



“十一五”国家重点图书出版规划项目
中国数学教育研究丛书

张奠宙
总主编

BIANYI LILUNXIA DE
SHUXUE KETANG YANJIU

变异理论下的 数学课堂研究

● 黄荣金 著
● 刘丹 译
广西教育出版社



“十一五”国家重点图书出版规划项目
中国数学教育研究丛书

张奠宙 总主编



BIANYI LILUNXIA DE
SHUXUE KETANG YANJIU

变异理论下的 数学课堂研究

· 刘黄
荣荣
丹丹
译著 ·



广西教育出版社



图书在版编目 (CIP) 数据

变异理论下的数学课堂研究 / (美) 黄荣金著.
— 南宁 : 广西教育出版社, 2011. 6
(中国数学教育研究丛书)
ISBN 978-7-5435-6130-4

I. ①变... II. ①黄... III. ①中学数学课—课堂教学—教学研究 IV. ①G633.602

中国版本图书馆 CIP 数据核字 (2011) 第 084578 号

总 策 划: 黄力平 责任编辑: 陆 毅 黄力平 特约编辑: 陆 阳
装帧设计: 梁伟琪 责任校对: 杨红斌 潘姿汝

出 版 人: 张华斌

出版发行: 广西教育出版社

地 址: 广西南宁市鲤湾路 8 号 邮政编码: 530022

电 话: 0771—5865797

本社网址: <http://www.gxeph.com>

电子信箱: book@gxeph.com

印 刷: 广西民族印刷厂

开 本: 635mm × 965mm 1/16

印 张: 14.25

字 数: 197 千字

版 次: 2010 年 12 月第 1 版

印 次: 2010 年 12 月第 1 次印刷

书 号: ISBN 978-7-5435-6130-4

定 价: 39.00 元

如发现印装质量问题, 影响阅读, 请与出版社联系调换。



总 序

时序进入 2008 年,中华民族走在复兴的大道上。

100 年前,中国处于清朝末年,积贫积弱,文盲充斥。拖着辫子的臣民,没有接受现代数学教育的机会。1911 年,辛亥革命爆发。1919 年,五四运动兴起。科学、民主的口号催生了中国的现代数学教育。

中国的数学教育,早年学日本,然后学英美,艰难行进。1949 年之后,中国人民站起来了。在全面学习苏联的基础上,羸弱的中国数学教育渐渐强大起来。注重数学“双基”,发展三大能力,反对注入式,提倡启发式,学习唯物辩证法,加强数学与实践的结合。在总结正反两方面经验的基础上,中国数学教育开始形成了自己的特色。

20 世纪 70 年代末起,中国实行改革开放政策。数学教育一方面大量吸收国外的优秀研究成果,一方面不断展现自己的数学教育特色,在理论和实践上都得到了重要发展。时至今日,中国数学教育已经走向世界,在国际上享有相当高的声誉。中国的优秀学生在国际数学奥林匹克竞赛中屡获佳绩,大范围国际数学测试中,中国内地学生成绩位居前列。以很低的教育投入,获得了如此优良的成绩,令人惊叹。事实上,数学教育的成果,成为中国经济起飞的重要支撑。千百万农民工走进现代化的企业,成为“中国制造”的主力军,没有必需的数学计算和思维能力,是不可想象的。

于是,一个严肃的课题摆在我们面前:怎样评价中国的数学教育?在风起云涌的教育改革浪潮中,对中国的数学教育传统有三种态度:

一种态度是基本否定。认为中国的数学教育,观念落后,内容陈旧,教师死教,学生死学,没有创新,没有探究,单打独斗,不讲合作,应



试当头,摧残学生。一句话,必须彻底转变观念,改变学生的学习方式。对于中国的教育传统的继承,止于《学记》经典、孔子教育思想及书院模式。对于中国当代的数学教育,则没有任何肯定。他们认为,如果说中国学生的基础好,输在后面没有创新,那么更应该说,没有创新的基础,就是输在了起跑线上。

另一种态度是认为中国的教育有积极的因素,应该挖掘。这种观点常常以“中国教育悖论”的形式出现。例如,“中国学生何以比西方学生在学习成绩上好许多,但是他们的教和学看上去是如此的死记硬背?”^①他们在实践上肯定中国学生的学习成绩,但是西方的许多正确教育理论不能解释,于是产生困惑,需要研究。这是国外一部分客观公正的教育家的观点,具有积极的意义。

