持，在此深表谢意！

由于编者水平有限，如有不当之处，恳请广大读者多提宝贵意见。

高等教育精品课程规划教材编审指导委员会

2014 年 1 月

目 录

第1章　随机事件及其概率

概率论与数理统计的应用是很广泛的，几乎渗透到所有科学技术领域，如工业、农业、国防与国民经济的各个部门. 例如，工业生产中，可以应用概率统计方法进行质量控制、工业试验设计、产品的抽样检查等，还可使用概率统计方法进行气象预报、水文预报、地震预报等. 另外，概率统计的理论与方法正在向各基础学科、工程学科、经济学科渗透，产生了各种边缘性的应用学科，如排队论、计量经济学、信息论、控制论、时间序列分析等. 本章学习概率论的两个最基本的概念：随机事件及其概率. 主要介绍随机事件、随机事件的概率、概率的基本性质、条件概率、事件的独立性，以及计算概率的几个重要公式.

1.1　随机事件

1.1.1　确定性现象与随机现象

在现实世界中发生的现象千姿百态，概括起来无非是两类现象：一类是确定性现象，即在一定条件下必然会发生或必然不会发生的现象. 例如，在标准大气压下，纯水加热到100 ℃时必然沸腾；种瓜得瓜，种豆得豆；太阳每天从东方升起；同性电荷相互排斥，异性电荷相互吸引，等等. 另一类现象是随机现象，即可能的结果不止一个，且预先不能确定将要出现什么样的结果，就个别试验或观察而言，其结果呈现不确定性，随机遇而定的现象. 随机现象在自然界和生活中随处可见. 例如，掷一枚硬币，可能出现正面，也可能出现反面，至于出现哪一面，事先谁也说不准. 又如，掷一颗骰子，可能出现1,2,3,4,5,6点，至于出现哪一点，事先并不知道. 再如，110报警台一天内接到的报警次数，可取所有的非负整数；种下的瓜长多大，豆结多少；太阳从东方升起时是否有云雾遮挡；从一批电视机中随便取一台，电视机的寿命长短不同等等. 概率论与数理统计就是研究和揭示随机现象统计规律性的一门基础学科.

这里我们注意到，随机现象是与一定的条件密切联系的. 例如，在城市交通的某一路口，指定的一小时内，汽车的流量多少就是一个随机现象，而“指定的一小时内”就是条件，若换成2小时内、5小时内，流量就会不同. 如果将汽车的流量换成自行车的流量，差别就会更大，故随机现象与一定的条件是有密

切联系的.

1.1.2 随机试验

人们是通过试验去研究随机现象的，为对随机现象加以研究所进行的观察或实验，称为试验. 若一个试验具有下列三个特点：

(1)可重复性：在相同条件下，试验可以重复进行；

(2)可观察性：每次试验的可能结果不止一个，但事先可以明确其所有可能的结果；

(3)不确定性：在试验结果出现之前，不能确定哪一个结果会出现，则称这一试验为随机试验(random trial)，记为 E.

下面举一些随机试验的例子.

E_1：抛一枚硬币，观察正面 H 和反面 T 出现的情况.

E_2：掷两颗骰子，观察出现的点数.

E_3：在一批电视机中任意抽取一台，测试它的寿命.

E_4：城市某一交通路口，指定一小时内的汽车流量.

E_5：记录呼和浩特地区一昼夜的最高温度和最低温度.

1.1.3 样本空间

为了研究随机试验，首先要知道这个试验所有可能的结果. 随机试验的每一个可能的且不可再分的结果称为试验的样本点，用 ω 表示. 全体样本点组成的集合称为样本空间，记为 Ω. 下面写前面提到的试验 $E_k(k=1,2,3,4,5)$ 的样本空间 Ω_k：

Ω_1：$\{H,T\}$；

Ω_2：$\{(i,j)\mid i,j=1,2,3,4,5,6\}$；

Ω_3：$\{t\mid t\geqslant 0\}$；

Ω_4：$\{0,1,2,3,\cdots\}$；

Ω_5：$\{(x,y)\mid T_0\leqslant x\leqslant y\leqslant T_1\}$，这里 x 表示最低温度，y 表示最高温度，并设呼和浩特地区温度不会小于 T_0，也不会大于 T_1.

