

**2016**

**李永乐·王式安唯一考研数学系列**

**全国十二大考研辅导机构指定用书**

# 考研数学 复习全书

**基础篇** | 数学二

李永乐(清华大学)

主编 ◎ 王式安(北京理工大学)

章纪民(清华大学)

**专为大三提前复习、在职考研和基础薄弱者编著**

**双色印刷 绝佳的阅读体验**  
**配套课程 最酷的学习方式**

**买书就送**

科目	主讲	课时
高数	章纪民	6天
线代	李永乐	4天

[www.vkbrother.com](http://www.vkbrother.com)

金榜图书  
JINBANG BOOKS SINCE 1997

2016

李永乐·王式安唯一考研数学系列  
全国十二大考研辅导机构指定用书

# 考研数学 复习全书

基础篇

数学二

◎ 主编 ◎

李永乐(清华大学)

王式安(北京理工大学)

章纪民(清华大学)



西安交通大学出版社  
XI'AN JIAOTONG UNIVERSITY PRESS

图书在版编目(CIP)数据

考研数学复习全书·基础篇·数学二/李永乐编. —西安:西安  
交通大学出版社, 2014. 6

ISBN 978-7-5605-6363-3

I. ①考… II. ①李… III. ①高等数学—研究生—入  
学考试—自学参考资料 IV. ①013

中国版本图书馆 CIP 数据核字(2014)第 139732 号

## 敬告读者

本书封面粘有专用防伪标识,凡有防伪标识  
的为正版图书,敬请读者识别。

考研数学复习全书·基础篇(数学二)

---

主 编:李永乐 王式安 章纪民  
责任编辑:李亚川 谭小艺  
装帧设计:金榜图文设计室  
出版发行:西安交通大学出版社  
地 址:西安市兴庆南路 10 号(邮编:710049)  
电 话:(029)82668315 82669096(总编办)  
(029)82668357 82667874(发行部)  
印 刷:保定市中国画美凯印刷有限公司  
开 本:787mm×1092mm 1/16  
印 张:9.75  
字 数:226 千字  
版 次:2014 年 9 月第 1 版  
印 次:2014 年 9 月第 1 次印刷  
书 号:978-7-5605-6363-3/O·469  
定 价:39.80 元

---

图书如有印装质量问题,请与印刷厂联系调换 电话:(010)51905710

版权所有 侵权必究



# 李永乐老师唯一授权考研数学系列图书



# 由此踏上2016考研成功大道



群雄逐鹿 我自老实讲课潜心著述!

最后冲刺 准确预测科学迎战为要务!

巅峰决战 考研路上徐之明带你轻松前行!

以上图片仅供参考, 以最终出版物为准

全本请在线购买: [www.etougbook.com](http://www.etougbook.com)

# 前言

《考研数学复习全书·基础篇(数学二)》是专门针对硕士研究生入学考试的大三提前复习、在职考研及基础薄弱考生而编写。整本书包含考研数学要求的基本知识架构,内容的阐述以初等数学水平为起点。希望通过对本书的学习,在较短时间内,厘清考研数学(包括高等数学、线性代数)的基本知识点,掌握入学考试所必需的基本概念、基本理论和基本计算方法,让数学基础薄弱甚至零基础的同学能有一个较大的提升和质的突破,实现“基础过关”。

本书为“李永乐·王式安考研数学系列”之一,由李永乐、王式安、章纪民老师为主编的团队编写。基础篇旨在帮助基础薄弱的考生完成过渡阶段学习,编写方式上有以下特点:

## 一、突出实用知识

从作者团队多年的考研辅导经验来看,许多学生在开始复习时往往出现对基本知识点不明确的情况,所以,本书特意在开篇增加部分初等数学的介绍,而且在每章的开头就列出了考试大纲上的内容要点,这些都是考点,是必须掌握的。

## 二、结构层次分明

本书借鉴了多套经典教材编写的优点,整合考试内容,呈现给读者简明扼要的知识,独到的要点、方法归纳,以便于读者高效复习,形成完整的知识体系,从而为以后提高解题能力和数学思维水平奠定基础。

## 三、概念深入理解

整本书的核心目的是提升数学考试能力,任务就是解题。只有对基本概念深入理解,对基本定理和公式牢牢记住,才能找到解题的突破口和切入点。对所有重点、难点、考点,书中都相应的提供例题,这些例题有些就是过去的考题,有些是精心编制的。例题讲解做到基础解法给出详细步骤和计算过程,在学习过程中真正理解所学内容。

另外,为了更好地帮助同学们进行复习,“李永乐考研数学辅导团队”特在新浪微博上开设答疑专区,同学们在考研数学复习中,如若遇到任何问题,即可私信留言,团队老师将尽心为你解答。请访问 [weibo.com/清华李永乐考研数学辅导团队](http://weibo.com/清华李永乐考研数学辅导团队)。

由于编写时间的限制,书中难免存在些不足或纰漏,敬请读者批评指正。最后,祝同学们复习顺利,考研成功!

