

军队院校“2110工程”建设项目

奇同次LEI稳定理论与 概率最优设计及其 在导弹控制中的应用

Odd Homogeneous LEI Stability Theory with
Probabilistic Optimal Design and
Its Application in Missiles Control

雷军委 晋玉强 赵国荣 王玲玲 著

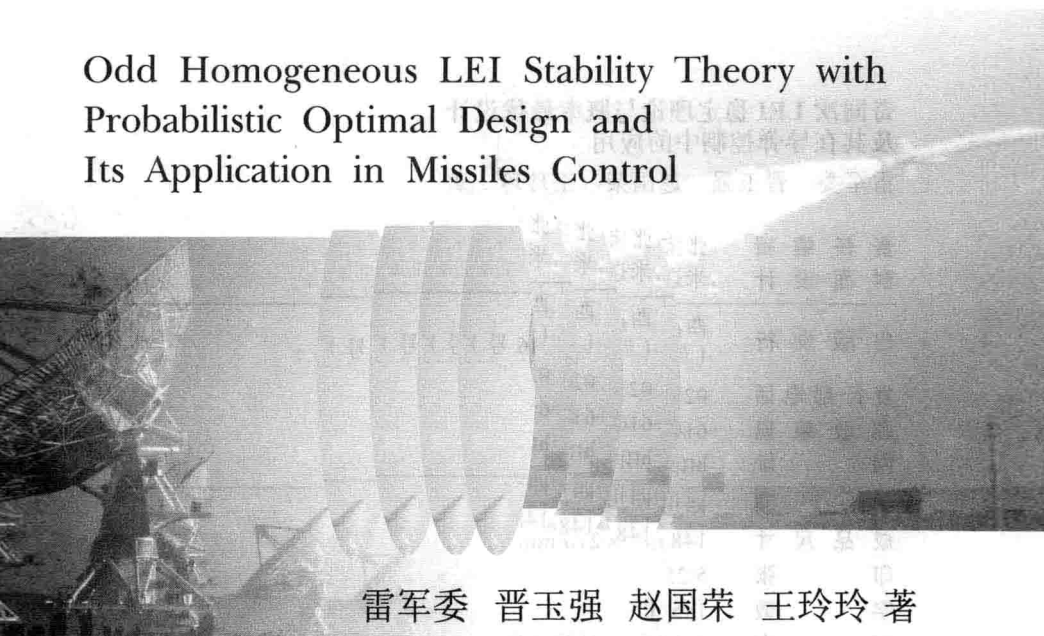


西南交通大学出版社

军队院校

奇同次LEI稳定理论与 概率最优设计及其 在导弹控制中的应用

Odd Homogeneous LEI Stability Theory with
Probabilistic Optimal Design and
Its Application in Missiles Control



雷军委 晋玉强 赵国荣 王玲玲 著

西南交通大学出版社
• 成都 •

图书在版编目 (C I P) 数据

奇同次 LEI 稳定理论与概率最优设计及其在导弹控制中的应用 / 雷军委, 晋玉强, 赵国荣著. — 成都: 西南交通大学出版社, 2015.1
ISBN 978-7-5643-3636-3

I. ①奇… II. ①雷… ②晋… ③赵… III. ①概率论—应用—导弹控制—研究 IV. ①TJ765

中国版本图书馆 CIP 数据核字 (2014) 第 313442 号

奇同次 LEI 稳定理论与概率最优设计
及其在导弹控制中的应用

雷军委 晋玉强 赵国荣 王玲玲 著

责任编辑 张宝华

封面设计 米迦设计工作室

出版发行 西南交通大学出版社
(四川省成都市金牛区交大路 146 号)

发行部电话 028-87600564 028-87600533

邮政编码 610031

网址 <http://www.xnjdcbs.com>

印刷 四川煤田地质制图印刷厂

成品尺寸 148 mm × 210 mm

印张 5.25

字数 145 千

版次 2015 年 1 月第 1 版

印次 2015 年 1 月第 1 次

书号 ISBN 978-7-5643-3636-3

定价 36.00 元

图书如有印装质量问题 本社负责退换

版权所有 盗版必究 举报电话: 028-87600562

前 言

目前, 控制技术在国民经济、生活和国防建设等各个领域得到了广泛的应用. 迄今为止, 针对线性系统的控制理论研究已有了体系化的成果, 如教材《Linear System》; 而对非线性系统的控制问题, 只有针对某一特定类型系统的零散研究结果. 非线性系统控制问题的设计本质是什么? 如何通过控制器的设计来实现复杂非线性、不确定扰动下系统的稳定? 非线性系统的控制是如何实现抗扰动作用的? 本书就是基于以上问题的思考展开研究的.