1.1.4 随机事件

随机试验 E 的样本空间 Ω 的子集称为 E 的随机事件，简称事件，通常用大写字母 $A,B,C,\cdots$表示. 例如，在掷骰子的试验中，“出现偶数点”是一个事件，这个事件就是样本空间 $\Omega=\{1,2,3,4,5,6\}$的一个子集 $A=\{2,4,6\}$. 特别地，样本空间 Ω 的每一个元素 ω 构成的单点集$\{\omega\}$也都是随机事件，称为基本

事件. 例如,试验 E_1 有两个基本事件 $\{H\}$,$\{T\}$;试验 E_2 有 36 个基本事件 $\{(1,1)\}$,$\{(1,2)\}$,…,$\{(6,6)\}$.

从而可知,事件有以下几个特征:

(1)事件 A 发生当且仅当 A 所包含的某一样本点出现. 含 n 个样本点的试验共有 2^n 个事件.

(2)样本空间 Ω 本身也是 Ω 的一个子集,所以也是事件,只不过在每次试验中必然会发生,故称其为必然事件.

(3)空集 $\varnothing$ 也是 Ω 的子集,所以也是事件,只不过每次试验都不可能发生,所以称其为不可能事件.

1.1.5　事件的关系与运算

事件是一个集合,因而事件间的关系与事件的运算可以用集合之间的关系与集合的运算来处理.

下面我们讨论事件之间的关系及运算.

1. 事件的包含与相等

设 A 和 B 是同一试验中的两个事件,若事件 A 中的每一个样本点都是事件 B 的样本点,则称事件 A 包含于事件 B(或称事件 B 包含事件 A),记作 $A\subset B$(或 $B\supset A$). 其含义是:若事件 A 发生必然导致事件 B 发生.

$A\subset B$ 的一个等价说法是:若事件 B 不发生,则事件 A 必然不发生.

例如,掷一颗骰子,A=“出现 4 点”,B=“出现偶数点”,则 $A\subset B$.

若 $A\subset B$ 且 $B\subset A$,则称事件 A 与 B 相等(或等价),记为 $A=B$.

为了方便起见,规定对于任一事件 A,有 $\varnothing\subset A$. 显然,对于任一事件 A,有 $A\subset\Omega$.

2. 事件的和(并)

由事件 A 和事件 B 的所有样本点(相同的只计入一次)所组成的新事件称为事件 A 与 B 的并(和),记为 $A\cup B$. 其含义是:事件 A 与 B 中至少有一个发生.

例如,掷一颗骰子,A=“出现奇数点”,B=“出现点数不超过 3”,则 $A\cup B=\{1,2,3,5\}$.

由事件并的定义,立即得到:

对任一事件 A,有

$$A\cup\Omega=\Omega;\quad A\cup\varnothing=A.$$

$A=\bigcup\limits_{i=1}^{n}A_i$ 表示“$A_1,A_2,\cdots,A_n$ 中至少有一个事件发生”这一事件.

$A=\bigcup\limits_{i=1}^{\infty} A_i$ 表示"可列无穷多个事件 A_i 中至少有一个发生"这一事件.

3. 事件的积(交)

由事件 A 和事件 B 中公共样本点组成的新事件,称为事件 A 与 B 的交(积),记为 $A\cap B$ 或 AB. 其含义是:事件 A 与事件 B 同时发生.

例如,掷一颗骰子,A="出现奇数点",B="出现点数不超过 3",则 $A\cap B=\{1,3\}$.

由事件交的定义,立即得到:

对任一事件 A,有

$$A\cap\Omega=A;\quad A\cap\varnothing=\varnothing.$$

$B=\bigcap\limits_{i=1}^{n} B_i$ 表示"$B_1,B_2,\cdots,B_n$ 这 n 个事件同时发生"这一事件.

$B=\bigcap\limits_{i=1}^{\infty} B_i$ 表示"可列无穷多个事件 B_i 同时发生"这一事件.

4. 事件的差

由在 A 中但不在 B 中的样本点组成的新事件,称为事件 A 与 B 的差,记为 $A-B$. 其含义是:事件 A 发生而事件 B 不发生.

例如,掷一颗骰子,A="出现奇数点",B="出现点数不超过 3",则 $A-B=\{5\}$.

由事件差的定义,立即得到:

对任一事件 A,有

$$A-A=\varnothing;\quad A-\varnothing=A;\quad A-\Omega=\varnothing.$$

5. 互斥(互不相容)事件

若 $A\cap B=\varnothing$,则称事件 A 与 B 为互不相容(互斥). 其含义是:事件 A 与事件 B 不可能同时发生.

显然,不同的基本事件是两两互不相容的.

6. 互逆(对立)事件

若事件 A 和 B 满足 $A\cup B=\Omega$ 且 $A\cap B=\varnothing$,则称事件 A 与事件 B 为互逆事件(对立事件). 记为 $B=\overline{A}$.

显然,若事件 B 是事件 A 的对立事件,则事件 A 也是事件 B 的对立事件.