编者

# 金榜图书考研类图书书目

## 考研思想政治系列

书名	作者	出版时间
《研究生报考知识暨考研政治入门红宝书》	徐之明	2015年1月
《思想政治理论超级红宝书》	徐之明	2015年1月
《思想政治理论红宝书超级900题》	徐之明	2015年3月
《思想政治理论近年真题心解》	徐之明	2015年3月
《思想政治理论红宝书逻辑图解》	徐之明	2015年3月
《形势与政策暨考纲新增知识点》	徐之明	2014年10月
《思想政治红宝书背诵精华掌中宝》	徐之明	2014年10月
《思想政治分析题专项突破一本通》	徐之明	2014年11月
《思想政治理论金榜题名4套卷》	徐之明	2014年11月
《思想政治理论命题核心点名师精析》	米鹏	2015年1月
《思想政治理论精雕细刻1000题》	米鹏	2015年5月
《思想政治理论大串讲》	米鹏	2014年11月
《思想政治理论最后20天必背20题》	米鹏	2014年11月

## 考研数学系列

书名	作者	出版时间
《数学复习全书》(基础篇)	李永乐 王式安	2014年9月
《数学基础过关660题》	李永乐 王式安	2015年1月
《数学复习全书》	李永乐 王式安	2015年1月
《数学历年真题权威解析》	李永乐 王式安	2015年3月
《数学历年真题权威解析》(试卷版)	李永乐 王式安	2015年3月
《李永乐数学决胜冲刺6+2》	李永乐 王式安	2015年7月
《线性代数辅导讲义》	李永乐	2015年2月
《概率论与数理统计辅导讲义》	王式安	2015年3月
《高等数学辅导讲义》	武忠祥	2015年7月
《数学公式的奥秘》	单立波	2015年3月
《概率论与数理统计辅导讲义》	曹显兵	2015年2月
《高等数学(微积分)辅导讲义》	曹显兵 刘喜波	2015年3月
《大题满分技巧揭秘》	金榜考研数学命题研究组	2015年8月

## 考研英语系列

书名	作者	出版时间
《石春祯考研英语阅读理解220篇》(基础篇)	石春祯	2015年1月
《石春祯考研英语阅读理解220篇》(提高篇)	石春祯	2015年7月
《考研英语词组734大冲关》	赵敏	2015年8月
《30天突破考研英语长难句》	赵敏	2015年8月
《60天突破考研英语阅读》	赵敏	2014年10月
《30天突破考研英语翻译》	赵敏	2014年10月
《考研英语决胜冲刺3套卷》(英语一、英语二)	赵敏	2014年10月

《考研	赵敏	2014年10月
《考研英语语法大揭秘》	王国清	2014年9月
《命题人历年考研英语真题解析及复习思路》 (实战篇·试卷版)(英语一)	考研英语命题研究中心	2015年7月
《命题人历年考研英语真题解析及复习思路》 (实战篇·试卷版)(英语二)	考研英语命题研究中心	2015年7月
《命题人新万能作文》(英语一)	考研英语命题研究中心	2015年7月
《命题人新万能作文》(英语二)	考研英语命题研究中心	2015年7月
《命题人考研英语词汇全集》	金榜考研英语命题研究中心	2014年12月
《命题人考研英语阅读11讲》	金榜考研英语命题研究中心	2014年12月

### 大学英语四、六级系列

书名	作者	出版时间
《命题人大学英语四级新题型预测试卷》(基础篇)	金榜大学英语四级命题研究中心	2015年6月
《命题人大学英语四级新题型预测试卷》(预测篇)	金榜大学英语四级命题研究中心	2015年6月
《命题人大学英语六级新题型预测试卷》(基础篇)	金榜大学英语六级命题研究中心	2015年6月
《命题人大学英语六级新题型预测试卷》(预测篇)	金榜大学英语六级命题研究中心	2015年6月
《命题人大学英语四级核心2000词》	金榜大学英语四级命题研究中心	2014年12月
《命题人大学英语六级核心3000词》	金榜大学英语六级命题研究中心	2014年12月

