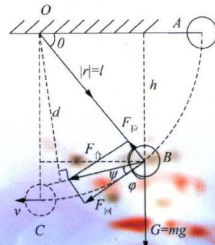
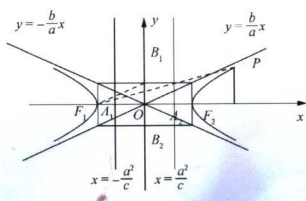
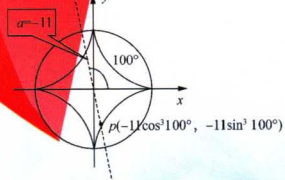
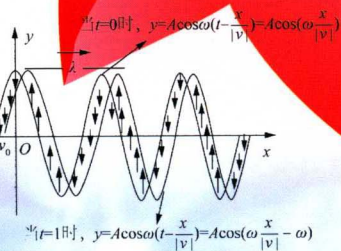
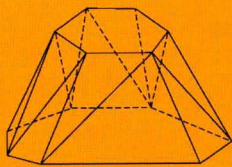


丙: ♠ 4 ♠ 11 ♠ 2 ♠ 12 ♠ 13 / ♠ 13 ♠ 7 ♠ 2 ♠ 11 ♠ 7 ♠ 10 ♠ 3 ♠ 12 ♠ 5 ♠ 11 ♠ 13 ♠ 12
 丁: ♠ 9 ♠ 12 ♠ 8 / ♠ 2 ♠ 3 ♠ 1 ♠ 1 ♠ 12 ♠ 12 ♠ 8 ♠ 13 ♠ 1 ♠ 3 ♠ 10 ♠ 8 ♠ 7 ♠ 4 ♠ 2
 甲: ♠ 8 / ♠ 13 ♠ 9 ♠ 3 ♠ 9 ♠ 13 ♠ 3 ♠ 11 ♠ 10 ♠ 2 ♠ 11 ♠ 6 ♠ 6 ♠ 8 ♠ 7 ♠ 5 ♠ 11 ♠ 9
 乙: ♠ 5 / ♠ 7 ♠ 10 ♠ 13 ♠ 8 ♠ 1 ♠ 13 ♠ 11 ♠ 9 ♠ 12 ♠ 5 ♠ 13 ♠ 1 ♠ 4 ♠ 5 ♠ 1 ♠ 13

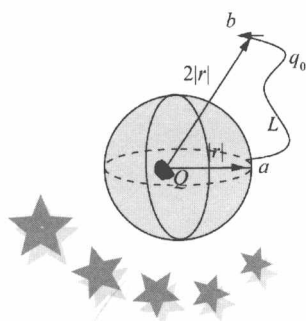
数理化

赖运华 著

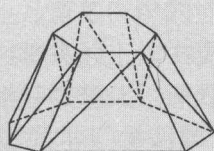
趣味游戏



暨南大学出版社
JINAN UNIVERSITY PRESS



数理化



趣味游戏

赖运华◎著



暨南大学出版社
JINAN UNIVERSITY PRESS

中国·广州

图书在版编目 (CIP) 数据

数理化趣味游戏/赖运华著. —广州:暨南大学出版社, 2015. 2
ISBN 978 - 7 - 5668 - 1327 - 5

I. ①数… II. ①赖… III. ①数学—青少年读物②物理学—青少年读物③化学—青少年读物 IV. ①O - 49

中国版本图书馆 CIP 数据核字 (2015) 第 006565 号

出版发行: 暨南大学出版社

地 址: 中国广州暨南大学
电 话: 总编室 (8620) 85221601
营销部 (8620) 85225284 85228291 85228292 (邮购)
传 真: (8620) 85221583 (办公室) 85223774 (营销部)
邮 编: 510630
网 址: <http://www.jnupress.com> <http://press.jnu.edu.cn>

排 版: 广州联图广告有限公司
印 刷: 佛山市浩文彩色印刷有限公司

开 本: 787mm × 1092mm 1/16
印 张: 22.75
字 数: 540 千
版 次: 2015 年 2 月第 1 版
印 次: 2015 年 2 月第 1 次
印 数: 1—3000 册

定 价: 45.00 元

(暨大版图书如有印装质量问题, 请与出版社总编室联系调换)

“学会数理化，走遍天下都不怕”，这是 20 世纪七八十年代喊得非常响亮的一句口号，即使到了今天的信息时代，数理化仍然是科技发展的主力军。尤其对于在校的中小学学生，数理化更是重要的基础学科，学好数理化知识是学生乃至工作中的社会青年的重要任务。只有学好数理化基础知识，才能在将来的工作中更好地掌握科学技能，提高工作效率和工作质量。要想学好数理化，课外加强练习、掌握学习方法、培养学习兴趣很重要。相信同学们学习数理化学科都配备了许多课外辅导书，但可能大多是练习册、单元测试题、同步学习指导等类型的书籍，带有娱乐性的课外读物很少。如果你想在课外活动中学习一点数理化知识，《数理化趣味游戏》或许可以给你一次尝试。它能使你在紧张的学习中放松心情，丰富你的课余生活，同时又可以增进你与同学之间的了解和友谊，沟通你同家人之间的感情，让家长更加了解你的学习情况，从而得到同学和家人的帮助。俗话说：“三人行，必有我师焉。”在游戏的过程中你会发现别人的长处，学习到别人的许多优点。

用字母代替数是人类认识上的一次飞跃，是代数与算术的一个重要区别，它使我们可以更一般地去研究和解决许多数量关系问题。其实这种代替具有更加广泛的意义。比如小学我们就用图形的个数表示不同的数量，用箭头表示方向，用坐标系中的曲线表示一天中气温随时间的升降，用线段长度代替工程量的多少；电视上用条形图表示观众支持率的大小，中学化学里用字母作为元素符号，物理中用机械臂代替手臂，计算机中用鼠标点击表示对某一选项的确认等；甚至语文中用语言文字符号表达我们的思想感情也是一种代替。这种表示上的广泛性和一般性为我们探讨和解决问题带来了方便。在《数理化趣味游戏》中，用我们平常玩的不同点数和花色的扑克牌表示不同的数、不同的向量、不同的点、不同的单项式、不同的化学元素、不同的化合物等，是本书的一大特色。有了这些代替就可以丰富我们把数量、式子、点、元素以及图形图像相联系的想象力。

本书涉及很多中小学数学、物理、化学知识，尤其在数学方面：数的多种运算和数域的扩展，等式和不等式的性质，排列、组合、二项式定理，概率和方差，数列和极限，集合、函数与方程，多边形与多面