A 的对立事件记为 $\overline{A}$,$\overline{A}$ 是由所有不属于 A 的样本点组成的事件,它表示"A 不发生"这样一个事件. 显然 $\overline{A}=\Omega-A$.

在一次试验中,若 A 发生,则 $\overline{A}$ 必不发生(反之亦然),即在一次试验中,A 与 $\overline{A}$ 二者只能发生其中之一,并且也必然发生其中之一. 显然有 $\overline{\overline{A}}=A$.

注意:事件互斥与事件互逆是两个不同的概念,若事件 A,B 互逆,则 A,B 一定互斥,反之不成立.

以上事件之间的关系及运算可以用文氏(Venn)图来直观地描述.若用平面上一个矩形表示样本空间 Ω,矩形内的点表示样本点,圆 A 与圆 B 分别表示事件 A 与事件 B,则 A 与 B 的各种关系及运算如下列各图所示(见图 1-1～图 1-6).

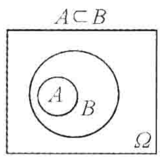

图 1-1

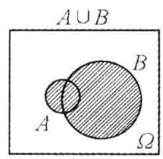

图 1-2

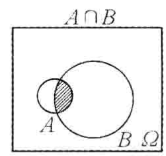

图 1-3

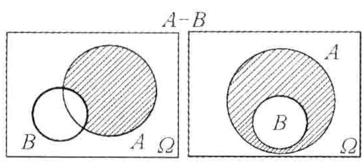

图 1-4

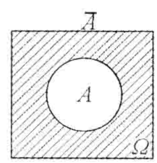

图 1-5

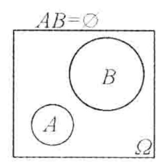

图 1-6

1.1.6　事件的运算规律

与集合论中集合运算一样,事件之间有下列运算规律:

(1)吸收律　若 $A\subset B$,则 $A\cup B=B$,$AB=A$;

(2)交换律　$A\cup B=B\cup A$,$AB=BA$;

(3)结合律　$(A\cup B)\cup C=A\cup(B\cup C)$,$(AB)C=A(BC)$;

(4)分配律　$A\cup(B\cap C)=(A\cup B)\cap(A\cup C)$,

$A\cap(B\cap C)=(A\cap B)\cup(A\cap C)$.

分配律可以推广到有穷或可列无穷的情形,即

$$A\cap\left(\bigcup_{i=1}^{n}A_i\right)=\bigcup_{i=1}^{n}(A\cap A_i),\qquad A\cup\left(\bigcup_{i=1}^{n}A_i\right)=\bigcap_{i=1}^{n}(A\cup A_i),$$

$$A\cap\left(\bigcup_{i=1}^{\infty}A_i\right)=\bigcup_{i=1}^{\infty}(A\cap A_i),\qquad A\cup\left(\bigcup_{i=1}^{\infty}A_i\right)=\bigcap_{i=1}^{\infty}(A\cup A_i);$$

(5)对偶律　$\overline{A\cup B}=\overline{A}\cap\overline{B}$,$\overline{A\cap B}=\overline{A}\cup\overline{B}$.

对偶律可以推广到有穷或可列无穷的情形,即对有穷个或可列无穷个 A_i,恒有

$$\overline{\bigcup_{i=1}^{n} A_i} = \bigcap_{i=1}^{n} \overline{A_i}, \quad \overline{\bigcap_{i=1}^{n} A_i} = \bigcup_{i=1}^{n} \overline{A_i},$$

$$\overline{\bigcup_{i=1}^{\infty} A_i} = \bigcap_{i=1}^{\infty} \overline{A_i}, \quad \overline{\bigcap_{i=1}^{\infty} A_i} = \bigcup_{i=1}^{\infty} \overline{A_i}.$$

例 1.1　设 A,B,C 为三个事件，用 A,B,C 的运算式表示下列事件：

(1) A 发生而 B 与 C 都不发生：$A\overline{B}\,\overline{C}$ 或 $A-B-C$ 或 $A-(B\cup C)$.

(2) A,B 都发生而 C 不发生：$AB\overline{C}$ 或 $AB-C$.

(3) A,B,C 至少有一个事件发生：$A\cup B\cup C$.

(4) A,B,C 至少有两个事件发生：$(AB)\cup(AC)\cup(BC)$.

(5) A,B,C 恰好有两个事件发生：$(AB\overline{C})\cup(AC\overline{B})\cup(BC\overline{A})$.

(6) A,B,C 恰好有一个事件发生：$(A\overline{B}\,\overline{C})\cup(C\overline{A}\,\overline{B})\cup(B\overline{A}\,\overline{C})$.