### 考研专业课系列

	书名	主编	出版时间
教 育 学	考研教育学高分必备2000题	金榜考研教育学命题研究中心	2015年4月
	考研教育学历年真题权威解析	金榜考研教育学命题研究中心	2015年5月
	考研教育学终极预测试卷	金榜考研教育学命题研究中心	2014年9月
历 史 学	考研历史学高分必备2000题	金榜考研历史学命题研究中心	2015年4月
	考研历史学历年真题权威解析	金榜考研历史学命题研究中心	2015年5月
	考研历史学终极预测试卷	金榜考研历史学命题研究中心	2014年9月
心 理 学	考研心理学高分必备2000题	金榜考研心理学命题研究中心	2015年4月
	考研心理学历年真题权威解析	金榜考研心理学命题研究中心	2015年5月
	考研心理学终极预测试卷	金榜考研心理学命题研究中心	2014年9月
西 医	《刘应科考研西医综合辅导讲义》(上、下)	刘应科	2015年1月
	《刘应科考研西医综合核心考点突破与速记》(口袋版)	刘应科	2015年3月
	《刘应科考研西医综合历年真题精析及复习思路》	刘应科	2015年4月
	《刘应科考研西医综合历年真题精析及复习思路》(试卷版)	刘应科	2015年4月
	《刘应科考研西医综合配套3000题》	刘应科	2015年8月
	《刘应科考研西医综合终极预测试卷》	刘应科	2014年11月
中 医	《刘应科考研中医综合辅导讲义》(上、下)	刘应科	2015年1月
	《刘应科考研中医综合核心考点突破与速记》(口袋版)	刘应科	2015年3月
	《刘应科考研中医综合历年真题精析及复习思路》	刘应科	2015年4月
	《刘应科考研中医综合历年真题精析及复习思路》(试卷版)	刘应科	2015年4月
	《刘应科考研中医综合配套3000题》	刘应科	2015年8月
	《刘应科考研中医综合终极预测试卷》	刘应科	2014年11月

以上书目仅供参考,以实际出版物为准。



# 目录

## 第一篇 高等数学

### 第〇章 预备知识

#### 第一节 集合、不等式 ..... (1)

一、集合 ..... (1)

二、常见不等式 ..... (2)

#### 第二节 基本初等函数 ..... (3)

一、常数函数 ..... (3)

二、幂函数 ..... (3)

三、指数函数 ..... (3)

四、对数函数 ..... (4)

五、三角函数 ..... (4)

六、反三角函数 ..... (8)

七、双曲函数与反双曲函数 ..... (10)

#### 第三节 极坐标系 ..... (12)

一、建系 ..... (12)

二、极坐标系与直角坐标系的互化 ..... (12)

三、曲线的极坐标方程 ..... (12)

四、常见的曲线极坐标方程 ..... (12)

### 第一章 函数 极限 连续

#### 第一节 函 数 ..... (14)

一、函数的定义 ..... (14)

二、函数的表示法 ..... (15)

三、具有某些特性的函数 ..... (15)

#### 第二节 极 限 ..... (18)

一、极限概念 ..... (18)

二、运算法则 ..... (21)

#### 第三节 函数的连续与间断 ..... (24)

一、连续性概念 ..... (24)

二、间断点 ..... (25)

三、闭区间上的连续函数的性质 ..... (26)

### 第二章 一元函数微分学

#### 第一节 导数与微分,导数的计算 ..... (28)

一、导数与微分 ..... (28)

二、基本求导法则与公式 ..... (31)

#### 第二节 导数的应用 ..... (36)

一、单调性的判定 ..... (36)

二、极值与最值 ..... (36)

三、凹凸性与拐点 ..... (37)

四、洛必达法则 ..... (38)