世界从本质上来讲是非线性的, 而线性只是理想化的假设. 如航天登月、下海深潜以及和日常生活息息相关的一般控制对象几乎都是非线性的, 因此本书有关非线性奇同次控制的研究对国内科研、生产及教学均有重大意义.

关于齐次系统的控制与研究在很多领域均有涉及, 而本书所研究的奇同次系统包含于齐次系统的范畴内, 属于齐次系统的一种特殊情况. 目前国外还没有相关内容的同类书籍出版, 但在控制领域顶级 SCI 期刊《Automatica》上有 4 篇论文, 在《System and Control Letters》上有 7 篇论文, 在《IEEE Transactions on Automatic Control》上有 2 篇论文, 且与本书内容相关, 详见本书参考文献.

本书内容和上述文献中所介绍的内容并不完全相同, 具有独创性与体系性. 目前, 文献针对齐次控制理论的研究主要是集中于齐次 Lyapunov 函数的存在性以及构造方法的讨论; 或者是采用齐次理论, 对特定系统进行齐次 Lyapunov 函数的构造, 得到系统的稳定性, 其不足之处在于对稳定性的分析深度不够. 尽管目前已有很多文献围绕齐次 Lyapunov 函数进行齐次控制理论的研究, 但对齐次

Lyapunov 函数的构造方法，仍然没有统一的方式。而本书在对同次系统稳定性做定性分析的基础上，进一步基于 LEI 稳定的概念，给出了系统稳定裕度以及系统在扰动下稳定区间的定量计算方法，其研究深度较齐次性理论实现了从定性分析到定量计算的突破。

本书后半部分的理论研究均以导弹控制为背景，通过举例说明该理论的工程应用，提出了概率稳定裕度与概率最优设计的思想，为工程设计中控制参数寻优提供了新的思路。因此，作者预计本书不仅对控制领域的理论研究者具有较大吸引力，而且对航空航天以及工业控制等领域的工程设计研究人员，同样具有可参考的价值。

最后，本书在编写过程中，吴华丽、梁勇、施建洪、梁国强同志也参与了导弹控制方法完备度内容的写作，他们付出了辛勤的劳动，在此致以诚挚的感谢！

由于作者水平有限，书中不当和错误之处在所难免，殷切希望广大读者批评指正与意见交流（作者联系方式见书尾部）。

雷军委

2014 年 1 月

目 录

1 绪 论	1
1.1 研究目的与意义	1
1.2 国内外研究现状	4
1.3 本书的内容安排	7
2 奇同次系统的 LEI 稳定	9
2.1 引 言	9
2.2 奇同次系统的 LEI 稳定空间	10
2.3 奇同次控制系统的 LEI 稳定裕度	15
2.4 高阶奇同次扰动下的局部稳定性	19
2.5 低阶奇同次扰动下的死区效应	22
2.6 偶同次扰动下的局部稳定性	28
2.7 小 结	31
3 线性系统的 LEI 稳定与同次控制	32
3.1 引 言	32
3.2 线性系统的 LEI 稳定空间	33
3.3 线性系统的 LEI 稳定裕度	35
3.4 扰动下的线性系统局部稳定性	36
3.5 高阶奇扰动下线性系统的同次复合控制	42
3.6 偶扰动下线性系统的同次复合控制	44
3.7 任意高阶扰动下线性系统的稳定范围分析	46
3.8 低阶扰动下线性系统的局部稳定性	54
3.9 奇同次非线性系统的 LEI 稳定直接控制	61
3.10 基于 LEI 稳定的奇同次非线性系统的跟踪	62