第三种态度,就是本丛书所采取的态度:基本肯定,需要改革。中国是一个有几千年文明历史的国家,具有灿烂的中华文化。教育是一种文化现象,其中积淀着许多文化的因子。例如鼓励教学相长,重视坚实基础,提倡启发诱导,相信熟能生巧,主张精讲多练,采用变式演练,等等。对这些深藏于中华文化中的教育因子,我们只能采取基本肯定的态度,继承发扬它的积极因素,使之熠熠发光。与此同时,防止它的异化,避免造成负面影响。

文化是不能废除和选择的。费孝通先生说过,各个国家对文化的态度应当是“各美其美,美人之美,美美与共,天下大同”。教育上的观念,也应遵循这样的规律。

另一个不容忽视的事实是,1949年以来的中国数学教育,是许多前辈学者、几代教师苦心孤诣建设起来的,他们为国家的兴旺发达、经济起飞、教育普及作出了巨大的贡献,岂可一笔抹杀?数学教育中的“双基”教学、启发式讲解、三大能力的培养、师生讨论的模式、数学解题的教学等,都是能够闪光的金子。当然,我们也清醒地看到,中国数学教育有着明显的弊病。对于前面提到的中国数学教育的种种缺陷,我们同样感到痛心疾首,主张坚决革除。任何时候,任何国家都在根据自己的国情进行改革。我们只不过根据历史经验,主张避免“矫枉

^①D. Watkins, J. Biggs. The Chinese Learner: Cultural, Psychological and Contextual Influences. Hong Kong: CERC&ACER, 1996.



过正”而已。

晚近以来,我们学习了许多国外的优秀经验,特别是初步把握了比较科学的研究方法,注重调查实证,开始运用心理学的最新成果进行分析。这就是说,已经有初步的条件把我国已有的教学经验上升为理论。

综上所述,我们觉得应该集中大家的力量,开始营建具有中国特色的数学教育体系了。于是,这套《中国数学教育研究丛书》的编写就提上了议事日程。广西教育出版社将它列入“十一五”国家重点图书出版规划项目上报,终获中华人民共和国新闻出版总署批准。

丛书的出版,得到数学教育同行的积极响应。我们欢迎一切数学教育研究成果参与丛书的出版。除研究质量的普遍要求之外,附加的条件只有一个:具有中国特色。

丛书出版在即,希望它能成为一个时代的记录,一个中国数学教育发展的标志。

张奠宙

2008年1月22日于沪上



序言一

日前某夜,本书作者黄荣金博士从美国打来电话,两件事,一是告诉我,上海学生首次参加PISA测评,结果阅读、数学、科学素养均列第一,在美国引起“热议”;二是他写的书,将在广西教育出版社出版,催我交“序言”的稿。其实,近来忙于杂事,无暇动笔。经他提醒,才匆匆忙忙写些想法。

首先,关于西方的“热议”。一方面,如美国教育部的官员惊称,由此带来的心理震撼度不亚于“珍珠港事件”和苏联的“人造地球卫星冲击”,这是“让我们醒来的号角”,未免夸张至极。另一方面,有些媒体则并不以此为然,认为中国学校十分善于帮助学生应付考试,正是由于这个原因,“他们无法帮助学生做好接受高等教育和知识经济的准备”,云云。国内行家毕竟“身缘此山”,大都不会夜郎自大,而是“冷观”其故,用这面镜子照前程、查软肋。“热议”由它去,“冷观”认真做,我们必有希望。我们的基础教育,成效比较显著,缺陷也很突出。有成效要“归功”,出现缺陷要“怪罪”,这是简单问责的方法,并不可取。教育太复杂,内至心理,外达社会,看来更多要做的是“归因”,可以是限于某一范畴内的精致评量,也可以是耗散而非封闭起来的复杂分析,“归因”明了,才可面对未来,这是本人的粗浅想法。

其二,黄荣金博士的书,是时处世纪之交,他对上海、香港两地数学课堂的一项研究。香港较早就是中西文化的交汇地,因此这项研究必然牵涉到基于中西之间差异的学业成就“归因”。其实,早于当时,不少西方学者指出,中国的学习环境,例如大班讲课、被动训练和严格考试等,似乎并不有利于学生学习;但是,中国学生在数学方面却取得了非同一般的成就。这就是著名的中国学习者“悖论”。黄博士的研究表明,当前中国的数学课堂中确有“好的教学”,尽管在大班教学环境中,通过老师熟练自如的引导,学生也能主动参与数学内容的学习。并且,他还从变式教学的理论角度,对于这一独特现象给出初步解释。循此继进,或许真能为揭开中国学生数学学习的神秘面纱提供重要线索。