五、渐近线的求法·····	(40)	二、二元函数的极限与连续·····	(69)
六、曲率与曲率半径·····	(41)	<b>第二节 多元函数的微分</b> ·····	(72)
<b>第三节 中值定理、不等式与零点问题</b> ·····	(41)	一、二元函数的偏导数与全微分·····	(72)
一、中值定理·····	(41)	二、复合函数的偏导数与全微分·····	(75)
二、不等式的证明·····	(45)	三、隐函数的偏导数与全微分·····	(77)
三、零点问题·····	(46)	<b>第三节 极值与最值</b> ·····	(79)
<b>第三章 一元函数积分学</b>		一、无条件极值·····	(79)
<b>第一节 不定积分与定积分的概念、性质</b> ·····	(48)	二、条件极值·····	(80)
一、原函数与不定积分·····	(48)	三、最值问题·····	(81)
二、积分基本性质·····	(49)	<b>第四节 二重积分</b> ·····	(83)
<b>第二节 不定积分与定积分的计算</b> ·····	(51)	一、二重积分的概念·····	(83)
一、基本积分公式·····	(51)	二、二重积分的性质·····	(83)
二、基本积分方法·····	(51)	三、二重积分的计算·····	(84)
<b>第三节 反常积分及其计算</b> ·····	(60)	<b>第五章 常微分方程</b>	
一、反常积分·····	(60)	<b>第一节 一阶微分方程</b> ·····	(89)
二、对称区间上奇、偶函数的反常积分·····	(62)	一、微分方程的概念·····	(89)
<b>第四节 定积分的应用</b> ·····	(64)	二、几种特殊类型的一阶微分方程及其解法·····	(90)
一、基本方法·····	(64)	<b>第二节 二阶及高阶线性微分方程</b> ·····	(93)
二、重要几何公式与物理应用·····	(64)	一、线性微分方程·····	(93)
<b>第五节 定积分的综合题</b> ·····	(67)	二、线性微分方程解的性质·····	(93)
<b>第四章 多元函数微积分学</b>		<b>第三节 微分方程的应用</b> ·····	(98)
<b>第一节 多元函数的极限与连续</b> ·····	(69)	一、几何问题·····	(98)
一、二元函数的概念·····	(69)	二、变化率问题·····	(99)

## 第二篇 线性代数

### 第一章 行列式

- 一、行列式的概念 ..... (1)
- 二、行列式的性质 ..... (2)
- 三、行列式按行(或列)展开公式 ... (4)
- 四、克拉默法则 ..... (9)

### 第二章 矩 阵

- 一、矩阵的概念及运算 ..... (10)
- 二、伴随矩阵、可逆矩阵 ..... (14)
- 三、初等变换、初等矩阵 ..... (16)
- 四、分块矩阵 ..... (18)
- 五、方阵的行列式 ..... (20)

### 第三章 向 量

- 一、向量的概念 ..... (21)
- 二、线性表出、线性相关 ..... (21)

- 三、向量组的秩、矩阵的秩 ..... (24)
- 四、正交规范化、正交矩阵 ..... (26)

### 第四章 线性方程组

- 一、基本概念 ..... (28)
- 二、齐次线性方程组 ..... (29)
- 三、非齐次线性方程组 ..... (31)
- 四、公共解、同解 ..... (33)

### 第五章 特征值和特征向量

- 一、特征值、特征向量 ..... (34)
- 二、相似矩阵 ..... (36)
- 三、实对称矩阵 ..... (38)

### 第六章 二次型

- 一、二次型及其标准形 ..... (40)
- 二、正定二次型 ..... (45)

数学中转折点是笛卡儿的变数,有了变数,运动进入了数学,有了变数,辩证法进入了数学,有了变数,微分和积分也就立刻成为必要的了.

恩格斯

# 第一篇

# 高等数学

## 第〇章 预备知识

高等数学研究的基本对象就是定义在实数集上的函数. 函数就是变量与变量之间的联系关系. 函数的一些概念和基本常见函数在初等数学中就详细的学习过. 本章是复习一下初等数学中一些必要知识, 主要是回顾一下集合、常见不等式, 基本初等函数及其它重要函数的概念与性质, 最后简单介绍极坐标系的有关内容.

### 第一节 集合、不等式

#### 一、集合

##### 1. 集合概念

集合是指具有某种特定性质的事物的总体, 组成集合的事物称为集合的元素, 通常用大写字母  $A, B, C, \dots$  表示集合. 用小写字母  $a, b, c, d, \dots$  表示集合的元素.

如果  $a$  是集合  $A$  的元素, 记为  $a \in A$ , 读作  $a$  属于  $A$ ; 如果  $a$  不是集合  $A$  的元素, 记作  $a \notin A$ , 读作  $a$  不属于  $A$ .