体, 旋转体和球等概念, 点、向量和复数的关系, 微积分的简单运算和几何意义等。许多游戏从物理、化学和计算机知识中构造数学模型, 探讨它们中的一些公式、原理和基本概念。

用一个简单的模式作比喻, 我们平时数学课讨论的大多是“ A 和 B 经某某过程可得出什么”这种形式的问题, 为了培养我们的多向思维能力, 老师在课堂上会设计出另一种思维方式——“ A 经过怎样的过程可以得出 B ”, 也就是我们平常说的开放式题型。做这样的题目, 解题的方法甚至问题的答案都可以是多样的, 通过练习可以提高我们的创新意识和创新能力。本书中的游戏都是用口头估算形式进行, 但游戏之余如果你有兴趣列列算式, 你会发现其中许多游戏的思维方式都类似于这种开放式题型。通过游戏可以培养我们学习数理化知识的兴趣, 提高我们的理解水平、运算能力和逻辑思维能力, 使我们树立起学好数理化知识的自信心。

许多同学喜欢玩一些刺激性的游戏, 其实过于刺激对我们的身心健康并无益处。本书的游戏过程大多以试探、运算、推理、比较和估测猜想等为主, 有的同学在思考的过程中反而心静了许多。

为了提高我们学习数学的积极性, 学校有时会组织一些数学竞赛活动, 形式上以笔头做一些数学竞赛题为主, 作为游戏的竞赛活动很少。《数理化趣味游戏》中编写的游戏试图弥补其不足, 书中游戏不但可以作为一种娱乐, 有的还可以作为比赛活动的内容。

与学习外语相比, 中学阶段学习数学需要记忆的东西不算多, 但是有的同学就弄不明白, 自己英语学得非常轻松, 而区区几十条数学公式却记不下来, 即使以前非常熟悉的定义、公式或定理, 长时间没有复习或考试紧张时也会无从想起。我想其中的道理类似于我们学习电脑的拼音输入法和五笔输入法, 前者是与我们天天都在做的交谈拼读密不可分的, 虽然输入速度可能不是最快的, 但不容易遗忘; 而后者要求记忆抽象的字根, 相比之下就没有那么好记。数学公式中的字母和运算符号就类似于五笔输入法的字根, 比起具有读音规则的英语单词就难记得多。所以, 不要因为自己时常忘掉一些数理化公式、定义或定理就怀疑自己记忆力不好, 从而对学好数理化失去信心, 相反, 要想办法去克服困难。比如对于数学公式, 考前默写是一种很有效的方法, 有的公式考试时还可以临时验证或简单推出, 但是复杂的公式临时推导要花较多时间, 临时默写对付大考的话也是比较被动, 所以我们平时就要积累一些记忆公式的方法。本书力图减轻我们学习理科知识的记忆负担, 把公式记忆游戏化、形象化、择重化、模块化, 从特例反观一般化, 通过多种途径帮助同学们与数理化公式建立感情, 成为好朋友。游戏既不脱离公式的灵活运用, 又降低了公式记忆的乏味性。

有的家长为了帮助孩子提高学习成绩, 便到书店买一些课外辅导书, 可是买回去以后才发现自己没有那么多时间辅导小孩。本书游戏规则公平、简单、灵活。做游戏的时间可长可短, 每一场可以玩一到两局, 也可以玩一到两盘。可以在家中玩, 也可以在旅途中玩, 甚至可以在散完步或打完一场球以后找一块空旷的地方玩。同学与同学可以玩, 父母与子女也可以玩。《数理化趣味游戏》与我们课堂学习内容联系密切, 适用人群广, 中小学学生、学生家长以及广大扑克游戏爱好者都可以选用。

走进老年俱乐部, 其中乐在游戏中的人占了很大的比例, 有打麻将的, 有下象棋的, 也有打扑克牌的, 但他们的扑克游戏与学习数理化无关。坐在麻将台旁, 他们抱怨

与后辈缺乏沟通，内心非常想帮助自己的小孙子提高学习成绩，却苦于找不到合适的途径。这时，如果你翻开《数理化趣味游戏》，拿出一副扑克牌来，就会发现“他山之石，可以攻玉”。本书不但可以益智健脑，使老年人回想起过去美好的学习生活，而且也是他们和后辈进行心灵沟通的桥梁。老年人并非只跟老年人才有游戏，老年人跟青年人、少年也有游戏，而且游戏的内容、方式和种类更多。本书游戏对象不分男女老幼，品种繁多，涉及数理化知识广泛，有难有易、操作简单。特别是作为传授知识的一种途径，日积月累，相信每一位老年朋友都能通过游戏帮助后辈提高学习成绩。人们都说：“家长是学生最好的老师。”因为家长才最贴近学生的生活，家长与学生相处时间最长，家长才是最了解自己孩子的性格和思想品质的人。然而，家长未必一定就是孩子最好的老师，家长必须经过努力，选择合适、有效的途径去完成自己“好老师”这一神圣职责。

走进菜市场，个体摊位的摊主除了跑市场进货，每天还要花十多个小时看摊，中午吃完午饭跟附近伙伴打打扑克牌是解乏的一种方法。同样，他们的游戏与学习无关，他们也非常关心自己小孩的学习，非常希望自己的孩子有出息，但是他们认为自己力不从心，找不到方法去帮助孩子学习。其实，他们是可以做到的，这些家长中有很多都是初中或高中毕业，有大学文凭的也不少，只要有适当的途径，他们就有能力去辅导一个小学生或初中生，甚至高中生。本书虽然不像有的课外辅导书宣称的，升学必备、高考必读、高考必胜……这样功能强大，但它涉及中小学许多重点知识，特别是在数学方面，涉及许多重要的公式、定理和定义，通过游戏，甚至单是阅读本书，对我们记忆数理化公式、概念都有很大的帮助，许多游戏在帮助学生记忆的同时更是反映了一些重要的数学方法。所以，摊主们平时少要求小孩“练摊”，多寻找时间补补丁，见缝插针，就完全可以通过游戏帮助孩子增长知识，积少成多，时间长了，孩子的学习一定会有长足的进步。