3.11	高阶奇同次系统的仿线性化	64
3.12	小 结	66
4	线性系统的稳定概率分析	67
4.1	引 言	67
4.2	线性系统稳定概率的定义	68
4.3	完全随机系统的稳定概率	68
4.4	对角线元素为负时系统的稳定概率	70
4.5	对角线元素为大增益负反馈情况的系统稳定概率	71
4.6	绞联元素异号情况的系统稳定概率	72
4.7	积分型系统的稳定概率	73
4.8	反演型系统的稳定概率	74
4.9	小 结	75
5	线性系统的概率稳定裕度	76
5.1	引 言	76
5.2	线性系统的矩阵对角稳定性定理	76
5.3	矩阵的半绞联可稳定性	78
5.4	矩阵稳定的概率裕度与超稳定概率裕度	79
5.5	有界非线性扰动下的系统全局可稳定定理	81
5.6	无界非线性扰动下的系统局部可稳定定理	82
5.7	小 结	84
6	控制律的完备度与对角绞联比	85
6.1	引 言	85
6.2	控制律的完备度	85
6.3	线性系统的对角绞联比	88
6.4	小 结	91
7	几种导弹控制方法完备度对比分析	92
7.1	引 言	92
7.2	二阶线性系统反演控制的完备度与对角绞联比	93

7.3	二阶线性系统全状态反馈控制的完备度与绞联比	94
7.4	二阶线性系统 PID 控制的完备度与绞联比	101
7.5	二阶线性系统滑模控制的完备度	106
7.6	小 结	108
8	基于导弹线性模型的二阶系统完备控制鲁棒性分析	109
8.1	引 言	109
8.2	扰动相对误差的有界性	110
8.3	完备控制律的抗干扰能力	111
8.4	控制系数已知时完备控制律的抗模型摄动能力	113
8.5	控制系数不确定时完备控制律的抗模型摄动能力	116
8.6	小 结	122
9	基于 LEI 稳定的导弹控制系统线性模型多参冗余控制	123
9.1	前 言	123
9.2	控制参数冗余度	123
9.3	二阶无零点线性系统多参冗余控制的完备度	124
9.4	二阶有零点系统多参冗余控制的完备度	132
9.5	小 结	139
10	基于奇同次空间 LEI 稳定的概率最优控制	141
10.1	前 言	141
10.2	概率最优控制的定义	142
10.3	导弹简化线性模型的概率最优状态反馈控制	143
10.4	导弹简化线性模型的概率最优多参冗余控制	146
10.5	小 结	149
11	总结与展望	150
	参考文献	152
	后 记	156
	致所有反馈者	159

1.1 研究目的与意义

众所周知, 线性系统稳定的等价条件是系统特征根为负, 所以线性系统设计的根本问题可以归结为设计控制规律以使系统的特征根为负. 而对非线性系统稳定本质问题的思考, 目前没有较好的研究结果. 非线性系统控制问题的设计本质是什么? 如何通过控制器的设计来实现复杂非线性、不确定扰动下系统的稳定? 非线性系统的控制是如何实现抗扰动作用的? 本书就是基于以上问题的思考展开研究的.

首先以如下简单一阶非线性控制系统为例说明本书齐次控制的相关思想:

$$\dot{x}_1 = 3x_1^3 + u. \quad (1-1)$$

上述系统显然是非线性系统, 可以设计普通 PID 控制规律

$$u = -k_p x - k_i \int x dt - k_d \dot{x} \quad (1-2)$$

使得系统在局部小范围内镇定, 即 $x \rightarrow 0$.

对该系统可以设计非线性控制规律

$$u = -3x^3 - k_p x \quad (1-3)$$

使得上述系统全局稳定,但并不意味着非线性控制比普通 PID 控制规律效果好.显然,非线性控制规律有效的前提是系统模型结构和参数精确已知,才能构造 $-3x^3$ 抵消模型中的非线性项.

而本书的视角是建立和线性系统类似,但更为广义的齐次系统,同时提出同次 PID 控制的概念,使得在上述背景下,同次 PID 具有全局的稳定效果.

首先尝试构造控制规律如下:

$$u = -8x_1^3 - \int x_1^3 dt, \quad (1-4)$$

将控制量代入系统,则

$$\dot{x}_1 = -5x_1^3 - \int x_1^3 dt. \quad (1-5)$$

上式两端同乘以 x_1^3 , 则

$$x_1^3 \dot{x}_1 = -5x_1^3 x_1^3 - x_1^3 \int x_1^3 dt. \quad (1-6)$$

定义 Lyapunov 函数为

$$V = \frac{1}{4}x_1^4 + \frac{1}{2}\left(\int x_1^3 dt\right)^2. \quad (1-7)$$

易得

$$\dot{V} = -5x_1^6 \leq 0. \quad (1-8)$$

可见系统稳定.