集合的表示可采用列举法或描述法. 列举法是把集合的全体元素一一列举出来,  $A = \{a_1, a_2, \dots, a_n\}$ . 描述法是指若集合  $M$  是由具有某种性质  $P$  的元素  $x$  的全体所组成, 则  $M$  可表示为  $M = \{x \mid x \text{ 具有性质 } P\}$ . 例如圆心在原点的单位圆圆周上的点构成的集合表示为:  $\{(x, y) \mid x, y \text{ 为实数, } x^2 + y^2 = 1\}$ .

下面是高等数学中常用的几个数集和集合:

$N$  表示自然数构成的集合, 称为自然数集.  $N = \{0, 1, 2, \dots, n, \dots\}$ .

在表示数集的字母的右上角标上“+”来表示该数集内排除 0 与负数的集.

$N^+$  表示全体正整数构成的集合,  $N^+ = \{1, 2, \dots, n, \dots\}$ .

$R$  表示全体实数构成的集合, 称为实数集.

$Z$  表示全体整数构成的集合, 称为整数集.

$$Z = \{\dots, -n, \dots, -2, -1, 0, 1, 2, \dots, n, \dots\}.$$

$Q$  表示全体有理数构成的集合,称为有理数集.

$$Q = \left\{ \frac{p}{q} \mid p \in Z, q \in N^+ \text{ 且 } p \text{ 与 } q \text{ 互质} \right\}.$$

邻域  $U(x_0, \delta) = \{x \mid |x - x_0| < \delta, \delta > 0\}$ .

去心邻域  $U^{\circ}(x_0, \delta) = \{x \mid 0 < |x - x_0| < \delta, \delta > 0\}$ .

开区间  $(a, b), (a, b) = \{x \mid a < x < b\}$ .

闭区间  $[a, b], [a, b] = \{x \mid a \leq x \leq b\}$ ,

半开区间,  $[a, b) = \{x \mid a \leq x < b\}, (a, b] = \{x \mid a < x \leq b\}$ .

## 2. 集合的关系与运算

设  $A, B$  是两个集合,如果集合  $A$  的元素都是集合  $B$  的元素,则称  $A$  是  $B$  的子集,记作  $A \subset B$ ,读作  $A$  包含于  $B$ .

若  $A, B$  互为子集,即  $A \subset B$  且  $B \subset A$ ,则称集合  $A$  与集合  $B$  相等,记作  $A = B$ .

若  $A \subset B$  且  $A \neq B$ ,则称  $A$  是  $B$  的真子集,记作  $A \subsetneq B$ .

不含任何元素的集合称为空集,记作  $\emptyset$ ,且规定空集是任何集合的子集.

$A$  与  $B$  的并集(简称并),记作  $A \cup B$ ,

$$A \cup B = \{x \mid x \in A \text{ 或 } x \in B\};$$

$A$  与  $B$  的交集(简称交),记作  $A \cap B$ ,

$$A \cap B = \{x \mid x \in A \text{ 且 } x \in B\};$$

$A$  与  $B$  的差集(简称差).记作  $A - B$ ,

$$A - B = \{x \mid x \in A \text{ 且 } x \notin B\},$$

$A$  的补集,记作  $\bar{A}$ ,

集合  $A$  是集合  $I$  的子集,则称  $I - A$  为  $A$  的补集(或余集).

设  $A, B, C$  为三个任意的集合,则有

(1) 交换律  $A \cup B = B \cup A, A \cap B = B \cap A$ ;

(2) 结合律  $(A \cup B) \cup C = A \cup (B \cup C)$ ,

$$(A \cap B) \cap C = A \cap (B \cap C);$$

(3) 分配律  $(A \cup B) \cap C = (A \cap C) \cup (B \cap C)$ ,

$$(A \cap B) \cup C = (A \cup C) \cap (B \cup C);$$

(4) 对偶律  $\overline{A \cup B} = \bar{A} \cap \bar{B}, \overline{A \cap B} = \bar{A} \cup \bar{B}$ .

## 二、常见不等式

(1) 绝对值不等式  $-|x| \leq x \leq |x| \Rightarrow 0 \leq x + |x| \leq 2|x|, \forall x \in R$ .

(2) 三角不等式  $|x + y| \leq |x| + |y|, ||x| - |y|| \leq |x - y|, \forall x, y \in R$ .