望子成龙，望女成凤，期盼自己的孩子考上名牌大学，将来光宗耀祖，这是许多家长的传统观念，于是请家教，找名师，花高价上重点学校，成为一种时尚。尤其现在许多孩子都是独生子女，家长们希望自己的小孩出类拔萃，这也是人之常情，但要注意方式和方法。传统的那种填鸭式教育孩子的方法已不再适应新一代青少年的成长，废除填鸭式、提倡素质教育的口号喊了多年，但直到今天，考试成绩依然是衡量学生是否优秀的一项重要指标。而要提高考试成绩，平时超量做练习题依然是最主要的途径和方法，家长听之任之，毫无办法。家长真的是没有办法了吗？其实不然，与其花高价请名师、读名校培养自己的孩子，不如平时多抽出一点时间来辅导自己孩子的学习，这样效果可能更好，更有普遍意义。翻开《数理化趣味游戏》，你会发现“函数”对于你来讲是一个既熟悉又陌生的概念，说熟悉，是因为自己读书时，在数学书中它是最重要的一个概念，老师经常强调；说陌生，是因为自己离开学校多年，很长时间都没有接触过数学书了。其实，函数的定义非常简单，函数实质是一种映射，而映射的定义也是非常简洁的：假设有 A, B 两个集合，如果对于集合 A 中的每一个元素，在集合 B 中都有唯一的元素与其对应，那么我们就把这种对应叫作从集合 A 到集合 B 的一种映射。但是要真正掌握映射这个概念，并不容易，它涉及满射、一一对应、像、原像、函数的定义域、函数的值域等诸多小概念，想真正理解函数及其有关的概念，要有一段时间的认识、了解和练习。有的同学经过一两个星期的学习，也做了大量的练习，以为自己已经掌握了函

数这个概念，但是到考试的时候，老师变换一下题型，却又束手无策。原因何在？其实，做了大量的练习，并不等于就真正掌握了函数或者映射的内涵。有些练习是比较片面的，只是针对某一个小的知识点，平时只做这样的练习而不系统地复习，不系统地理顺各个相关概念之间的关系，就相当于盲人摸象，只知局部，不知全貌，显然这不是真正掌握，甚至不算真正理解。本书中，以“奇数→素数，偶数→合数”为对应法则，巧妙地编创了一些游戏。虽然创作的思路非常简单，但游戏包含了各种各样的映射，一两个游戏就可以衍生出成千上万道练习题。显然，通过游戏辅导孩子学习映射、函数的概念，其效率更高，而这件事情任何一个学习过数学中映射概念的家长都可以做到。这仅仅是其中一个例子，类似的例子还有很多。

不说花高价请名师、上名校辅导孩子与花几十块钱买一本《数理化趣味游戏》辅导孩子的性价比相差悬殊，单拿几十块钱买一件玩具与花钱买一本《数理化趣味游戏》相比，就能清楚看出买本书更为实惠。许多家长崇尚早教，不惜花大钱给小宝宝买许多小玩具。有的家长因为自己的孩子是独生子女，更是给在读中学或小学的孩子买所谓的读书上学用品：高档手机、电脑，甚至摩托车等，而对于花钱给孩子买一本好书，却时有疏漏。诚然，网络时代对纸质书籍的阅读冲击很大，通过上网可以学习到许多知识，也能接触更多游戏，但笔者认为，网络游戏不能也不应当完全取代传统游戏。传统游戏有其自身独特的优点，没有优点的游戏就不会传承下来，况且有的传统游戏经过编程被发布到了网络就变成了网络游戏，比如传统的“斗地主”、“升级”等扑克游戏就成了网上的热门游戏。再说，传统游戏也要创新，没有创新就没有活力。本书就是对常规扑克游戏、麻将游戏的创新，它们来源于传统，又扬弃传统，每一个游戏都融入了数理化知识，这就可使游戏者平时为游戏而游戏变成了为求知而游戏，家长为辅导孩子学习而游戏，同学之间为共同进步而游戏……

与流行小说相比，本书或者应当放在书架的旁边，因为流行小说更吸引读者，读者对小说中扑朔迷离的故事情节、出色的人物形象、感人的内心描写更感兴趣。但是最好看的流行小说，对于一般的读者来讲，看过第一遍就不想看第二遍了，其实用性也就基本结束。除非你是编导，要将小说改编成电影，要研究其中的人物性格特征、艺术表现方法等，要借鉴其中的写作方法，要写评论、读后感，那才有必要反复翻阅书册。否则，几十块钱一本的小说很快便进入了藏书行列。本书却有所不同，它不是一般的文字游戏，它是严谨而又处处随机的数字游戏，做游戏使你不得不去研究里头事件的概率，而概率往往又与“运气”、“博彩”相关联。所以，平时比较喜欢猎奇、探讨、估算、猜测、推理的朋友可能会对本书较感兴趣。《数理化趣味游戏》最大的特点在于它的实用性和耐用性。前面说过，《数理化趣味游戏》中的每一个游戏都包含了一个或多个数理化知识点，对求知的读者特别适用，《数理化趣味游戏》除了适用于阅读，其实战操作也简单，每一个游戏都能反复进行而魅力不减。

学生的求知热情告诉我要编写这本《数理化趣味游戏》。在教学实践中，笔者曾经接触过各种各样的学生，其中既有优等生，也有所谓的“后进生”。但不论是前者还是后者，都激励着我编写本书。在我接触过的优等生中，他们的学习成绩相对同年级的学生来说已经算好的，但是为了能考上一所好学校，他们加倍努力，有的同学下午第七节课也乐意留在课室里自习，有的同学星期六、星期天还要补习。然而，同样的耕耘却有不同的收获，有的同学成绩继续提高，有的却原地踏步甚至有所下降，看到这种现象，