此外,黄博士在比较研究和“归因”分析时,为了保证研究结论的可靠性,一是尽量运用数据支撑,二是采纳叙事方式作细节描述,三是兼及经验判断甚至作学理分析,比如“变异理论”等。三种方法共用是这项研究的重要特点。当然,其中任何一种都有局限,哪怕是实证也是如此,“数据假象”是常见的问题,叙事研究有时会“瞎子摸象”。三法共用、平行互证,就不一样了。其中要害是结论指向的内部一致性考量,这实在是教育实证研究最重要不过的事了。

就写如上两件事的感想,权且作为本书小序。

顾泠沅

2010年12月



序言二

近年华人学生在国际数学测试中的良好表现,引起国际数学教育工作者、教育政策制订者以至公众人士的兴趣。20世纪末,“华人学习者悖论”^①的提出,引发21世纪初对华人如何学习以及如何教学的探索。OECD PISA 2010 研究中上海学生的优异表现更让国际震惊,对中国数学教育的研究必将成为国际数学教育研究的一个热点。然而,我们对华人数学教育及数学教学特点的认识还相当初浅,建立华人数学教学理论的探索只是起步阶段,需要做大量深入仔细的研究。

在此时机,出版黄荣金博士的论文显得十分及时。他的论文虽然在8年前完成,但其贡献对现在的数学课堂教学研究和实践仍然有指导意义。进行这项博士研究的直接动因是探索华人学习者的悖论:在华人地区,为什么表面上不太有利的学习环境,如大班级教学、教师讲授为主、考试导向课程等,却能够培养出数学成绩优异的学生呢?他的研究具有下列显著的特点:1. 采用严谨的研究方法,直接考察课堂中如何教授特定数学内容(如勾股定理)的真实情境,使研究更具数学教学特点;2. 将基于中国长期实践的教学理论(变式教学)与扎根于西方哲学的学习理论(变异学习理论)相结合,形成一个独特的理论视角(变异理论)来深刻探讨中国数学课堂教学特点;3. 采用先进的录像研究技术、深刻的语义分析法,确保研究发现的真实性和深刻性。

他的研究生动地描述上海、香港两地独特的数学课堂教学情境:“课堂中有教师、学生和数学。教师呈现数学,并通过提供适当的脚手架和一系列启发性的问题,帮助学生参与探究数学的过程。学生很渴望听课并参与到学习过程中。”这种“在教师熟练的引导下,大班教学

^① Watkins, D. A., & Biggs, J. B. (Eds.). (1996). The Chinese learner: Cultural, psychological and contextual influences. Hong Kong/Melbourne: Comparative Education Research Centre, The University of Hong Kong/Australian Council for Educational Research.



环境中的学生主动参与数学内容的处理”，确实让西方学者很难理解，但在中国却是一种普遍现象。从理论的角度，这项研究为“华人学习者悖论”作了一个解释。因为在华人大班级教学中也存在好的教学，如“教师强调探究和知识建构；教师提供多种变式练习；教师帮助学生参与学习过程”等，所以这个悖论也许是西方学者对华人学习的一种误解。另一方面，本研究还挑战了西方教学理论中的“教师中心”和“学生中心”的二分法，提出要关注学习数学过程中教师和学生两者的贡献，为建构华人数学教学理论作了重要的贡献。

我相信，本书将提供一个如何进行一项高质量数学课堂教学研究的案例，是数学教育工作者难得的一本参考用书。

梁贯成(香港大学教授)