(7) A,B 至少有一个发生而 C 不发生：$(A\cup B)\cap\overline{C}$.

(8) A,B,C 都不发生：$\overline{A\cup B\cap C}$ 或 $\overline{A}\,\overline{B}\,\overline{C}$.

例 1.2　如图 1-7 和图 1-8 所示的电路中，开关 1,2 开或关是随机的，设 A,B 分别表示开关 1,2 闭合，C 表示灯亮，试用事件 A,B 表示事件 C 和 $\overline{C}$.

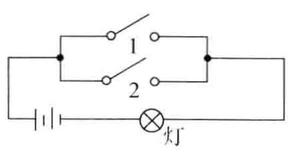

图 1-7

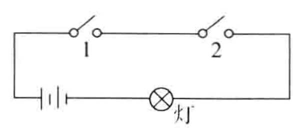

图 1-8

解　在图 1-7 中，$C=A\cup B$，$\overline{C}=\overline{A}\,\overline{B}$；

在图 1-8 中，$C=AB$，$\overline{C}=\overline{A}\cup\overline{B}$.

例 1.3　设事件 A 表示"甲种产品畅销，乙种产品滞销"，求其对立事件 $\overline{A}$.

解　设 $B=$"甲种产品畅销"，$C=$"乙种产品滞销"，则 $A=BC$，故 $\overline{A}=\overline{BC}=\overline{B}\cup\overline{C}=$"甲种产品滞销或乙种产品畅销".

1.2　频率与概率

除必然事件与不可能事件外，任一随机事件在一次试验中都有可能发生，也有可能不发生. 人们常常希望了解某些事件在一次试验中发生的可能性的大小. 为此，我们首先引入频率的概念，它描述了事件发生的频繁程度，进而我们再引出表示事件在一次试验中发生的可能性大小的数——概率.

1.2.1　事件的频率

定义 1.1　设在相同的条件下，进行了 n 次试验. 若随机事件 A 在 n 次试验中发生了 k 次，则比值 $\frac{k}{n}$ 称为事件 A 在这 n 次试验中发生的频率(frequency)，记为 $f_n(A)=\frac{k}{n}$.

由定义 1.1 容易推知，频率具有以下性质：

(1)对任一事件 A，有 $0\leqslant f_n(A)\leqslant 1$；

(2)对必然事件 Ω，有 $f_n(\Omega)=1$；

(3)若事件 A,B 互不相容，则

$$f_n(A\cup B)=f_n(A)+f_n(B).$$

一般地，若事件 $A_1,A_2,\cdots,A_m$ 两两互不相容，则

$$f_n\left(\bigcup_{i=1}^{m}A_i\right)=\sum_{i=1}^{m}f_n(A_i).$$

$f_n(A)$表示 A 发生的频繁程度，频率大，事件 A 发生就频繁，在一次试验中，A 发生的可能性也就大. 反之亦然. 因而，直观的想法是用 $f_n(A)$表示 A 在一次试验中发生可能性的大小. 但是，由于试验的随机性，即使同样是进行 n 次试验，$f_n(A)$的值也不一定相同. 但大量实验证实，随着重复试验次数 n 的增加，频率 $f_n(A)$会逐渐稳定于某个常数附近，而偏离的可能性很小. 频率具有“稳定性”这一事实，说明了刻画事件 A 发生可能性大小的数——概率——具有一定的客观存在性.(严格说来，这是一个理想的模型，因为我们在实际中并不能绝对保证在每次试验时，条件都保持完全一样，这只是一个理想的假设)

历史上有一些著名的试验，德·摩根(De Morgan)、蒲丰(Buffon)和皮尔逊(Pearson)曾进行过大量掷硬币试验，所得结果如表 1-1 所示.

表 1-1

试验者	掷硬币次数	出现正面次数	出现正面的频率
德·摩根	2 048	1 061	0.518 1
蒲丰	4 040	2 048	0.506 9
皮尔逊	12 000	6 019	0.501 6
皮尔逊	24 000	12 012	0.500 5

可见，出现正面的频率总在 0.5 附近摆动，随着试验次数增加，它逐渐稳定于 0.5. 这个 0.5 就反映正面出现的可能性的大小.

1.2.2 概率的统计定义

每个事件都存在一个这样的常数与之对应,因而可将频率 $f_n(A)$ 在 n 无限增大时逐渐趋向稳定的这个常数定义为事件 A 发生的概率. 这就是概率的统计定义.