学生急，作为老师的我心中也非常着急。经过分析，原因还是方法不对，包括老师的教学方法和学生的学习方法。老师的教学方法问题主要是前面所讲的，要摒弃填鸭式教育。同样的学习时间，有的同学的利用率可能达到 80%，有的只有 20%；同样的知识量，有的同学学习效率可能高达 70%，有的可能只有 30%。情况因人而异，老师如果不能因材施教，学生成绩就会参差不齐。学生的学习方法问题，主要是有的学生面对多门学科，心情紧张，对知识的学习及消化能力下降。尤其是对习惯搞题海战术的学生来说，每天花大量时间做练习，到了考试的时候，连最常用的一些公式都忘了，这样能考出好成绩来吗？当然，学习要有创新精神，不能靠死记硬背，死记硬背有悖于创新人才的培养，但是，人脑的记忆类似于电脑的内存，内存不足就不可能进行高位数值的运算。人脑缺乏记忆，就缺少了思考问题的原材料，思维就会中断，考试自然就不会取得好成绩。本书不论对老师的教还是学生的学，都可谓是一项创新，“条条大路通罗马”，为什么一定要通过大量的练习才能巩固课堂上老师讲过的知识呢？在记忆公式方面，本书与做习题有异曲同工之妙，甚至效果更好。比如记忆抛物线顶点坐标公式： $P\left(-\frac{b}{2a}, \frac{4ac-b^2}{4a}\right)$ 时，游戏巧妙地设计，三元牌组三个点数分别与二次函数 $f(x) = ax^2 + bx + c$ ($a \neq 0$) 中的 a, b, c 对应构造抛物线，以坐标系的四个象限为迷宫，游戏者通过迷宫探宝，便可以深刻、反复、灵活记忆和应用这个公式，实践证明其记忆效果良好。所谓的“差等生”，他们并非打架斗殴、随地吐痰、乱扔垃圾、乱涂乱画的代名词。他们大多数只是因为学习成绩排名较后而被同学和家长轻视或责骂，这是很不公平的。同处一个课堂里，每一个幼小心灵都希望得到别人的赞许，都想有个好成绩，他们期盼的目光告诉我，他们只是没有掌握好的学习方法和习惯。作为老师，我认为我也是有责任的，老师应当引导学生掌握好的学习方式方法，老师应当经常总结教学方法，创新教学方法。本书没有惊人的创举，但设计的思路完全是贴近数学、物理和化学学习的，同学们通过数字游戏，可以学习到其中包含的许多数理化知识。大人可以有选择性地利用本书，通过游戏操作辅导小孩学习，水平较高的家长还可以先辅导小孩学习“预备知识”、“数学小专栏”等数学证明过程，然后再做游戏，力争做到因材施教。

许多朋友都玩过电脑游戏，电脑游戏快捷多样，随时点击下载便可玩，可谓招之即来，挥之即去，不会发生“三缺一”现象，而且大多数网络游戏都配有悦耳的音乐和优美的动画，非常吸引青少年。但众多的网络游戏又有多少是与学习数理化知识有关的呢？可谓凤毛麟角。另外，许多网络游戏是要收费的，有的是赢了收少，输了收多，有的网络游戏还带有暴力性质，这是有害青少年身心健康的。一般来讲，小孩子是上网学习知识、查找资料，还是上网聊天、打游戏，家长和老师都不好监管，有的同学一上网打游戏就是几个小时，学习不到课堂知识不说，长期下去还会弄坏身体。

除了电脑游戏，常规扑克游戏、麻将游戏也不少，但是，一般游戏者做游戏的目的主要是娱乐、打发时间。这些游戏内容也与学习数理化无关，其中许多人也利用钱物论输赢。所以，哪怕你打了一天的麻将或扑克，对小孩的学习也毫无帮助，甚至带来坏的影响，小孩耳濡目染，将来可能会误入歧途。

相比之下，本书设计的侧重点是学习数理化知识。一百多个游戏，每一个都包含一个或多个典型的数理化知识点，如果你把每一个游戏看作一道练习题，那么就是一百多道优秀的数理化开放式题型，里面包括多种运算、多种数理化概念和原理。游戏中吸引

你的是里面的数理化知识，你是在和同伴比学习数理化知识能力的高低，这里的高低级别，在你身处课堂或考场时也可以体现出来，当你取得好成绩时便会得到人们的称赞。你无须拿出钱币作为游戏的本钱，你甚至可以独自一人，在看电视的间隙，在散步的路旁，在打完一场球赛后，在旅游途中……拿出一副扑克牌，同时扮演攻防双方进行博弈，谁输谁赢都无所谓，你对扑克牌一样可以招之即来，挥之即去，时间长短任你决定，悠然自得。游戏带给你的是思辨，而不是刺激，你将在思考中心旷神怡。变换一个游戏你又很快学习到另一个知识点，逐步积累，你的学习成绩也会明显提高，何乐而不为呢？当你对每个游戏都比较熟悉以后，你还可以一局一局将许多游戏串联成一盘游戏，这样，学习效果更好。

显然，笔者编写本书的目的并不是希望每一位同学都成为游戏高手，游戏是对我们课堂学习的一种补充，是学习数理化知识的一种辅助方法，是从另一个角度去丰富我们的数理化知识。因而要把它与我们课堂上所学习的内容结合起来，而不应只图好玩，更不要利用游戏进行赌博活动，游戏迷和书呆子一样是不可取的。只有端正态度，根据自己的需要和爱好、自己所能接受的难度以及课余时间的多少科学合理地安排游戏，才有利于我们身心健康。拿起扑克牌想到的是学习数理化知识，而不是以财物论输赢，那么扑克游戏才会是我们学习的好帮手。

作为一本书的前言，东拉西扯写了这么多，并非笔者特意自卖自夸，也不是《数理化趣味游戏》具有高深莫测的知识。恰恰相反，笔者水平有限，编写的内容都是中、小学最基础、最常用、最重要的数理化知识。好在有著名大学的老师指导和把关，从而使得本书内容更加充实和妥帖，更适合读者。因而，针对各种年龄段的读者，笔者啰唆了一大堆，还请读者朋友见谅。

不求最好，但求更好！欢迎读者朋友通过手机号 18420016143 与作者联系，对本书不足之处提出意见和建议。祝每位同学学习进步！祝辅导孩子学习的家长得心应手！祝老年扑克游戏爱好者老有所乐、老有所为！

赖运华

2015 年 1 月

1. 所有牌的点数代表非负整数的游戏记作 N 类游戏；红牌点数代表正整数、黑牌点数代表负整数的游戏记作 Z 类游戏。

2. 不同花色的游戏牌代表不同的向量、不同方位的数、不同单项式等的游戏记作 L 类游戏。

3. 不同花色数对代表平面直角坐标系、平面极坐标系中不同点的游戏记作 D 类游戏。

4. 所有游戏牌的点数代表非负整数，但限制不同花色的牌代表代数式、方程或几何图形、图表等中不同方位的量或代表不同进制的数等游戏记作 NL 类游戏；红牌点数代表正整数，黑牌点数代表负整数，但限定不同花色的牌代表代数式、函数式、方程或几何图形、图表等中不同方位的量的游戏记作 ZL 类游戏。

5. 大小王用 W 表示，一般可变通为任何花色，所以它们可以代表数、向量或坐标分量等。除了“迷宫掘宝游戏九——构造波动方程分析波的性质”比较特殊外，一般地，一个游戏的点数牌的点数代表数值（即 N 类或 Z 类游戏），则大小王也代表数值；点数牌的点数代表 NL 量或 ZL 量，则大小王也代表 NL 或 ZL 量；点数牌代表坐标分量（即 D 类游戏），则大小王也代表坐标分量（横坐标分量 $x=0$ 或纵坐标分量 $y=0$ ）。对于大小王的大小，通常是代表零，记作 $W=0$ 类游戏；代表某一指定值 a ，则记作 $W=a$ ；有时大小王代表任何大小的量则记作 $W \in N、Z、NL、ZL$ 或 R 等；大小王作为主牌不代表任何点数或花色、不参加组牌或游戏牌中去掉大小王的游戏时，则一般在例式中对大小王不加字母标注。