(3) 平均值不等式  $(x - y)^2 \geq 0 \Rightarrow x^2 + y^2 \geq 2xy, \forall x, y \in R$ .

特别  $x, y \geq 0, \frac{x + y}{2} \geq \sqrt{xy}$ .

$\frac{x + y}{2}$  称为算术平均值,  $\sqrt{xy}$  称为几何平均值.可推广到  $n$  个实数.

(4)  $\sin x \leq x \leq \tan x, x \in \left[0, \frac{\pi}{2}\right)$  等号仅在  $x = 0$  时成立.

(5)  $m, n > 0, k > 0, m > n, \frac{n}{m} < \frac{n + k}{m + k}$ .

不等式不能只记作公式,而要记作公式的变形,在适当时应用,如下三角不等式的应用:

$$|\sin(\alpha + \beta) + \cos(\alpha + \beta)| \leq |\sin(\alpha + \beta)| + |\cos(\alpha + \beta)|.$$

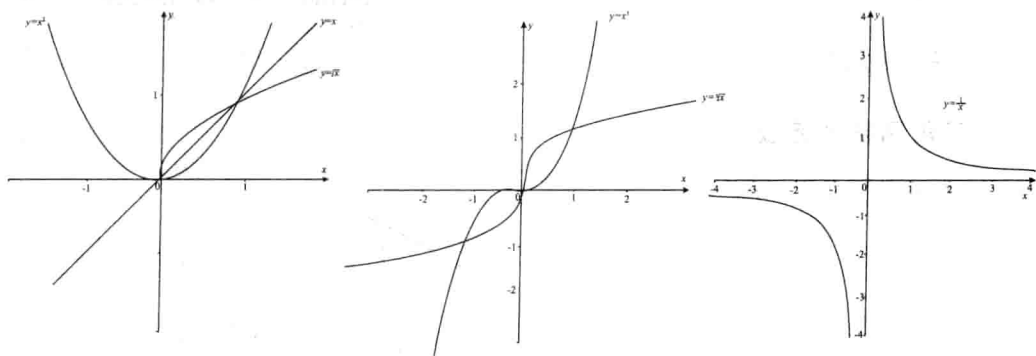
## 第二节 基本初等函数

### 一、常数函数

1.  $y = C, C$  为常数.
2. 定义域  $(-\infty, +\infty)$ , 值域  $\{C\}$ .
3. 性质: 偶函数, 有界, 周期函数, 不存在最小正周期.
4. 图像: 直角坐标系上, 平行于  $x$  坐标轴的一条直线.

### 二、幂函数

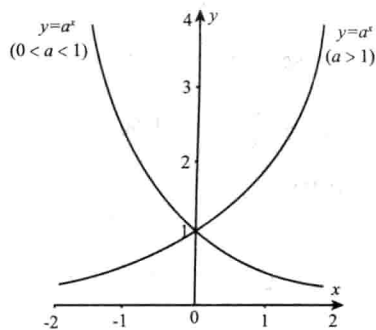
$$y = x^a, a \in R.$$



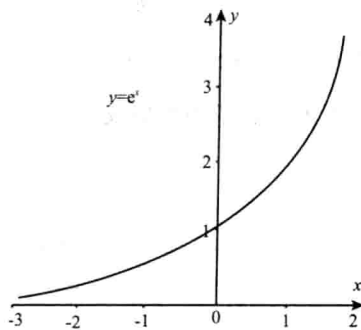
参数  $a$  的不同, 函数的性质各不相同.  $x > 0$  时, 不论  $a$  为何值都有定义. 图像经过  $(1, 1)$  点.

### 三、指数函数

$$y = a^x (a > 0, a \neq 1).$$



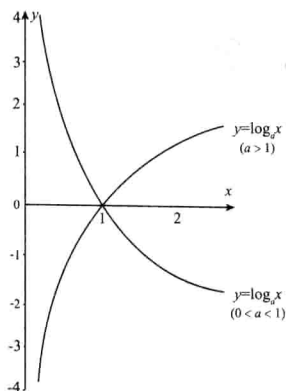
定义域为  $R$ , 值域为  $y > 0$ .  
图像经过  $(0, 1)$  点