此时,可以定义新的变量 $x_0 = \int x_1^3 dt$, 将系统改写为

$$\begin{cases} \dot{x}_0 = x_1^3, \\ \dot{x}_1 = -x_0 - 5x_1^3. \end{cases} \quad (1-9)$$

此时系统仍然是非线性系统,但不同状态变量间的阶次不同,所以

系统不属于本书所定义的同次系统，稳定性分析也无法采用本书针对同次系统的相关结论。因此尝试将系统匹配成如下形式：

$$\begin{cases} \dot{x}_0 = x_1^3, \\ \dot{x}_1 = -x_0^3 - 5x_1^3. \end{cases} \quad (1-10)$$

则系统中状态变量间的阶次相同。本书中将其称为同次系统，此时控制量应选为

$$u = -8x_1^3 - \left(\int x_1^3 dt \right)^3. \quad (1-11)$$

仍然将控制量代入系统 (1-1)，则有

$$\dot{x}_1 = -5x_1^3 - \left(\int x_1^3 dt \right)^3. \quad (1-12)$$

等式两边乘以 x_1^3

$$x_1^3 \dot{x}_1 = -5x_1^3 x_1^3 - x_1^3 \left(\int x_1^3 dt \right)^3. \quad (1-13)$$

此时选取 Lyapunov 函数为

$$V = \frac{1}{4} x_1^4 + \frac{1}{4} \left(\int x_1^3 dt \right)^4. \quad (1-14)$$

易得

$$\dot{V} = -5x_1^6 \leq 0. \quad (1-15)$$

由 Lyapunov 稳定性理论得此系统稳定。

通过对比可以看出，尽管式 (1-11) 所示的控制律与式 (1-4) 所示的控制律均能保证系统稳定，但式 (1-11) 可使得被控系统化为同次系统，因此式 (1-11) 可以成为一种同次 PI 控制律。显然，它是一种更为广义的 PID 控制律。

由上述分析可以看出，如果模型本身已接近齐次系统，可以采用构造齐次系统的方式，对齐次系统进行控制。而本书的研究就是

针对同次系统中的一类奇次幂系统的稳定控制方法, 它显然包含了线性系统, 又包含了部分非线性系统, 是线性系统定义朝非线性方向的自然延展。

本书第一部分提出了奇同次控制理论。在该理论中, 线性系统仅是奇同次系统中的一个特例, 绝大多数奇同次系统本质上是非线性的。目前, 针对非线性系统, 还没有一个像线性系统一样可以统一分析设计的方法, 因此本书建立了奇同次控制理论, 该理论是分析一类特殊而又具有推广意义的非线性系统控制方法。该方法从本质上讲是非线性的, 脱离了线性系统控制的范畴, 同时又能够完全应用于线性系统。

同时本书提出了 LEI 稳定空间的定义, 尽管该稳定空间仅是 Lyapunov 稳定意义下的一个子集, 但借助该空间的概念, 非常便于建立奇同次系统控制设计与稳定性分析的统一方法。

第二部分基于 LEI 稳定理论, 研究不确定系统的稳定概率问题, 提出模型摄动下的概率稳定裕度定义; 研究了控制律的稳定裕度问题; 最后针对模型参数存在概率不确定的情况, 提出概率最优设计思想, 解决不确定复杂系统控制参数最优设计的理论问题。

1.2 国内外研究现状

关于基于 LEI 稳定空间的奇同次控制的理论目前还未查到有相关或相似的文献, 但关于齐次系统的控制与研究则在很多领域均有涉及。而本书所研究的奇同次系统包含于齐次系统范畴内, 属于齐次系统的一种特殊情况。

1976 年, 齐次性的概念首先由 L. P. Rothschild^[1] 在研究次椭圆偏微分算子时引入。随后在 1991 年至 1995 年间, Hermes 提出了齐次性比较重要的性质, 如高阶逼近^[2]、齐次反馈镇定^[3]、平滑齐次^[4]与 Hermes 定理^[5]。L. Rosier^[6] 在 1992 年针对齐次向量空间提出了齐次 Lyapunov 函数的概念。后来又有更多的学者针对齐次性理论应

用于系统稳定分析与设计中的问题,进行了深入研究.