6. 因为例式标明了每局游戏牌的张数，所以需要挑选游戏牌的游戏未作标记。对于许多游戏中的大小王，保留或去掉并非一成不变，如第十五、十六、十七等章游戏，例式中可保留大小王，大小王可参与组牌凑宝，但若玩家对代入参数 0 求牌组得宝数不习惯也可去掉游戏牌中的大小王以简化游戏，使游戏更容易被读者接受，关键是游戏前玩家要约定妥当。另外，前面的 $N、NL、Z、ZL、D$ 等类游戏的划分具体情形也是比较复杂的，比如有的游戏 $a、b$ 代表极坐标方程的参数属于 Z 类游戏，但 $a、b$ 代入方程运算的结果是代表坐标点，又属于 D 类游戏。所以书中例式标示的类属不一定严密，仅供读者朋友参考，但不会影响

游戏进行，各游戏细则、举例、图示等环节对游戏中的待定系数、变量等都有重复说明，读者朋友可以见仁见智。

7. 以扑克牌的张数为得分的游戏记作 F_1 类游戏；自制分牌记分的游戏记作 F_2 类游戏；以所出牌中点数为 5、10、K 的牌作为分牌（K 当作 10 分计）的游戏记作 F_3 类游戏；清牌比快游戏记作 F_4 类游戏；第十八、十九章是清牌比快且计剩牌点数为负分的游戏，记作 F_5 类游戏；第十章游戏的分牌既包括自制分牌，又以点数为 5、10、K 的扑克牌作分牌，记作 F_{23} 类游戏。

8. 目录中列出了各游戏的例式，可根据例式中规定的各种标量组织游戏。对于少数由三副扑克牌合成一副牌的游戏，玩家觉得牌较多不好洗牌时可以分成两叠由两人分开洗牌，然后再将两叠牌交叉洗一轮即可。一叠牌太高可砌成几堆再取牌。此外顺便提一下游戏时常用的组牌指法：上齐牌后一般右手拿牌，左手大拇指和食指选牌，并将选好的牌或牌组按顺序夹放在左手食指和中指之间。尤其是将手牌从大到小或从小到大排序或按花色放牌等，一般一轮挑选就可以将整手牌排好。

9. 每个游戏都是以分牌开局的，除 F_1 类两章游戏以及 F_2 类第三章游戏的分牌方式比较独特之外，其余各章游戏一般从头游开始按顺序每人一张一张上牌（或补牌），不得一次连上两张或多张，以防漏上牌或夹牌多游等情况发生而影响游戏进行。但是，如果各玩家对玩的游戏都比较熟悉，为节省时间，也可以采用由某人发牌的方式分牌。

10. 常用名词、符号解释及个别术语之间的关系：

（1）头游——本书说的头游是指第一个取牌上牌的玩家。有的玩家将头游解释为第一个出完牌的人，其意思完全不同，要注意区分。

（2）上游——按逆时针方向（第六章按打麻将的习惯是按顺时针方向）与头游相隔较近的玩家。

（3）下游——按上牌顺序与头游相隔较远的玩家。下游是相对上游来说的。

（4）头家——严格区分的话有上牌头家（即头游）、出牌头家（第一个出牌的人）、清牌头家（一局中第一个出完整手牌的人），或某一游戏步骤中指定为起始端的一家等。本书若无特别说明，头家专指第一个出牌的人。

（5）上家——按逆时针（第六章是按顺时针）方向接近头家的人。

（6）下家——按逆时针（第六章是按顺时针）方向与头家相隔较远的游戏者。下家是相对于上家来说的。

（7）头清——清牌比快游戏一局中第一个出完整手牌的人。

（8）二清、三清……——清牌比快游戏一局中第二、三……个出完整手牌的人。

（9）尾清——清牌比快游戏一局中最后出完牌或别家出完牌而独自留有剩牌的一家。

（10）庄家——游戏中承担责任或取得回报与别家（闲家）有所区别的一家（或一对家）。坐庄者一般都是头家出牌，但有的游戏庄家与闲家地位区别明显，有的游戏庄家与闲家地位区别不明显甚至可以看作没有庄家；有的游戏一局只设一个庄家，有的游戏一局中每轮都更换庄家。

（11）单牌——一张牌。单牌比较大小时一般是看点数和花色。按点数排，单牌由大到小的顺序是：大王 > 小王 > A > K > Q > J > 10 > 9 > 8 > 7 > 6 > 5 > 4 > 3 > 2。

（注：大小王、A 的点数数值一般是 0 和 1，比其他花色牌的点数数值小，但这里作为单牌的大小是比其他花色牌大的）

花色由大到小的顺序是：黑桃 > 红桃 > 梅花 > 方块。点数的地位高于花色的地位。但是对于分主牌、副牌，分花色出牌的第十四至十七章游戏则略有不同，详情请见相应章游戏规则。

(12) 牌组——由两张或两张以上单牌组成的一组牌称为牌组。牌组可分有效牌组和无效牌组、成牌牌组和非成牌牌组、甩牌牌组、毙牌牌组，有的游戏还有对牌、拖拉机等牌组类型。它们之间的关系可以用文氏图表示：

无效牌组	非成牌牌组	对子、三条	拖拉机 (副牌中)	甩牌牌组 (副牌中)	毙牌牌组 (主牌)
有效牌组	成牌牌组				

(13) 有效牌组和无效牌组——第五、八、九、十、十一、十二、十三、十六、十七、十八、十九、二十等章游戏中，按各游戏规定的数学运算，代表一定大小、多少或位置等含义的牌组叫有效牌组；否则称无效牌组。出牌时最小的有效牌组都比无效牌组大。第十一、十二、十三、十四、十五、十六、十七、十八、十九等章头家不得出无效牌组。

(14) 成牌牌组和非成牌牌组——对于第一、二、三、四、六、十三、十四、二十等章游戏，按各游戏规定运算能凑得约定的结果或凑成和牌的一组牌称作成牌牌组；否则称作非成牌牌组。滚动式出牌的游戏中各家不得出非成牌牌组。

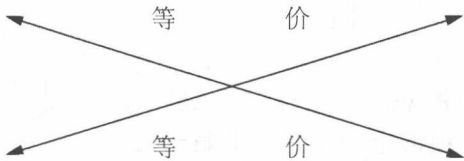
(注：个别游戏的牌组既可以看作有效牌组，又可以看作成牌牌组)