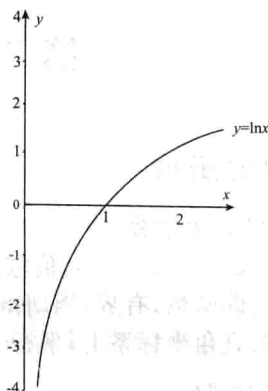
自然指数函数  $y = e^x$   
 $\lim_{x \rightarrow -\infty} e^x = 0, \lim_{x \rightarrow +\infty} e^x = +\infty.$

## 四、对数函数

$$y = \log_a x \quad (a > 0, a \neq 1).$$



定义域为  $(0, +\infty)$ , 值域为  $R$   
 图像经过  $(1, 0)$

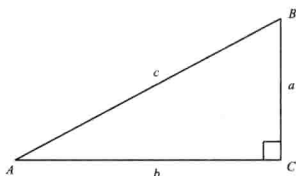


自然对数函数  $y = \ln x$   
 $\lim_{x \rightarrow 0^+} \ln x = -\infty, \lim_{x \rightarrow +\infty} \ln x = +\infty.$

## 五、三角函数

### 1. 三角函数的定义

(1) 在直角三角形  $ABC$



如下定义六个三角函数:

正弦函数  $\sin A = \frac{a}{c}$

余弦函数  $\cos A = \frac{b}{c}$

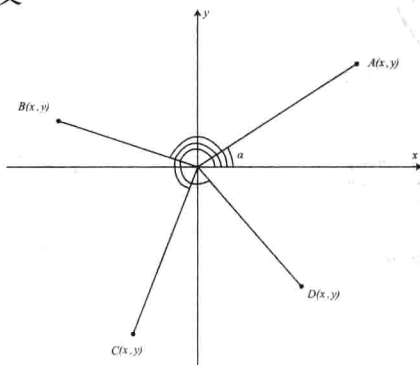
正切函数  $\tan A = \frac{a}{b}$

余切函数  $\cot A = \frac{b}{a}$

正割函数  $\sec A = \frac{c}{b}$

余割函数  $\csc A = \frac{c}{a}$

(2) 直角坐标系中的定义



如下定义六个三角函数( $r = \sqrt{x^2 + y^2}$ ):

正弦函数  $\sin\alpha = \frac{y}{r}$

余弦函数  $\cos\alpha = \frac{x}{r}$

正切函数  $\tan\alpha = \frac{y}{x}$

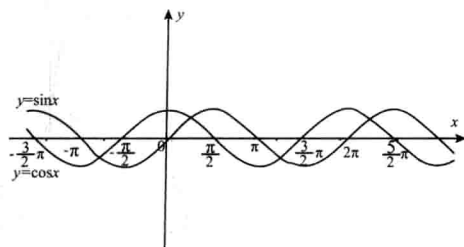
余切函数  $\cot\alpha = \frac{x}{y}$

正割函数  $\sec\alpha = \frac{r}{x}$

余割函数  $\csc\alpha = \frac{r}{y}$

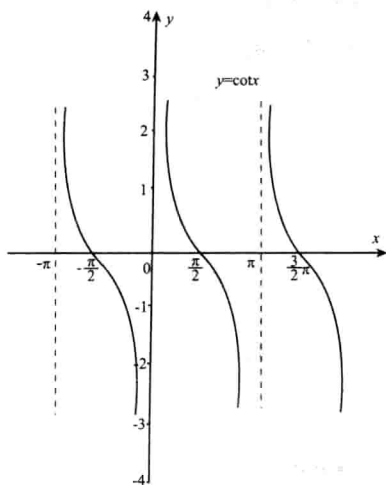
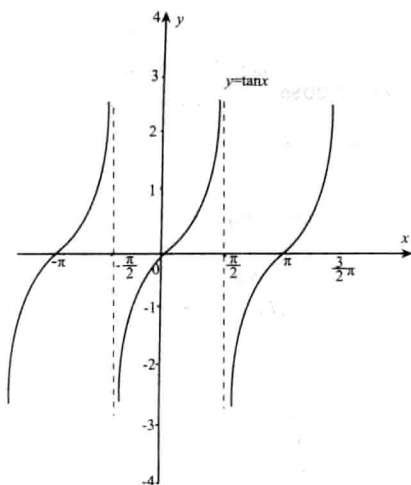
### (3) 三角函数图像与性质

#### 正、余弦函数



定义域为  $R$ , 值域为  $[-1, 1]$ , 周期为  $2\pi$ . 正弦为奇函数, 余弦为偶函数.