定义 1.2 设事件 A 在 n 次重复试验中发生的次数为 k,当 n 很大时,频率 $\frac{k}{n}$ 在某一数值 p 的附近摆动,而随着试验次数 n 的增加,发生较大摆动的可能性越来越小,则称数 p 为事件 A 发生的概率,记为 $P(A)=p$.

由概率的统计定义和频率的性质,可得统计概率的性质:

(1)对任一事件 A,有 $0\leqslant P(A)\leqslant 1$;

(2)对必然事件 Ω,有 $P(\Omega)=1$;

(3)若事件 A,B 互不相容,则

$$P(A\cup B)=P(A)+P(B).$$

一般地,若事件 $A_1,A_2,\cdots,A_m$ 两两互不相容,则

$$P\left(\bigcup_{i=1}^{m} A_i\right)=\sum_{i=1}^{m}P(A_i).$$

要注意的是,上述定义并没有提供确切计算概率的方法,因为我们永远不可能依据它确切地定出任何一个事件的概率. 在实际中,我们不可能对每一个事件都做大量的试验,况且我们不知道 n 取多大才行;如果 n 取很大,不一定能保证每次试验的条件都完全相同. 而且也没有理由认为,取试验次数为 $(n+1)$ 来计算频率,总会比取试验次数为 n 来计算频率将会更准确、更逼近所求的概率.

1.2.3 概率的公理化定义

为了理论研究的需要,我们从频率的稳定性和频率的性质得到启发,给出概率的公理化定义.

定义 1.3 设 Ω 为样本空间,A 为事件,对于每一个事件 A 赋予一个实数,记作 $P(A)$,如果 $P(A)$ 满足以下条件:

(1)非负性:$P(A)\geqslant 0$;

(2)规范性:$P(\Omega)=1$;

(3)可列可加性:对于两两互不相容的可列无穷多个事件 $A_1,A_2,\cdots,A_n$,有

$$P\left(\bigcup_{n=1}^{\infty} A_n\right)=\sum_{n=1}^{\infty}P(A_n),$$

则称实数 $P(A)$ 为事件 A 的概率(probability).

由概率的公理化定义，可以推出概率的一些性质.

性质 1　$P(\varnothing)=0$.

证　令

$$A_n=\varnothing(n=1,2,\cdots),$$

则

$$\bigcup_{n=1}^{\infty} A_n=\varnothing, \text{且 } A_iA_j=\varnothing(i\neq j,i,j=1,2,\cdots).$$

由概率的可列可加性得

$$P(\varnothing)=P\left(\bigcup_{n=1}^{\infty} A_n\right)=\sum_{n=1}^{\infty} A_nP(A_n)=\sum_{n=1}^{\infty} A_nP(\varnothing),$$

而由 $P(\varnothing)\geqslant 0$ 及上式知 $P(\varnothing)=0$.

这个性质说明：不可能事件的概率为 0. 但逆命题不一定成立.

性质 2(有限可加性)　若 $A_1,A_2,\cdots,A_n$ 为两两互不相容事件，则有

$$P\left(\bigcup_{k=1}^{\infty} A_k\right)=\sum_{k=1}^{\infty} P(A_k).$$

证　令 $A_{n+1}=A_{n+2}=\cdots=\varnothing$，则 $A_iA_j=\varnothing$. 当 $i\neq j,i,j=1,2,\cdots$ 时，由可列可加性，得

$$P\left(\bigcup_{k=1}^{n} A_k\right)=P\left(\bigcup_{k=1}^{\infty} A_k\right)=\sum_{k=1}^{\infty} P(A_k)=\sum_{k=1}^{n} P(A_k).$$

性质 3　设 A,B 是两个事件，若 $A\subset B$，则有

$$P(B-A)=P(B)-P(A)\quad \text{或}\quad P(A)\leqslant P(B).$$

证　由 $A\subset B$，知 $B=A\cup(B-A)$ 且 $A\cap(B-A)=\varnothing$. 再由概率的有限可加性有

$$P(B)=P(A\cup(B-A))=P(A)+P(B-A),$$

即

$$P(B-A)=P(B)-P(A);$$

又由 $P(B-A)\geqslant 0$，得 $P(A)\leqslant P(B)$.

性质 4　对任一事件 A，$P(A)\leqslant 1$.

证　因为 $A\subset\Omega$，由性质 3 得 $P(A)\leqslant P(\Omega)=1$.

性质 5　对于任一事件 A，有

$$P(\overline{A})=1-P(A).$$

证　因为 $\overline{A}\cup A=\Omega,\overline{A}\cap A=\varnothing$，由有限可加性，得

$$1=P(\Omega)=P(\overline{A}\cup A)=P(\overline{A})+P(A),$$

即