2010年12月



MULU

目录

总序

序言一

序言二

第一章 引言

第一节 背景/一

第二节 研究的理论基础/三

第三节 研究的问题/四

第四节 研究的意义/五

第五节 结构/六

第二章 关于数学课堂的研究

第一节 香港和上海的基础教育体系/七

一、香港和上海简介/七

二、香港和上海的基础教育体系/八

三、香港和上海的数学课程和教材/八

四、香港和上海的教师教育/一〇

第二节 关于数学课堂的研究/一一

一、关于东亚数学课堂的研究/一一

二、关于中国课堂的研究/一四

三、小结/一七

第三节 影响课堂教学的因素/一九

一、中国的教育观/一九

二、中国关于学习和教学的传统观点/二二

三、教师信念/二六

四、课程和教材/二九

第四节 小结/三〇

第三章 理论框架

第一节 作为理论基础的现象图式学/三一



第二节 变异理论/三三

一、一种关于学习的理论/三三

二、体验(Experiencing)和意识(Awareness)/三三

三、变异(Variation)、辨析(Discernment)和同时性(Simultaneity)/三四

四、教学:构成变异空间/三五

五、学习目标和课堂学习价值/三六

第三节 选择变异理论的理由/三六

一、理论基础/三六

二、实证研究基础/三八

第四节 迪尼斯(Dienes)关于数学学习的理论/四〇

一、迪尼斯(Dienes)理论的基本思想/四〇

二、变异概念例证/四一

第五节 顾冷沅关于数学学习的理论/四一

一、一个现代中国的学习模式/四二

二、现代中国数学教学原理/四三

三、顾冷沅理论的相关研究/四七

第六节 本研究的理论框架/四九

一、迪尼斯(Dienes)、顾冷沅和马飞龙(Marton)的
与变异相关理论的比较/四九

二、本研究的理论框架/五〇

第七节 小结/五二

第四章 方法论

第一节 方法的考虑/五三

一、定量方法/五四

二、定性方法/五五

三、混合方法:TIMSS 录像带研究/五六

四、本研究的构思框架/五七

第二节 共同主题的选择/五八

第三节 参加者的选择/五九

一、香港的录像课/六〇

二、上海课堂的选择/六二

第四节 数据收集/六二



一、香港数据/六二

二、上海数据/六二

第五节 数据分析/六五

第六节 研究的正确有效性/七〇

第七节 小结/七一

第五章 香港处理勾股定理教学的方法

第一节 课堂结构和变式维度/七二

一、香港课堂的印象/七二

二、香港课堂的焦点和结构/七五

三、方法种类和变式维度/七六

第二节 变式维度的类型/七八

一、引入/七八

二、证明/九一

三、练习/九八

第三节 香港课堂处理勾股定理的方法/一〇四

第四节 学生参与/一〇六

第五节 小结/一〇八

第六章 上海处理勾股定理教学的方法

第一节 课堂结构和变式维度/一〇九

一、上海课堂的印象/一〇九

二、上海课堂的焦点和结构/一一二

三、方法种类和变式维度/一一三

第二节 变式维度的类型/一一四

一、引入/一一五

二、证明/一二五

三、勾股定理的描述/一三六

四、练习/一三八

第三节 上海课堂处理勾股定理的方法/一四五

第四节 学生参与/一四五

第五节 小结/一四九

第七章 两个城市方法的比较

第一节 课堂的焦点和结构/一五〇

第二节 变异维度的类型/一五一



一、引入/一五一

二、证明/一五三

三、定理的描述/一五七

四、练习:显性变异练习和隐性变异

练习/一五八

第三节 课堂教学的模式/一六二

一、香港模式/一六二

二、上海模式/一六二

三、两种方法/一六三

四、学习过程中的学生参与/一六三

第四节 课堂学习价值/一六四

一、学习目标/一六四

二、变异模式及其学习价值/一六七

三、香港模式和上海模式的价值/一七一

第五节 小结/一七二

第八章 讨论和结论

第一节 研究结果小结/一七三

一、相似点/一七三

二、不同点/一七四

第二节 解释/一七五

一、相似点的解释/一七五

二、不同点的解释/一七九

三、自由和学习空间之间的权衡/一八一

第三节 意义/一八二

一、理论意义/一八二

二、实践意义/一八六

第四节 局限性/一八八

第五节 建议/一八九

第六节 总结/一九一

参考文献/一九二

后记/二一二



第一章

引言

第一节 背景

大量研究表明,东亚学生在数学上的表现要胜过西方学生 (Beaton, et al., 1996; Husen, 1967; Lapointe, et al., 1992; Mullis, et al., 1997, 2000; Robitaille, 1989; Stevenson, et al., 1992, 1993). 例如,在第三次国际数学与科学研究(TIMSS)中,新加坡、韩国、日本和中国香港的中小学生的数学成就占据了前四位 (Beaton, et al., 1996; Mullis, et al., 1997). 虽然中国内地没有参与 TIMSS, 但仍有证据表明,中国学生在数学上的表现要比西方国家的学生更出色. 比如,在 1992 年的国际教育进展评价 (IEAP) 的数学研究中,中国学生获得了第一名 (Lapointe, et al., 1992). 自 1990 年以来,他们还在国际数学奥林匹克比赛中多次获得冠军 (Wong, 1998). 然而,从西方学者的角度看,中国的学习环境,包括大班授课、以应试为导向的课程以及教师为





中心的教学方式,并不利于学生的学习(Biggs, 1994; Leung, 1995, 2001; Morris, 1985; Morris, et al., 1996; Wong, 1998, 2000).