#### 正、余切函数



定义域  $\{x \mid x \in R \text{ 且 } x \neq \frac{\pi}{2} + k\pi, k \in Z\}$ .

值域为  $R$ .

周期为  $\pi$ , 奇函数,

关于点  $(\frac{k}{2}\pi, 0)$  对称,  $k \in Z$ .

定义域  $\{x \mid x \in R \text{ 且 } x \neq k\pi, k \in Z\}$ .

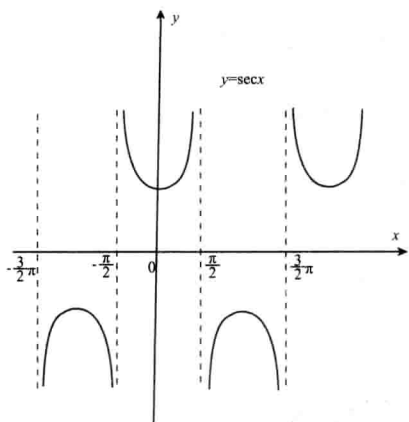
值域为  $R$ .

周期为  $\pi$ , 奇函数,

关于点  $(\frac{k}{2}\pi, 0)$  对称,  $k \in Z$ .



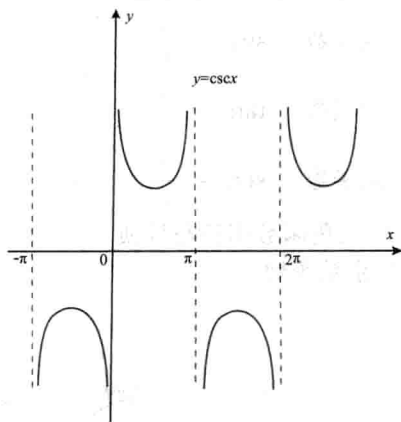
## 正、余割函数



定义域  $\{x \mid x \neq \frac{\pi}{2} + k\pi, k \in \mathbb{Z}\}$ .

值域  $\{y \mid y \leq -1 \text{ 或 } y \geq 1\}$ .

周期为  $2\pi$ , 偶函数, 渐近线  $x = \frac{\pi}{2} + k\pi, k \in \mathbb{Z}$ .



定义域  $\{x \mid x \neq k\pi, k \in \mathbb{Z}\}$ .

值域  $\{y \mid y \leq -1 \text{ 或 } y \geq 1\}$ .

周期为  $2\pi$ , 奇函数, 渐近线  $x = k\pi, k \in \mathbb{Z}$ .

## 2 转化关系

## (1) 诱导公式

$$\sin(-\alpha) = -\sin\alpha$$

$$\sin\left(\frac{\pi}{2} - \alpha\right) = \cos\alpha$$

$$\sin\left(\frac{\pi}{2} + \alpha\right) = \cos\alpha$$

$$\sin(\pi - \alpha) = \sin\alpha$$

$$\sin(\pi + \alpha) = -\sin\alpha$$

## (2) 倒数关系

$$\sin\alpha \cdot \csc\alpha = 1$$

$$\cos\alpha \cdot \sec\alpha = 1$$

$$\tan\alpha \cdot \cot\alpha = 1$$

## (3) 平方关系

$$1 + \tan^2\alpha = \sec^2\alpha$$

$$1 + \cot^2\alpha = \csc^2\alpha$$

$$\sin^2\alpha + \cos^2\alpha = 1$$

## (4) 两角和与差的三角函数

$$\sin(\alpha + \beta) = \sin\alpha\cos\beta + \cos\alpha\sin\beta$$

$$\cos(\alpha + \beta) = \cos\alpha\cos\beta - \sin\alpha\sin\beta$$

$$\sin(\alpha - \beta) = \sin\alpha\cos\beta - \cos\alpha\sin\beta$$

$$\cos(\alpha - \beta) = \cos\alpha\cos\beta + \sin\alpha\sin\beta$$

$$\tan(\alpha + \beta) = \frac{\tan\alpha + \tan\beta}{1 - \tan\alpha\tan\beta}$$

$$\cos(-\alpha) = \cos\alpha$$

$$\cos\left(\frac{\pi}{2} - \alpha\right) = \sin\alpha$$

$$\cos\left(\frac{\pi}{2} + \alpha\right) = -\sin\alpha$$

$$\cos(\pi - \alpha) = -\cos\alpha$$

$$\cos(\pi + \alpha) = -\cos\alpha$$