(15) 闲牌——各章游戏按各游戏规定，不参与组牌或按各游戏的运算不能组成有效牌组，不能凑成成牌牌组的单牌称作闲牌。有的游戏将游戏牌中的闲牌选出并去掉；有的游戏保留闲牌是因为闲牌不影响游戏的进程或有意让玩家在游戏的过程中自作筛选；有的没有闲牌的话难以构成游戏。闲牌是对组牌而言的，以单牌牌型出牌时可不分是否为闲牌，比较大小时一律按上面第(11)点规定。另外，有的游戏大小王不作闲牌，可参与组牌，但游戏者也可将大小王规定为闲牌甚至像前面第6点所讲的将大小王去掉以简化游戏，此项变通极易，关键是游戏前要约定妥当。

(16) 闲牌与无效牌组的存在关系——一般地，对于第五、七、八、九、十、十一、十二、十四、十五、十六、十七、十八、十九章游戏，当游戏牌中含闲牌张数 n 大于或等于牌组维数 m (即一个牌组含有单牌张数小于一副游戏牌中闲牌张数，本书游戏均满足这一条件) 时，游戏牌中闲牌与无效牌组的存在关系可通过数学中的四种命题加以描述：

游戏牌中存在闲牌⇒存在无效牌组；
(原命题成立)

游戏牌中存在无效牌组⇒存在闲牌；
(逆命题不一定成立)



游戏牌中不存在闲牌⇒不存在无效牌组；
(否命题不一定真)

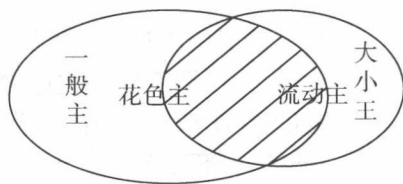
游戏牌中不存在无效牌组⇒不存在闲牌。
(逆命题是真)

以否命题为例举证如下：如 $(D, W=0, F_3)$ 类游戏中，任何一种点数和花色的牌都代表一个坐标分量，不存在闲牌，但并不是任何两张牌都可以组成点，即存在无效牌组。

游戏牌中闲牌与无效牌组的存在关系比较复杂，不同的游戏规则又会改变它们之间的关系，尤其对于那些避开数学运算而硬性规定的闲牌和无效牌组，较难且没有必要找到统一的规律，玩家可以通过各游戏的例式了解每个游戏中闲牌和无效牌组的存在与否，以便熟练操作游戏。

(17) 闲牌与非成牌牌组的存在关系——第一、二、三、四、六、十三、十四、二十章游戏中的闲牌与非成牌牌组的存在关系类似于前面所讲的闲牌与无效牌组的存在关系，只不过成牌牌组与非成牌牌组的游戏中存在非成牌牌组是必然的。

(18) 主牌、副牌与甩牌——大众化“升级”游戏每局要定出一种特殊的花色，这种地位特殊、可以“毙”其他花色的牌称作主牌。第十四、十五、十六、十七章游戏规定某些牌张为主牌。主牌通常分花色主、一般主和流动主等类别，它们的关系见右边文氏图所示。除主牌之外其余游戏牌均为副牌。第十五、十六、十七章游戏规定花色最大的副牌可以连出甩牌。



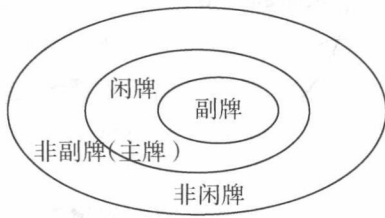
(19) 甩牌与有效牌组、成牌牌组的关系——本书说的甩牌是指分主副牌的第十五、十六、十七章游戏出联张的最大的副牌，张数可以是2张、3张、4张……而有效牌组是指代表一定大小、多少或方位等量的牌组，存在于主牌（第十五、十六、十七章）、副牌（第十四章）或不分主、副牌的游戏中，本书有效牌组的张数一般是2张或3张（不必嫌少，可谓一生二，二生三，三生万物）；成牌牌组是指凑得约定结果的二元、三元、四元等牌组，存在于副牌（第十四章）或不分主、副牌的游戏中。

（注：第十四章沿用通俗“升级”游戏的说法，把连出的有效牌组或成牌牌组说成是甩牌并不影响游戏）

(20) 对子、拖拉机——存在于两副牌的的游戏或给一副扑克牌加补牌构成一副游戏牌的游戏中。但本书说的对子是专指同点数同花色的两张副牌，在第十五、十六、十七章游戏的副牌中；拖拉机是专指有主副牌之分的同花色副牌的连对，其代表的作用也只在第十五、十六、十七章的副牌中。

(20) 两条、三条、四条……是指同点数不一定同花色的两张牌、三张牌、四张牌……存在于任何一副游戏牌之中。但本书的这些概念代表的功能主要针对不分主、副牌的第十八、十九等章游戏。

(21) 闲牌与主牌、副牌的关系——闲牌与主牌、副牌是并行的概念。主牌、副牌只对第十四、十五、十六、十七章游戏而言；而闲牌是针对包括十四、十五、十六、十七章在内的各章节游戏。大众化“升级”游戏主牌、副牌是玩家每局主观选定的，但本书第十五、



十六、十七章主牌是各游戏细则已定出的；而闲牌可能是各游戏的主观规定，也可能是限于各游戏的数学模型或数学运算而客观存在的。主牌与副牌是并存的，一个游戏规定了哪一类牌是主牌的话，那么除主牌以外的其他牌就是副牌。主牌往往被玩家看作“大

牌”；而副牌由于不能用作“毙牌”，所以往往被玩家看作“小牌”，但第十五、十六、十七章游戏的副牌可以甩牌，可以出对子或拖拉机。它们之间的关系可以用文氏图表示。

(22) 手牌与整手牌——除第三章“斗转星移”共牌游戏外，在做其他各章游戏的过程中，每个玩家手中掌握着若干张游戏牌进行组牌、选牌、出牌等操作，由玩家手头控制的这若干张游戏牌叫作各玩家的手牌。除第一、二章游戏过程中玩家不能确定手中游戏牌张数外，做其他章次游戏时玩家一次性或分轮次上（或补够）一定张数的游戏牌进行组牌、出牌等操作，这固定张数游戏牌就叫作整手牌。



整手牌张数有多有少，少的只有2张（一个牌组的牌），多的有10多张或更多。由于各人整手牌不一定是一次性出完（第七、八、九、十章游戏除外），而是分轮次出牌，在逐次出牌后整手牌张数逐渐减少，剩下的部分游戏牌就成了手牌。但有时出牌前的整手牌也叫手牌，所以手牌包括了整手牌，它们之间的关系可以用文氏图表示。