这一悖论吸引了很多研究者从各个不同的方面去探求东亚学生在数学方面取得出色成就的原因(Garden, 1987; Lapointe, et al., 1992; Lee, 1998; Leung, 1995, 1998, 2001; Schmidt, et al., 1997, 1999; Stevenson & Stigler, 1992; Stevenson, Chen & Lee, 1993; Watkins & Biggs, 1996). 研究发现,诸如文化信仰和课程之类的因素都对学生学业的成功或失败起着不同程度的作用. 例如,东亚地区对教育的社会和文化价值的重视、认为成功来自努力、家庭成员参与孩子的学习活动等因素都有助于学生在学习上获得突出的成绩(Stevenson & Lee, 1992; Leung, 1998; Wong, 1998, 2000).

另外, TIMSS 的研究结果显示,东亚地区的数学课程大纲、教材和考试比西方国家更加集中和统一(Schmidt, et al., 1999). 而且,在东亚地区,教材严格遵守课程大纲. 而美国的“数学课程不但只是‘一英里宽一英寸深’,而且有些内容比较繁杂,并经常修改”(Schmidt, et al., 1999).

在对中美两国小学数学教师的教育水平进行比较时,马立平发现中国教师通常接受了 10 到 12 年的正规学校教育,包括教师培训,而美国教师接受了 16 到 18 年的学校教育(马立平, 1999). 有观点认为,教学的功效并不总是与教师的受教育程度相一致. 马立平的研究(1999)证明了这一点,她指出虽然中国的数学教师接受的训练比较少,但是他们具有更好的数学学科知识,并能够使用有效的方法去教这些知识.

近年来,梁贯成以大量的文献资料为基础,提倡通过研究东亚和西方国家在特征和价值观方面的不同点,寻找东亚地区在数学教育方面的一致性(梁贯成, 2001). 国际数学教育委员会(ICMI)也将这个研究命名为“不同文化传统中的数学教育:东亚与西方的比较研究”(Graf & Leung, 2000). 显然,上述研究对于理解东亚学生在数学方面的优势是至关重要的. 但是,过去我们忽略了东亚和西方国家在课堂上如何教数学的比较研究. 有研究认为,教师和教学环境在帮助学生建立数学概念方面扮演着重要的角色(Cobb, 1994, 引自 Lee, 1998).

近年来,虽然有研究者尽了很大的努力去研究不同文化中的数学课堂教学(Leung, 1992; Stevenson & Stigler, 1992; Stigler & Hiebert, 1999; TIMSS-R 录像带研究),但是这些研究通常没有包含中国内地的学生。

另外,包括中国内地学生在内的非常有限的一些研究,得到了与已有的关于数学课堂的结果和描述不一致的结果。比如,与佩恩(Paine, 1990)和莫里斯等人(Morris, et al., 1996)的结果相反,莫雅慈和莫里斯(Mok & Morris, 2001)发现,中国学生在某些方面是积极的学习者。一些研究甚至认为,中国的教师非常提倡建构主义学习方法和问题解决策略(Lee, 1998; Stevenson & Stigler, 1992)。

第二节 研究的理论基础

到目前为止,很多研究只是关注课程结构、课堂互动(Leung, 1995; Stevenson & Stigler, 1992; Stevenson, 1995)以及课堂的一般特征,因此往往忽略了与教学过程相关的质的特征。很多研究都没有涉及教师在数学课堂里是如何处理特定主题以及与之相关的概念的。本研究者认为,要理解课堂到底发生了什么,需要定性地去理解教师如何处理具体的数学概念,这是比较恰当的一个方法(详细理由见第三章)。这也许能够清楚地显示出中国的数学教学特征。

由于课堂教学的过程极其复杂,因而可以从多个角度和研究框架来进行研究(Teppo, 1998)。本研究采用了以下两种策略来突出研究的焦点。首先,选择“勾股定理”作为特定主题,所有被研究的课都是关于这一主题的(详见第四章)。其次,使用变异学习理论(Bowden & Marton, 1998; Marton & Booth, 1997)作为研究课堂教学过程的工具。根据这一理论,辨析辨别能力是学习的基本要素,如果不经某一必要的模式变化,学生无法认识相应学习对象(详见第三章)。

通过选择并分析香港和上海两地八年级关于勾股定理的几节数学课(详见第四章),本研究试图从所选的变异学习理论角度,深入探究数学课堂的一些特征。选择这两个城市的主要原因如下:

首先, TIMSS, TIMSS-R 以及 TIMSS-R 录像研究为从国际视角