1999年,比利时学者 Mrdjan Jankovic^[7]采用控制 Lyapunov 函数方法对一类输入不确定系统进行鲁棒设计时,对系统模型的不确定性提出了局部同次逼近的概念,采用齐次系统来逼近不确定部分,而且该文的分析与仿真均采用了奇同次系统,而非一般同次系统.

1999年,捷克学者 Sergej Celikovsky^[8]研究三角形系统的非平滑镇定问题时,采用齐次系统来逼近原系统.该齐次系统主要是用泰勒展开方法得来,因此包含奇齐次与偶齐次两部分.

东北大学 Yiguang Hong^[9]于2001年研究了具有齐次特性的非线性系统的输入输出稳定性、镇定与 H_∞ 鲁棒控制问题.文中建立了 H_∞ 鲁棒控制、系统镇定与齐次 Lyapunov 稳定性以及 Lyapunov 稳定性之间的联系.

突尼斯学者 Hamadi Jerbi^[10]在2003年针对二维单输入奇齐次系统,设计了渐近稳定控制器.该文对几个特殊的二阶齐次系统个别进行了控制器设计与稳定性分析,同时于2007年针对该系统设计了齐次状态反馈控制器^[11].

中国科学院学者 Daizhan Cheng^[12]于2008年采用齐次微分 Lyapunov 函数,提出了一类非线性系统的输出反馈控制方法.

突尼斯学者 Hajer Bouzaouache^[13]于2008年在寻找非线性系统非二次 Lyapunov 函数时,借用齐次理论,提出了多项式与分数次 Lyapunov 函数的方法来分析非线性系统的稳定性.

中国台湾学者 Cheng-Yi Cheng^[14]于2009年针对齐次带时滞与不确定的大范围双线性系统,设计了鲁棒控制器,并分析了在输入受限情况下系统的稳定性.

东北大学与鲁东大学学者 Wuquan Li^[15]于2010年针对随机非线性系统采用齐次理论解决了输出反馈镇定问题.

江苏大学 Shihong Ding^[16]于2012年采用齐次理论针对一类非线性级联系统,设计了非平滑控制器.

东北大学学者 Yuanwei Jing^[17]于2012年基于齐次 Lyapunov 函

数理论, 针对一类大范围随机非线性系统设计了分散齐次输出反馈控制器.

上海交通大学 Junfeng Zhang^[18] 于 2013 年基于齐次控制 Lyapunov 函数的方法, 对微分包涵体 (DIS) 设计了齐次状态反馈控制器.

东南大学 Wenting Zha^[19] 于 2013 年采用了齐次理论与 Lyapunov-Krasovskii 方程, 对一类含输入时滞的高阶前馈非线性系统设计了全局输出反馈镇定控制器.

在此期间, 国内还有其他学者也对齐次性理论进行了类似研究, 如 W. M. Liu^[20] 于 2006 年研究了生物基因细胞中的齐次稳定; B. Yang^[21] 于 2003 与 2004 年研究了非线性系统的齐次输出反馈、齐次观测等问题; C. J. Cheng^[22] 于 2002 年至 2006 年对非线性系统的齐次全局输出反馈镇定问题、齐次逼近等问题进行了研究; Y. G. Hong^[23] 于 2001 年至 2004 年对齐次系统的输入输出稳定、有限时间稳定等问题进行了研究; H. LEI^[24] 于 2005 年与 2009 年采用非线性多项式等手段研究了齐次系统的鲁棒控制问题. 而国外学者则有 R. Sepulchre, V. Andrieu, A. Iggidr, L. P. Rothschild, L. Praly, J. Polendo, H. Nakamura 等, 在此不再一一列举.

从以上文献分析可以看出: 当前文献针对齐次控制理论的研究主要集中于齐次 Lyapunov 函数的存在性以及构造方法的讨论; 或者是采用齐次理论, 对特定系统进行齐次 Lyapunov 函数构造, 得到系统的稳定性. 目前齐次理论的优点是其概念定义更为广泛, 包含了同次控制. 但不足之处在于其对稳定性的分析深度不够. 因此尽管目前已有很多文献对齐次控制理论围绕齐次 Lyapunov 函数进行, 但对齐次 Lyapunov 函数的构造, 仍然没有统一的方式.