(23) 漏分—— F_3 类游戏中，第七、八、九、十等章游戏都是各家独自将得分拾起累计，在这过程中难免会有某家漏拾得分而将其留在牌面上，这留在牌面不知原属谁家的分牌叫作漏分。关于漏分的归属问题见其所在章的游戏规则。

(24) 七则以内运算——第三章以及第四章前面几个游戏都规定七则以内运算。七则运算是指加、减、乘、除、乘方、开方、求对数这七种中小学常用的运算。所谓七则以内运算是考虑到如果玩家处于较低年龄级别，没有学过较多种类的运算，可以自行约定用其中的四则、五则、六则等运算进行游戏，但玩家约定好之后，未在约定之中的运算就不可使用。第四章最后一个游戏规定运用十则以内运算，其解释与七则以内运算相同，详情请见该章游戏细则。

(25) “ $>$ ”符号的含义——在数学中“ $>$ ”叫大于号，在比较两个数的大小时经常用到，如 $5 > 3.5$ ， $-2 > -3$ ， $a > b$ 等。本书中“ $>$ ”符号除了用作大于号之外，在比较两个玩家出牌牌型大小时也用“ $>$ ”号，如“甲 $>$ 乙”，表示甲的出牌大于乙的出牌（甲胜于乙）。用作数值大小比较的“ $>$ ”号与用作牌型大小比较的“ $>$ ”号含义是有区别的，玩家可结合具体游戏的举例加以区分和理解。

(26) “/”、“\”符号的含义——第四至二十章游戏有出牌或进（补）牌过程，在部分举例中，为区别某张牌是进牌还是出牌，便引进了“/”、“\”这两个符号，在某张牌右上方标有“/”表示该张牌是出牌，在某张牌左上方标有“\”表示该张牌是进牌。

(27) “ $\rightarrow$ ”——第三、四、五、十八、十九、二十等章游戏中，含有滚动式出牌或采用滚动式演示，其出牌或演算秩序较为复杂，为明确各玩家的出牌顺序，引入“ $\rightarrow$ ”符号，表示各游戏者出牌或演算的先后顺序。

(28) 临界值——第七章“点石成金”以及第十章“猴毛三根”部分游戏运算结果大小相差较大，为减轻大值运算给口算带来的困难，特对某些游戏设置临界值。运算结果超过临界值的牌组为超值牌组，超值牌组不需要算出其结果具体大小，它大于所有非超值牌组，同是超值牌组则以最大单牌大者胜。

(29) 满贯——“满贯”是许多游戏中常用的概念。本书中“满贯”有两种含义，一种是第四章“移花接木”游戏中，按照游戏规定的运算，整手牌分花色凑成若干组

成牌牌组（可不用出单牌，易于清牌）称作满贯；另一种含义是凑宝类游戏中，假定某游戏牌组得宝数有 $0, 1, 2, \dots, m$ 共 $m+1$ 种，某人牌组得宝数达到最大值（ m 个宝）时则称该牌组得宝满贯。

(30) 记号“()”、“ $\frown$ ”——第四、五、十八、十九、二十等章游戏某些举例中，手牌中若干张牌可组成成牌牌组、有效牌组或两条、三条、四条……出牌时，将这些牌张用“ $\frown$ ”、“()”等符号括连起来以作标示。

(31) “ $\Leftrightarrow$ ”——在第十、十一等章，尤其是凑宝类游戏“预备知识”中，推理分析得宝与否时，借用了数学中的等价符号“ $\Leftrightarrow$ ”。应该说明的是，本书中的等价符号往往是在“ $\Leftrightarrow$ ”左右两边式子的字母限取游戏扑克牌的点数时或在“ $\Leftrightarrow$ ”号上方加注了条件后才等价的。通过等价推出可以简化得宝数目的估算。

11. 游戏涉及的运算采用口头估算，只要能确定胜负，就均无须计算精确值。在第四、五、七、八、九、十、十一、十二、十三、十四、十五、十六、十七、十八、十九、二十等章比较有效牌组或成牌牌组大小或多少的游戏中，如果按照游戏规则或数学运算两人牌组的各项比较指标均相同，无法定出胜负时，一般以各人所出牌组中最大单牌大者胜，最大单牌也一样大时，则比较第二大单牌，第二大单牌大者胜，以此类推；如果两人所出牌组中各张牌的点数和花色均一模一样（这种情况很少见），则以先出牌者为大。另外，比较大小时可能要用到一些不等式，现在列出如下，以供参考（如无特别注明，式中字母均属使式子有意义的实数 R ）：

$$1) a > b \Leftrightarrow a + c > b + c.$$

$$2) a > b, b > c \Rightarrow a > c.$$

3)

$$\textcircled{1} a > b \Leftrightarrow a - b > 0;$$

$$\textcircled{2} a^2 + b^2 > c^2 + d^2 \Leftrightarrow a^2 - c^2 > d^2 - b^2 \Leftrightarrow (a - c)(a + c) > (d - b)(d + b).$$

4)

$$\textcircled{1} a > b, c > 0 \Rightarrow ac > bc; \textcircled{2} a > b, c < 0 \Rightarrow ac < bc.$$

5)

$$\textcircled{1} a > b > 0 \Rightarrow \sqrt[n]{a} > \sqrt[n]{b} \quad (n \in \mathbb{N}, \text{ 且 } n > 1); \textcircled{2} a > b > 0 \Rightarrow a^n > b^n \quad (n \in \mathbb{N}, \text{ 且 } n > 1).$$

6)

$$\textcircled{1} \text{ 若 } a, b \text{ 同号, 则 } a > b \Leftrightarrow \frac{1}{a} < \frac{1}{b};$$

$$\text{证明: } \because a, b \text{ 同号, } \therefore ab > 0, \therefore a > b \Leftrightarrow \frac{a}{ab} > \frac{b}{ab} \Leftrightarrow \frac{1}{b} > \frac{1}{a} \Leftrightarrow \frac{1}{a} < \frac{1}{b}.$$

$$\textcircled{2} \text{ 若 } ac > 0, bd > 0, \text{ 则 } \frac{b}{a} > \frac{d}{c} \Leftrightarrow \frac{a}{b} < \frac{c}{d}.$$

$$\text{证明: } \because bd > 0, ac > 0;$$

$$\therefore \frac{b}{a} > \frac{d}{c} \Leftrightarrow \frac{b}{a} \times ac > \frac{d}{c} \times ac \Leftrightarrow bc > ad \Leftrightarrow \frac{bc}{bd} > \frac{ad}{bd} \Leftrightarrow \frac{c}{d} > \frac{a}{b} \Leftrightarrow \frac{a}{b} < \frac{c}{d}.$$

7)

$$\textcircled{1} \text{ 若 } a, c \text{ 同号, 则 } \frac{b}{a} > \frac{d}{c} \Leftrightarrow bc > ad;$$

证明: $\because a, c$ 同号, $\therefore ac > 0$, 故 $\frac{b}{a} > \frac{d}{c} \Leftrightarrow \frac{b}{a} \cdot ac > \frac{d}{c} \cdot ac \Leftrightarrow bc > ad$ 。

②若 $ac > 0, cd > 0$, 则 $\frac{b}{a} > \frac{d}{c} \Leftrightarrow \frac{b}{d} > \frac{a}{c}$;

证明:

$\because ac > 0, cd > 0, \therefore \frac{b}{a} > \frac{d}{c} \Leftrightarrow \frac{b}{a} \cdot ac > \frac{d}{c} \cdot ac \Leftrightarrow bc > ad \Leftrightarrow \frac{bc}{cd} > \frac{ad}{cd} \Leftrightarrow \frac{b}{d} > \frac{a}{c}$ 。

③ $\frac{b}{a} > \frac{d}{c} \Leftrightarrow \frac{b-na}{a} > \frac{d-nc}{c}$;

证明: $\frac{b}{a} > \frac{d}{c} \Leftrightarrow \frac{b}{a} - n > \frac{d}{c} - n \Leftrightarrow \frac{b-na}{a} > \frac{d-nc}{c}$ 。

④若 $a, b, c, d, a-nb, c-nd \in \mathbb{R}^+$, 且 $\frac{b}{a-nb}, \frac{d}{c-nd}$ 存在且同号, 则 $\frac{b}{a} > \frac{d}{c} \Leftrightarrow \frac{b}{a-nb} > \frac{d}{c-nd}$ 。

证明: $\because a, b, c, d, a-nb, c-nd \in \mathbb{R}^+$, 故 $\frac{b}{a} > \frac{d}{c} \Leftrightarrow \frac{a}{b} < \frac{c}{d} \Leftrightarrow \frac{a-nb}{b} < \frac{c-nd}{d}$,

$\therefore \frac{b}{a-nb} > \frac{d}{c-nd}$, 从而 $\frac{b}{a} > \frac{d}{c} \Leftrightarrow \frac{b}{a-nb} > \frac{d}{c-nd}$ 。

8) 若 $a, b, m \in \mathbb{R}^+$, 则:

① $\frac{b}{a} < 1 \Leftrightarrow \frac{b}{a} < \frac{b+m}{a+m}$;

证明: $\frac{b}{a} < 1 \Leftrightarrow a > b \Leftrightarrow am > bm \Leftrightarrow ab + am > ab + bm \Leftrightarrow a(b+m) > b(a+m) \Leftrightarrow \frac{a}{a+m} > \frac{b}{b+m}$

$\frac{b}{b+m} \Leftrightarrow \frac{a}{b} > \frac{a+m}{b+m} \Leftrightarrow \frac{b}{a} < \frac{b+m}{a+m}$ 。

② $\frac{b}{a} > 1 \Leftrightarrow \frac{b}{a} > \frac{b+m}{a+m}$ 。

证明: $\because a, b, m \in \mathbb{R}^+, \therefore a+m, b+m \in \mathbb{R}^+$, 从而 $\frac{b}{a} > 1 \Leftrightarrow a < b \Leftrightarrow am < bm \Leftrightarrow am + ab < bm + ab \Leftrightarrow a(m+b) < b(m+a) \Leftrightarrow \frac{a}{a+m} < \frac{b}{b+m} \Leftrightarrow \frac{a}{b} < \frac{a+m}{b+m} \Leftrightarrow \frac{b}{a} > \frac{b+m}{a+m}$ 。

12. 每个游戏出牌都出单牌或牌组, 玩家出有效牌组或成牌牌组时一般要说出大致演算过程, 估算出结果或最终结果的前几步易于比较大小的结果。为降低游戏难度, 当牌组的点数或花色代表比较复杂的数量关系时, 各家每轮组牌估算结果后打开牌组出牌时, 不同花色和点数的牌与其所代表的数量要分别对应好并尽量以统一的方式演示出来, 以便思考和心算时直观易懂一些。

13. 各章游戏玩法以及更具体的规定见各章游戏规则和各游戏细则。书中每一个游戏都经过反复实验, 反复调试。每个游戏不但经过严格实牌实战, 有的还在电脑中洗牌设局。实践表明, 做每一局游戏都要花一定的时间, 而有的玩家做游戏是为了打发时间、放松紧张的心情, 本书的游戏亦可作为首选, 但这不应该是游戏的最终目的, 何不在娱乐的同时多积累一点基本知识, 何不在娱乐的同时辅导自己的小孩学习一点知识呢? 当然这就要讲求游戏帮助学习知识的效率了。全书共有一百多个游戏, 其实一百多

个游戏分为二十章，同一章游戏总体规则是统一的，读者朋友如果对书中的游戏都比较熟悉了，像十四章那样，就可以把某些章节的游戏串联起来玩，那全书只不过三四十个大游戏。比如第五章“巧配佳偶”，游戏中涉及的知识简单，我们可以第一局玩第一个游戏，即游戏1“加法运算之十二进制数换算成十进制数游戏”，第二局玩游戏2“减法运算之区间长度比大游戏”，第三局玩游戏3，第四局玩游戏4。四局游戏谁赢的次数多谁就是一盘游戏的得胜者。这样一盘下来就将其中的4个数学知识点操练了一遍，从而提高了扑克游戏助学的效率。再比如第六章“添一弃一”游戏，虽然一局游戏进出牌没有一局麻将多，但里头有20多个游戏，包含许多数学知识点，游戏要花很多时间。如果我们将其中的某几个游戏按一局做第一个，另一局做第二个串联成一盘游戏，将另外某几个游戏串联成另一盘游戏，那么做游戏就不仅仅是为消磨时间了，对于一般玩家来说，还可以在 game 过程中提高口算能力和逻辑思维能力。

14. 许多迷宫类游戏都对得宝数目进行了统计，由于数据较多，难免会有差错，所以统计表只供玩家参考使用，不能作为标准答案。

15. 书中每个游戏都规定了一盘游戏的制式，但玩家不必过于拘泥，可根据游戏时间的多少自行约定。