针对以上不足, 本书缩小了齐次系统概念的广泛性, 提出同次系统与同次控制的定义, 同时基于 LEI 稳定空间的系列稳定理论与定理增加了同次控制与稳定研究的深度. 尤其是本书给出了系统高阶模态、低阶模态、控制模态的定义, 特别是对系统在三种不同阶次模态共存情况下的稳定性分析, 给出了相关的定理与证明, 从而

使得同次控制理论能够应用于非同次的一般系统中。

尽管本书所研究的同次控制是齐次控制的一个特殊情况，但基于 LEI 稳定空间定义，对同次系统控制与稳定提出了统一的分析方法。在此基础之上，对同次系统的稳定提出了概率稳定裕度的概念，并基于模型不确定情况的概率稳定裕度问题，提出了控制律完备性定义与系列问题。值得说明的是，以上理论能够深入推广至一般非同次系统中。

本书研究内容与以往文献研究的不同之处在于，后者对齐次系统稳定性提出了很多定性的定理，而本书除了对同次系统稳定性做出定性分析基础以外，进一步基于 LEI 稳定的概念，给出了系统稳定裕度以及系统在扰动下稳定区间的定量计算方法。尽管该方法有一定的保守性，但其能推广应用于一般系统。所以本书有关同次系统稳定性的研究从定义上来讲，较之齐次系统狭窄，但研究深度却实现了从定性分析到定量计算的突破。

在此基础之上，针对模型存在概率不确定情况的系统，分析了系统的稳定概率与控制完备性，提出了概率稳定裕度与概率最优设计的思想，为工程设计参数寻优提供了新的思路。同时，本书后半部理论研究均以导弹控制为背景举例介绍理论的工程应用。

总之，本书按照同次控制 LEI 稳定的分析方法，针对一般系统，给出了一套从稳定性定性分析到稳定裕度、稳定区间定量计算的系统化方法。

1.3 本书的内容安排

本书由 11 章组成，第 1 章介绍本书研究的目的与意义。

第 2 章介绍奇同次系统与 LEI 稳定空间以及 LEI 稳定裕度的相关定理。第 3 章将奇同次系统相关定理应用于线性系统的特殊情况，并针对线性系统的同次控制与 LEI 稳定性给出相关定理。

第 4 章对线性系统的稳定概率问题进行了初步探讨，分别针对

几类典型情况, 给出了相关稳定概率的定理. 在此基础上, 第 5 章定义了线性系统的概率稳定裕度, 给出了在扰动情况下可稳定的相关定理.

第 6 章研究了一般控制律的完备性, 以及一般系统在控制律作用下的对角绞联比. 在此基础上, 第 7 章针对导弹控制系统简化线性模型, 采用几种控制方法具体分析了其完备性与对角绞联比.

第 8 章对二阶系统完备控制的鲁棒性进行了分析. 第 9 章对多参冗余控制方法分析了其控制完备性. 第 10 章基于奇同次空间 LEI 稳定理论, 提出系统概率最优控制方法, 从而解决了模型依概率不确定这一自然界普遍存在的不确定形式下的控制器最优设计问题.

第 11 章给出了全书的总结, 并指出笔者下一步的研究方向.

2

奇同次系统的 LEI 稳定

2.1 引言

为什么要研究奇同次系统？这是本章要思考并回答的首要问题。由于对线性系统已经有了非常成熟的控制方法体系，因此绝大部分学者认为系统控制的难点在于非线性。长期以来，我们认为世界的本质是非线性的，是非线性带来了多姿多彩的世界，也从而导致了系统研究的复杂性。

本书并不否认上述观点，而且通过本章奇同次系统的研究，可以进一步开阔我们的视野。因为线性系统只是奇同次系统的一个非常特殊的情况，所以我们经常接触与处理的控制对象与控制方法仅是非常狭小空间中的一个特例。

目前我们接触的大部分对象，其模型采用的是基于状态一次幂的函数进行描述的。实际上，在生物、化学以及其他领域，也存在被控对象模型采用系统状态的其他幂来描述的情况。那么针对该类被控对象的控制问题，通过本章的研究表明，采用奇同次控制理论，将更便于控制设计的稳定性分析。

因此，在本章中，我们不妨把上述论断进一步推广：世界的本质是非同次的。如果将视野建立在奇同次系统这样一个更广泛的对象上，那么线性与非线性的分水岭将被模糊化，从而逐步揭开非线